

UNIVERZA V MARIBORU

FAKULTETA ZA ELEKTROTEHNIKO,
RAČUNALNIŠTVO IN INFORMATIKO

DOKTORSKA DISERTACIJA

**VPELJAVA ZDRUŽITVENO-RAZDRUŽITVENEGA
PRINCIPA V INTEGRATIVNE POGAJALSKE
PROCESE**

MARIBOR, FEBRUAR 2009

ANDREJ BREGAR

Univerza v Mariboru

Fakulteta za elektrotehniko, računalništvo in informatiko

DOKTORSKA DISERTACIJA

**VPELJAVA ZDRUŽITVENO-RAZDRUŽITVENEGA PRINCIPA
V INTEGRATIVNE POGAJALSKE PROCESSE**

Maribor, februar 2009

Avtor: mag. Andrej Bregar

Mentor: dr. Matjaž B. Jurič

Somentor: dr. József Györkös

Za pomoč in koristne nasvete se zahvaljujem mentorju izr. prof. dr. Matjažu B. Juriču, somentorju red. prof. dr. Józsefu Györkösu in izr. prof. dr. Marku Bohancu.

Posebno hvaležnost želim izraziti staršem, brez razumevanja in podpore katerih ne bi mogel doštudirati, ter ženi Barbari za oporo v času podiplomskega študija.

Doktorsko disertacijo posvečam sinu Gaju, kateremu sem dolžan povrniti številne urice, ki sem jih namesto najinemu skupnemu druženju posvetil pripravi pričujočega dela.

VPELJAVA ZDRUŽITVENO-RAZDRUŽITVENEGA PRINCIPA V INTEGRATIVNE POGAJALSKE PROCESSE

Ključne besede: sistemi za podporo odločanju, večkriterijska odločitvena analiza, skupinsko odločanje, integrativna večagentna pogajanja, iskanje konsenza, združitveno-razdružitvena analiza, teorija koristnosti, prednostna relacija, sortiranje, elicitacija presoj, veto, izpeljava uteži kriterijev, simulacijska študija

UDK: 004.424.25(043.2)

Povzetek

V doktorski disertaciji je definiran izviren mehanizem integrativnih večagentnih pogajanj, ki temelji na dihotomijskem sortiranju alternativ ter izražanju presoj v obliki parnih primerjav, mehkih vrednosti, holističnih informacij, psevdokriterijev in prednostnih relacij. Gre za prvi pristop k uporabi združitveno-razdružitvene analize v pogajalskih in skupinskih odločitvenih procesih z visoko stopnjo avtonomnosti. Združitveno-razdružitveni princip zmanjšuje miselno breme, izboljšuje zmožnost učenja o problemski domeni in udejanja samodejno prilagajanje individualnih presoj konsenzni odločitvi. Vpet je v protokol sodelovanja agentov, ki omogoči aktivno razreševanje nesoglasij in konvergenco mnenj z upoštevanjem metrik gibanja skupine ter zagotovi verodostojnost, racionalnost in zanesljivost konsenzne odločitve na osnovi metrik robustnosti, implementiranih v obliki matematičnih optimizacijskih algoritmov. Nadgrajen je v smislu izpeljave korelacij med parametri odločitvenega modela, pri čemer se osredotoča na specifikacijo uteži kriterijev glede na vpliv veta. Vpeljane metodološke rešitve so ovrednotene s celovitim eksperimentalno-teoretičnim modelom, ki sestoji iz več kot dvajsetih spremenljivk in triindvajsetih hipotez. Rezultati simulacije na velikih naborih statističnih podatkov, ki so odraz širokega spektra problemskih situacij, in teoretični dokazi potrjujejo hitro konvergenco, sposobnost avtonomnega usmerjanja odločevalcev in njihovih osebnih agentov, učinkovitost obdelave preferenčnih informacij ter robustnost in verodostojnost sprejete odločitve kakor tudi samodejno izpeljanih uteži kriterijev.

AN AGGREGATION-DISAGGREGATION APPROACH TO INTEGRATIVE NEGOTIATIONS

Keywords: decision support systems, multi-criteria decision analysis, group decision-making, agent negotiation, consensus seeking, aggregation-disaggregation analysis, utility theory, outranking relation, sorting, preference elicitation, veto, weight derivation, simulation study

Abstract

In the dissertation, an original mechanism for integrative multi-agent negotiations is defined. It is based on the dichotomic sorting analysis, and on the elicitation of preferences in the form of pairwise comparisons, fuzzy values, holistic information, pseudo-criteria and outranking relations. It is the first available approach to apply the aggregation-disaggregation principle to highly autonomous negotiation and group decision-making processes. The aggregation-disaggregation analysis reduces the cognitive load, improves the ability of learning about the problem domain, and automatically adapts individual preferences to match the consensual solution. It is an integral part of the agent interaction protocol, which resolves disagreements among group members and allows for the convergence of opinions by observing the group's direction, and ensures the credibility, reliability and rationality of the consensual decision by introducing robustness metrics that are implemented with several mathematical optimization algorithms. In order to model correlations between preferential parameters, the aggregation-disaggregation approach is extended with two distinct methods that derive criteria weights according to the influence of veto thresholds. The introduced methodological solutions are evaluated on the basis of a comprehensive experimental and theoretical model comprising of twenty three hypotheses and over twenty variables. The results of a simulation performed on large sets of sampled statistical data that reflect a wide spectrum of problem situations, and theoretical proofs confirm fast convergence, the ability to autonomously guide the decision-makers and their personal agents, the efficiency of processing preferential information, as well as the robustness and credibility of both the suggested decision and the inferred criteria weights.

Kazalo vsebine

1	IZHODIŠČA DOKTORSKE DISERTACIJE.....	1
1.1	OPREDELITEV PROBLEMA	1
1.1.1	<i>Pomen združitveno-razdružitvene analize za procese integrativnih pogajanj in skupinskega odločanja</i>	1
1.1.2	<i>Problem izbire preferenčnega modela</i>	5
1.1.3	<i>Razširitev združitveno-razdružitvene analize z obravnavo korelacij med preferenčnimi parametri v kontekstu izpeljave uteži kriterijev</i>	7
1.1.4	<i>Premoščanje omejitev predhodnih lastnih raziskav</i>	8
1.1.5	<i>Komplementarnost obstoječim študijam odločitvenih metod</i>	9
1.2	CILJI DOKTORSKE DISERTACIJE	10
1.2.1	<i>Teza in hipoteze doktorske disertacije</i>	10
1.2.1.1	Hipoteze o postopku skupinskega odločanja/pogajanja	12
1.2.1.2	Hipoteze o izpeljavi uteži kriterijev	16
1.2.1.3	Hipoteze o operatorjih za preslikavo v matriko parnih primerjav	20
1.2.2	<i>Izvirni znanstveni prispevki</i>	22
1.3	PREDPOSTAVKE IN OMEJITVE	23
1.4	METODE RAZISKOVANJA	25
1.5	STRUKTURA DOKTORSKE DISERTACIJE	26
2	PREGLED SORODNIH RAZISKAV	27
2.1	ZDRUŽITVENO-RAZDRUŽITVENA ANALIZA	27
2.1.1	<i>Filozofija združitveno-razdružitvene analize</i>	28
2.1.2	<i>Združitveno-razdružitvene metode</i>	29
2.1.2.1	Metoda UTA in njene izpeljanke	29
2.1.2.2	Metode na temelju psevdokriterija in prednostne relacije	31
2.1.2.3	Združitveno-razdružitvene metode v kontekstu skupinskega odločanja	34
2.1.2.4	Aplikacije združitveno-razdružitvenih metod	35
2.2	KLASIFIKACIJA IN SORTIRANJE ALTERNATIV	36
2.2.1	<i>Metode na temelju psevdokriterija in prednostne relacije</i>	36
2.2.2	<i>Ostali pomembnejši pristopi k večkriterijski klasifikaciji</i>	37
2.3	SKUPINSKO ODLOČANJE	40
2.3.1	<i>Metode na temelju psevdokriterija in prednostne relacije</i>	40
2.3.2	<i>Ostali pomembnejši pristopi k skupinskemu odločanju</i>	43
2.3.3	<i>Razhajanja in konsenz med ordinalnimi razvrstitvami</i>	47
2.4	SISTEMI AVTOMATIZIRANIH POGAJANJ V ELEKTRONSKEM POSLOVANJU	49
2.4.1	<i>Avtomatizirana pogajanja</i>	50
2.4.2	<i>Odločitveni modeli za avtomatizirana pogajanja</i>	53
2.4.2.1	Temeljne odločitvene metode in pogajalski protokoli	53
2.4.2.2	Reševanje problema izvabljanja preferenčnih informacij	61
2.5	METODE ZA SPECIFIKACIJO UTEŽI KRITERIJEV	63
2.5.1	<i>Neposredna določitev uteži</i>	63
2.5.1.1	Preproste metode	63
2.5.1.1.1	Izpeljava uteži na podlagi ordinalnih informacij	64
2.5.1.1.2	Grafična metoda razdelitve točk GRAPA	64
2.5.1.2	Temeljni pristopi teorije koristnosti	64
2.5.1.2.1	Barantanje na osnovi enakovrednosti atributov	64
2.5.1.2.2	Določitev skalirnih konstant	65
2.5.1.2.3	Koncept odvisnosti uteži od razpona kriterijskih vrednosti	66
2.5.1.3	Določitev uteži na podlagi razmerij	67
2.5.1.3.1	Metodi SMART in SWING z izpeljankami	67
2.5.1.3.2	Metoda PRIME	69
2.5.1.3.3	Metoda MACBETH	70
2.5.1.3.4	Mreža upornosti proti spremembam	71
2.5.1.4	Metoda Analytic Hierarchy Process in njene izpeljanke	72
2.5.1.4.1	Teoretične osnove metode	72
2.5.1.4.2	Absolutne in relativne meritve ter ohranjanje razvrstitve alternativ	73
2.5.1.4.3	Temeljna merska lestvica in konsistentnost presoj	75

2.5.1.4.4	Alternativne merske lestvice in multiplikativni AHP.....	76
2.5.1.4.5	Skupinski AHP.....	77
2.5.1.4.6	Ostale izpeljanke metode AHP.....	77
2.5.1.5	Mehki agregacijski operatorji.....	79
2.5.1.6	Nepopolne informacije ter dominanca in potencialna optimalnost.....	82
2.5.1.7	Simosova procedura.....	84
2.5.2	<i>Posredna določitev uteži</i>	84
2.5.2.1	Postopek posredne določitve uteži.....	85
2.5.2.2	Pomanjkljivosti pristopa.....	85
2.5.2.3	Izpeljava uteži z regresijo v metodi ELECTRE TRI.....	86
2.5.2.4	Izpeljava uteži z odločitvenim sistemom Smart-Swaps.....	86
2.5.2.5	Strukturno modeliranje in sledenje postopku presoje.....	88
2.5.3	<i>Analiza občutljivosti uteži</i>	88
2.6	EKSPERIMENTALNE IN TEORETIČNE RAZISKAVE UČINKOVITOSTI METOD.....	89
2.6.1	<i>Študije metod za izpeljavo uteži</i>	89
2.6.2	<i>Študije miselnega procesa uteževanja</i>	97
2.6.3	<i>Empirične študije odločitvenih metod in teorij</i>	98
2.6.4	<i>Konceptualno-teoretične študije odločitvenih metod</i>	100
2.6.5	<i>Študije pristopov k skupinskemu odločanju in pogajanjem</i>	101
3	METODOLOŠKE REŠITVE.....	105
3.1	POSTOPEK ISKANJA SKUPINSKEGA KONSENZA.....	105
3.1.1	<i>Dvokategorijsko sortiranje alternativ</i>	106
3.1.2	<i>Stopnje kompromisa, konsenza in strinjanja</i>	109
3.1.3	<i>Mehanizem iskanja konsenza</i>	112
3.2	METRIKE ROBUSTNOSTI ODLOČITVE.....	116
3.3	ARHITEKTURA IN PROTOKOL INTEGRATIVNIH VEČAGENTNIH POGAJANJ.....	123
3.4	METODE IZPELJAVE UTEŽI IN PRESLIKAVE V MATRIKO PARNIH PRIMERJAV.....	131
3.4.1	<i>Povezava med pragom veta in utežjo kriterija</i>	131
3.4.2	<i>Pristop na osnovi selektivnih moči</i>	133
3.4.3	<i>Pristop na osnovi mehke binarne relacije in indeksov dominace</i>	139
3.5	POSPLOŠITEV OBRAVNAVE VETA NA RAZLIČNE TIPE ODLOČANJA.....	141
3.5.1	<i>Uteževanje v kontekstu večrazrednega sortiranja in razvrščanja</i>	142
3.5.1.1	Sortiranje alternativ glede na poljubno mnogo profilov.....	142
3.5.1.2	Razvrščanje alternativ na osnovi relativnih parnih primerjav.....	143
3.5.2	<i>Vpeljava učinka veta v večatributno funkcijo koristnosti</i>	145
3.5.2.1	Koncepti prednostne relacije.....	145
3.5.2.1.1	Konstruktivizem.....	145
3.5.2.1.2	Delna in popolna nekompenzacija na osnovi učinka veta.....	146
3.5.2.1.3	Neprimerljivost alternativ.....	147
3.5.2.2	Obstoječe rešitve vpeljave veta v funkcijo koristnosti.....	148
3.5.2.3	Definicija kriterija veta in agregacijskega modela.....	149
3.5.2.3.1	Kriterij veta.....	150
3.5.2.3.2	Agregacijski model.....	151
3.5.2.3.3	Izpolnjevanje formalnih pogojev teorije koristnosti.....	152
3.6	PREDSTAVITEV POSTOPKA NA PRAKTIČNIH PRIMERIH.....	153
3.6.1	<i>Integrativno pogajanje</i>	153
3.6.2	<i>Izpeljava selektivnih moči in indeksov dominace kriterijev</i>	167
3.6.3	<i>Razvrščanje alternativ s funkcijo koristnosti ob upoštevanju veta</i>	172
4	DEFINICIJA EKSPERIMENTALNEGA MODELA.....	176
4.1	MODEL VREDNOTENJA POSTOPKA SKUPINSKEGA ODLOČANJA/POGAJANJA.....	176
4.1.1	<i>Splošni model</i>	176
4.1.2	<i>Upoštevani model</i>	181
4.1.2.1	Neodvisne spremenljivke modela.....	183
4.1.2.1.1	Metoda.....	183
4.1.2.1.2	Število kriterijev.....	183
4.1.2.1.3	Število odločevalcev.....	184
4.1.2.1.4	Preferenčni parametri.....	184
4.1.2.2	Odvisne spremenljivke modela.....	185
4.1.2.2.1	Zmožnost doseganja kompromisa.....	185
4.1.2.2.2	Sposobnost avtonomnega vodenja in razreševanja nesoglasij.....	187
4.1.2.2.3	Konvergenca mnenj.....	188
4.1.2.2.4	Robustnost sprejete odločitve.....	189

4.2	MODEL VREDNOTENJA METOD ZA IZPELJAVO UTEŽI KRITERIJEV	189
4.2.1	<i>Neodvisne spremenljivke modela</i>	191
4.2.1.1	Metoda.....	191
4.2.1.2	Število alternativ.....	193
4.2.1.3	Verjetnost veta.....	193
4.2.1.4	Naključno generiranje eksperimentalnih podatkov.....	193
4.2.1.5	Verjetnostna porazdelitev.....	194
4.2.1.5.1	Nepristranska enakomerna porazdelitev.....	195
4.2.1.5.2	Pristranska normalna porazdelitev	195
4.2.1.5.3	Pristranska enakomerna porazdelitev z delitvijo v dve skupini.....	196
4.2.2	<i>Odkvisne spremenljivke modela</i>	197
4.2.2.1	Občutljivost, razločevalnost in ekstremnost	197
4.2.2.2	Razhajanja med ordinalnimi razvrstitvami kriterijev.....	200
4.2.2.2.1	Razhajanja najpomembnejšega kriterija	201
4.2.2.2.2	Kemeny-Snellova razdalja	201
4.2.2.2.3	Utežena razdalja	202
4.2.2.3	Občutljivost na spremembe stopenj veta	207
4.2.2.4	Občutljivost na spremembe števila alternativ in kriterijev	208
4.2.2.4.1	Dodajanje novih alternativ	209
4.2.2.4.2	Dodajanje kopij obstoječih alternativ	210
4.2.2.4.3	Dodajanje kopij obstoječih kriterijev	210
4.3	MODEL VREDNOTENJA OPERATORJEV ZA PRESLIKAVO V MATRIKO PARNIH PRIMERJAV	212
4.3.1	<i>Simulacija in naključno generiranje eksperimentalnih podatkov</i>	212
4.3.2	<i>Odkvisne spremenljivke modela</i>	213
4.3.2.1	Konsistentnost presoje	213
4.3.2.2	Bogatost razločevalnih informacij.....	214
4.3.2.3	Ekstremnost uteži	215
5	PREGLED IN ANALIZA STATISTIČNO-TEORETIČNIH REZULTATOV	216
5.1	ZNAČILNOSTI POSTOPKA SKUPINSKEGA ODLOČANJA/POGAJANJA	216
5.1.1	<i>Zmožnost doseganja učinkovitega kompromisa</i>	216
5.1.2	<i>Sposobnost avtonomnega vodenja in razreševanja nesoglasij</i>	220
5.1.3	<i>Konvergenca mnenj</i>	224
5.1.4	<i>Robustnost sprejete odločitve</i>	225
5.1.5	<i>Občutljivost na spremembe v problemski situaciji</i>	229
5.1.6	<i>Miselno/informacijsko breme</i>	231
5.1.7	<i>Zmožnost učenja o problemski situaciji</i>	245
5.2	ZNAČILNOSTI METOD ZA IZPELJAVO UTEŽI KRITERIJEV	247
5.2.1	<i>Nepristranska enakomerna porazdelitev</i>	247
5.2.1.1	Splošne značilnosti	247
5.2.1.2	Občutljivost selektivnih moči in indeksov dominance na vhode modela	247
5.2.1.3	Razločevalnost selektivnih moči in indeksov dominance.....	250
5.2.1.4	Primerjava vseh štirih metod za izpeljavo uteži	252
5.2.1.4.1	Neposredna primerjava selektivnih moči in uteženih vsot	256
5.2.1.4.2	Primerjava stopenj veta z drugimi pristopi.....	257
5.2.1.4.3	Primerjava indeksov dominance z drugimi pristopi	257
5.2.1.5	Ekstremnost uteži	258
5.2.2	<i>Pristranska normalna porazdelitev</i>	259
5.2.2.1	Splošne značilnosti	259
5.2.2.2	Občutljivost na vhodne parametre	261
5.2.2.3	Razločevalnost in ekstremnost	263
5.2.3	<i>Pristranska enakomerna porazdelitev</i>	265
5.2.3.1	Splošne značilnosti	265
5.2.3.2	Občutljivost na vhodne parametre	268
5.2.3.3	Razločevalnost in ekstremnost	269
5.2.4	<i>Ordinalna razhajanja med pristopi</i>	272
5.2.4.1	Nepristranska enakomerna porazdelitev	272
5.2.4.2	Pristranska normalna porazdelitev.....	277
5.2.4.3	Pristranska enakomerna porazdelitev z delitvijo v dve skupini	282
5.2.5	<i>Občutljivost na spremembe stopenj veta</i>	289
5.2.5.1	Simetrične spremembe na osnovi enakomerne porazdelitve	289
5.2.5.2	Simetrične spremembe na osnovi normalne porazdelitve.....	299
5.2.6	<i>Občutljivost na dodajanje alternativ in kriterijev</i>	302
5.2.6.1	Dodajanje novih alternativ	302
5.2.6.2	Dodajanje kopij obstoječih alternativ	305

5.2.6.3	Dodajanje kopij obstoječih kriterijev.....	309
5.2.7	<i>Potrditev hipotez</i>	314
5.3	ZNAČILNOSTI OPERATORJEV PRESLIKAVE V MATRIKO PARNIH PRIMERJAV	316
5.3.1	<i>Konsistentnost presoj</i>	316
6.3.2	<i>Bogatost razločevalnih informacij</i>	316
6.3.3	<i>Ekstremnost uteži</i>	319
6	ZAKLJUČEK	320
	LITERATURA	321
	PRILOGA: STATISTIČNI REZULTATI SIMULACIJE	335
	ŽIVLJENJEPIS	356

1 Izhodišča doktorske disertacije

1.1 Opredelitev problema

1.1.1 Pomen združitveno-razdružitvene analize za procese integrativnih pogajanj in skupinskega odločanja

Pomembna skupina odločitvenih sistemov temelji na matematičnih modelih (Power in Sharda, 2007; Shim idr., 2002). Reševanje polstrukturiranih problemov s takšnimi sistemi omogočajo metode iz domene večkriterijske odločitvene analize (Bohanec, 2006; Triantaphyllou, 2000), ki so sposobne obravnave nasprotujočih si ciljev. Problem, s katerim se soočajo te metode, je sprejeti odločitev – izbrati najustreznejšo alternativo, sortirati¹ alternative v vnaprej definirane kategorije ali razvrstiti alternative od najboljše do najslabše – z agregacijo kvantitativnih ali kvalitativnih preferenčnih² informacij (Siskos in Spyridakos, 1999). Za izpeljavo zanesljivih zaključkov morajo zagotovljeni podatki odraziti človeško presojo v vsej njeni kompleksnosti. Ta zahteva pa se izkaže za nestvarno v številnih situacijah, v katerih so modelirani zapleteni prednostni sistemi. Tedaj pomeni pridobivanje preferenčnih informacij od neizkušenega ali časovno omejenega odločevalca ozko grlo. Dognanja iz prakse namreč kažejo, da imajo ljudje težave z določitvijo točnih vrednosti parametrov³, ki formalizirajo osebne presoje ter povejo, kako naj bodo vrednotene alternative (Dias idr., 2002). Potrjeno je, da odločevalci praviloma raje neposredno podajajo odločitve, kakor pa da jih pojasnjujejo v smislu parametrov (ibid).

¹ V računalništvu se namesto izraza sortiranje pogosto uporablja lepši slovenski izraz razvrščanje. V kontekstu odločitvene analize besedi nista sopomenki, ker v skladu z uveljavljenim strokovnim izrazoslovjem označujeta dva različna problemska tipa odločanja (Siskos in Spyridakos, 1999; Zopounidis in Doumpos, 2002).

² Sinonima za besedi preferenčen in preferenca sta v odvisnosti od konteksta bodisi prednost in prednost ali presojevalen in presoja. Vendar tudi prvi dve obliki v Slovarju slovenskega knjižnega jezika nista zaznamovani kot slogovno neustrezni, zato se v pričujočem dokumentu enakovredno uporablja vseh šest izrazov.

³ Pojem parameter predstavlja spremenljivko modela, katere vrednost specificira odločevalec. Parameter je torej kakršenkoli vhodni preferenčni podatek, recimo utež kriterija ali prag, ter ni razumljen kot sopomenka pojma kriterij in atribut. To je skladno z izrazoslovjem tuje strokovne literature s področja odločitvene analize.

Pridobivanje informacij o presojah in njihova formalizacija s preferenčnimi parametri je torej bistvena faza postopka odločanja. Neposredna specifikacija parametrov zagotovi, da je model skladen s človekovimi željami. Ker pa so klasični postopki zbiranja preferenčnih informacij neprikladni in pogosto v nasprotju z odločevalčevo voljo do sodelovanja v njih, jih poskuša nadomestiti združitevno-razdružitevni pristop⁴ (Jacquet-Lagrèze in Siskos, 2001), ki se nanaša na analizo globalnih presojevalnih hevristik z namenom identifikacije optimalnih parametrov agregacijskega modela. V kontekstu odločitvene analize so vrednosti parametrov izpeljane na osnovi referenčnega nabora nedvoumno ovrednotenih alternativ, pri čemer sloni specifikacija na matematičnem programiranju ali induktivnem učenju (Doumpos in Zopounidis, 2004).

Problem podajanja in prilagajanja preferenc se znatno poglobi v procesih pogajanj, v katerih skupina ljudi ali agentov medsebojno komunicira z namenom, da bi zadostila skupnim ciljem, ki premoščajo potencialno delno nezdružljive individualne cilje (Lomuscio idr., 2003; Raiffa idr., 2002; Stroebel, 2003). Tovrstni procesi zahtevajo poleg podajanja izhodiščnih presoj tudi neprenehno usklajevanje in iterativno prilagajanje pogledov v skladu z usmeritvami skupine. Podprti so z metodami večkriterijske odločitvene analize, zlasti iz domene večatributne teorije koristnosti (Aknine idr., 2004; Bichler idr., 2003; Daniel in Parco, 2005; Koehne idr., 2004; Power in Sharda, 2007; Van de Walle idr., 2001), ter so na aplikativni ravni v zadnjih letih na podlagi sodelovanja avtonomnih agentov praviloma vpeti v sisteme elektronskega poslovanja (Grieger, 2003; Weigand idr., 2003). Osnovni predpogoj za delegiranje pogajanj agentom je, da so le-ti parametrizirani s preferencami in zahtevami odločevalcev. Toda elicitacija⁵ presoj z obstoječimi metodami ni zadostno avtomatizirana, zaradi česar predstavlja ozko grlo. Dodatna težava je, da delujejo sistemi za elektronsko poslovanje v dinamičnem okolju. Zato presoje med potekom pogajanja ne smejo ostajati konstantne, temveč se morajo spreminjati, kajti le ob upoštevanju naslednjih smernic in dejstev so lahko dobljeni ugodni rezultati:

- izvabljanje preferenc mora biti inkrementalno;

⁴ Razdružitevni pristop se sooči z odločanjem iz obratnega zornega kota kakor tradicionalna paradigma. Njegova bistvena predpostavka je, da je odločitev že vnaprej poznana. Tedaj se odpre vprašanje, kako je možno poiskati racionalno osnovo za sprejetje te odločitve. Ali ekvivalentno: kakšen je preferenčni model, ki privede do enake ali karseda podobne odločitve, kot je dejanska?

⁵ Tujko elicitacija je v domači literaturi iz domene odločitvene analize in sistemov redko zaslediti, vendar se je v Sloveniji uveljavila na področju osnovnošolskega izobraževanja (primer: *Učni načrt: Angleščina*, Zavod RS za šolstvo, Ljubljana, 2004). V pričujoči dispoziciji doktorske disertacije pomeni ta termin izvabljanje, izražanje ali specifikacijo odločevalčevega mnenja oziroma presojo.

- na začetku procesa avtomatiziranega elektronskega poslovanja morajo biti upoštevane zgolj delne informacije, medtem ko naj bodo holistične⁶ informacije pridobljene med potekom pogajanja na osnovi že ovrednotenih alternativ in uspešnosti izvršenih akcij;
- agenti ali ljudje se morajo skozi proces pogajanja učiti in prilagajati svoje preferenčne strukture;
- vnaprej je zelo težko matematično specificirati preference.

Iz zgornjih zahtev sledi, da mora pogajalski oziroma odločitveni sistem zagotoviti učinkovito in razumno iterativno prilagajanje vrednosti preferenčnih parametrov posameznih avtonomnih agentov ali odločevalcev tako glede na lastne kakor skupinske holistične ocene. Temu lahko zadostijo metode umetne inteligence (Kwon in Sadeh, 2004), med katerimi obstajajo takšne, ki se s konstruktivno indukcijo učijo konceptov in so zmožne formalizacije večkriterijskih presoj. Njihov predstavnik je metoda HINT (Bohanec in Zupan, 2004). Druga razpoložljiva rešitev je združitevno-razdružitevna analiza, ki ni osredotočena zgolj na izpeljavo modela v smislu pričakovane točnosti, pač pa omogoča interaktivnost, katere cilj je usmerjati postopek odločanja skozi elicitacijo informacij, skladnih s presojami ljudi. Navkljub primerni osnovi za skupinske procese je združitevno-razdružitevno paradigmo do zdaj apliciralo malo skupinskih odločitvenih in pogajalskih metod (Demart idr., 2007; Matsatsinis idr., 2005; Matsatsinis in Samaras, 2001). Zanje ni dokazov, da bi konvergirale, zmanjševale informacijsko breme ter omogočale uspešno učenje in asinhrono komunikacijo. Še več, precej se jih sooča z vsaj eno od naslednjih pomanjkljivosti:

- končna odločitev je sprejeta na osnovi združevanja vrednosti preferenčnih parametrov modela oziroma vrstnih redov alternativ z različnimi operatorji povprečja ali razdalje, zaradi česar ni nujno skladna z mnenji večine odločevalcev, temveč utegne biti zgolj posledica izrazitih razhajanj v skupini;
- pri sprejemanju odločitve je upoštevana le podmnožica parametrov, najpogosteje zgolj uteži kriterijev;
- udeleženci odločitvenega postopka so preobremenjeni;

⁶ Tujka holističen je uveljavljena tako v svetovni znanstveno-strokovni literaturi iz področja odločitvene analize (Jacquet-Lagrèze in Siskos, 2001) kakor tudi v Sloveniji v različnih strokah. Holistične informacije so v sklopu združitevno-razdružitvene analize pridobljene, kadar odločevalec poda skupne, končne ocene alternativ namesto vrednosti posameznih parametrov modela.

- prevelika odgovornost pade na pleča moderatorja, katerega delovanje je subjektivno in podvrženo neracionalnosti, pristranskosti ter omejitvam razpoložljivih podatkov, časa in znanja;
- ne obstaja samodejen mehanizem za aktivno usmerjanje odločevalcev h konsenzu;
- niso podprta večagentna pogajanja⁷.

Pred nedavnim so Demart idr. (2007) predstavili prvo metodologijo, ki kombinira prednostno relacijo (Roy, 1996), skupinsko odločanje, združitevno-razdružitevno paradigmo in sortiranje alternativ (Zopounidis in Doumpos, 2002). Temelji na metodi ELECTRE TRI (Mousseau idr., 2000) in je bila implementirana s sistemom IRIS (Dias in Mousseau, 2003). Kljub temu da je učinkovita, ima nekaj omejitev, ki jih je treba neobhodno premostiti:

- ne osredotoča se na druge preferenčne parametre kakor na uteži kriterijev;
- izpeljava uteži kriterijev temelji na holističnih ocenah alternativ in ne upošteva drugih informacij, kot na primer učinka veta;
- potrebna je kompleksna in časovno potratna komunikacija med člani skupine, ki se močno zanaša na doprinos človeka kot moderatorja in mora biti strukturirana v obliki postopka Delfi (Pečjak, 1989; Turoff in Hiltz, 1996), za katerega ni podanih ustreznih smernic;
- mehanizem je namenjen usmerjanju odločevalcev, zato ni primeren za avtomatizirana večagentna pogajanja;
- mehanizem ne identificira odločevalca, ki se mora prilagoditi ostalim članom skupine, temveč prepusti to presojo moderatorju;
- robustnost ni merjena glede na dovoljena odstopanja/spremembe parametrov modela.

Izvesti je potrebno raziskavo, ki premošča opredeljene pomanjkljivosti. Osredotočiti se mora na zasnovo samodejnega integrativnega večagentnega mehanizma, ki zagotovi prilagodljivost preferenc na podlagi združitevno-razdružitvene analize. V njegovem sklopu mora vzpostaviti porazdeljeno večagentno arhitekturo, definirati protokol za izmenjavo preferenčnih podatkov in vpeljati algoritme za konvergentno interaktivno-iterativno sprejemanje odločitve, s katero soglašajo vse vpletene strani. Hkrati mora upoštevati naslednja dejstva:

⁷ Avtonomni agenti lahko nadomestijo ali zastopajo ljudi v vseh odločevalskih, komunikacijskih in pogajalskih aktivnostih (Lomuscio idr., 2003).

- Za skupinsko odločanje so pomembni vsi preferenčni parametri. Odločitveni sistem mora aktivno pomagati posameznikom pri določitvi teh vhodnih vrednosti in jih tudi upoštevati pri ocenjevanju alternativ.
- Dosežen mora biti konsenz ali vsaj kompromis. Alternativa, ki je izbrana z ozirom na povprečne vrednosti parametrov, v splošnem ni ne eno ne drugo. Zato niso zaželenje neposredne agregacije rezultatov odločevalcev v skupinsko rešitev.
- Poznana mora biti dosežena stopnja konsenza.
- Doprinos in aktivnost človeka kot moderatorja morata biti zmanjšana na minimum ali popolnoma odpravljena. Odločitveni sistem prevzame avtonomno voditeljsko vlogo in usmerja člane skupine k iskanju in doseganju konsenza. Moderator posreduje zgolj v primeru resnih, računalniško neobvladljivih nasprotij.
- Postopek odločanja je lahko bodisi demokratičen bodisi hierarhičen⁸.
- Miselno breme mora biti minimizirano, hkrati pa mora biti maksimiziran vpogled v odločitveni model, kar daje osnovo za poglobljanje znanja o problemski situaciji.

1.1.2 Problem izbire preferenčnega modela

Pogajalski mehanizem mora sloneti na določenem večkriterijskem preferenčnem modelu. Kot navajata Matsatsinis in Samaras (2001), aplicirajo domala vsi obstoječi pristopi večatributno teorijo koristnosti (Keeney in Raiffa, 1976), ki je bila dopolnjena tudi že z nekaterimi drugimi preferenčnimi formati, recimo z ordinalnimi razvrstitvami, parnimi primerjavami in mehкими relacijami (Choudhury idr., 2006; Herrera idr., 2001; Herrera-Viedma idr., 2002). Bistvena pomanjkljivost teorije koristnosti je, da zahteva popolno racionalnost pri odločanju, ki jo je v praksi skoraj nemogoče doseči (Stewart in Losa, 2003). Še več, tudi omejena racionalnost je lahko zagotovljena samo z rigoroznim postopkom zbiranja informacij. Zato je bolj prikladno modeliranje preferenc na osnovi konceptov prednostne relacije in psevdokriterija. Potrjeno je bilo, da ta koncepta zelo učinkovito obravnavata nenatančnost, negotovost in nedoločenost v številskih podatkih (Miettinen in Salminen, 1999). Ker izvirata iz principov konstruktivizma, neprimerljivosti in delne nekompenzacije, se obneseta tudi v situacijah, v katerih od drugih metod ne gre pričakovati razumnih rezultatov (Rauschmayer, 2001).

⁸ Odločitveni postopek je demokratičen, če so vsi člani skupine popolnoma enakopravni, in hierarhičen, če imajo člani različne vplive, kar izvira iz položaja in sposobnosti nekaterih posameznikov ali iz njihove odgovornosti za sprejeto odločitev (Jabeur idr., 2004; Leyva-López in Fernández-González, 2003; Zhang in Lu, 2003).

Metode, ki temeljijo na psevdokriteriju in prednostni relaciji in po večini pripadajo družinama PROMETHEE (Brans in Vincke, 1985) ter ELECTRE (Roy, 1991), imajo nekaj bistvenih pomanjkljivosti. Najbolj kritična je, da od odločevalca zahtevajo določitev vrednosti velikega števila preferenčnih parametrov, s čimer nalagajo nanj nezanemarljivo miselno breme⁹. Poleg tega dajejo omejen vpogled v izpeljavo rezultatov in ne zagotavljajo zadostne prilagodljivosti modela. Z namenom premostitve omenjenih slabosti so bili zasnovani interaktivni pristopi, kakršni so trihotomijska segmentacija (Jaszkiewicz in Ferhat, 1999), analiza GAIA (Brans in Mareschal, 1997) ter postopek iskanja v prostoru uteži (Miettinen in Salminen, 1999). Daleč največjo stopnjo uporabnosti pa gotovo dosega nadgradnja metode sortiranja ELECTRE TRI z združitveno-razdružitveno paradigmo (Dias idr., 2002; Mousseau in Slowinski, 1998). Toda za te pristope velja, da niso prilagojeni skupinskemu odločanju in avtonomnim pogajanjem ali pa njihove razširitve v tem pogledu niso učinkovite. Skupinski PROMETHEE (Brans idr., 1997) ne privede do enotnih mnenj odločevalcev, ker ima kompenzacijski značaj. Nadgradnja grafične analize GAIA (Espinasse idr., 1997) je preveč odvisna od sposobnosti moderatorja, kateremu nalaga prekomerno miselno breme. Enako velja za sistem JUDGES (Colson, 2000), ki integrira metode iz družin ELECTRE in PROMETHEE. Metoda ELECTRE-GD (Leyva-López in Fernández-González, 2003) lahko zagotovi le kompromis, ker so člani odločitvene skupine prisiljeni sprejeti odločitev, dobljeno po pravilih moderatorja. Skupinski ELECTRE TRI (Dias in Clímaco, 2000) ne konvergira h konsenzu, temveč zgolj poišče ekstremne ocene alternativ, veljavne glede na omejitve nenatančnih vrednosti preferenčnih parametrov. Jabuer idr. (2004) pa so se osredotočili le na šibke ordinalne razvrstitve, izpeljane z ELECTRE III ali PROMETHEE.

Navedeni skupinski pristopi niso primerni za avtomatizirana pogajanja in so podvrženi še eni pomanjkljivosti – zahtevi po zapleteni razpravi v sklopu skupinskega srečanja. Zato mora biti postopek reševanja problema dobro strukturiran, hkrati pa mora biti človeku kot moderatorju zaupana odgovorna in obremenjujoča vloga, zlasti ko obstaja več konfliktnih scenarijev. Dano slabost še dodatno pogloblja dejstvo, da omenjeni pristopi/sistemi ne premorejo samodejnega mehanizma za aktivno usmerjanje članov odločitvene skupine k enotnemu dogovoru. Torej ne

⁹ Povečevanje količine informacij do neke mere vnaša racionalnost. Vendar je izhodiščna predpostavka koncepta psevdokriterija, da popolne racionalnosti ni mogoče zagotoviti (Stewart in Losa, 2003), zaradi česar sta vpeljana pragova indifferenca in preference (Roy, 1996), ki modelirata nenatančnost, nedoločenoost in negotovost. Ob tem bi bilo nujno odgovoriti na raziskovalno vprašanje, kolikšna miselna obremenitev še dopušča ali celo izboljšuje racionalnost in nad katero mejo začne racionalnost upadati. Iskanje tega odgovora presega okvirje disertacije.

znajo svetovati, kako prilagoditi preferenčne parametre v primeru znatnih razhajanj osebnih mnenj. Iz tega razloga je za učinkovit postopek skupinskega odločanja ali pogajanja nujno, da sledi združitevno-razdružitevno principu. Na osnovi ovrednotenih alternativ, ki so odraz globalnih presoj posameznika kot tudi skupine, mora prilagoditi model, tako da reproducira predhodno dogovorjene soglasne rešitve.

1.1.3 Razširitev združitevno-razdružitvene analize z obravnavo korelacij med preferenčnimi parametri v kontekstu izpeljave uteži kriterijev

Združitevno-razdružitvena analiza nadgrajuje strojno učenje (Kononenko, 2005) z namenom zagotovitve čimvečje transparentnosti in prilagodljivosti modela. To pomeni, da so vrednosti preferenčnih parametrov izpeljane na podlagi postavljenih linearnih omejitev in specificiranih holističnih ocen v obliki nedvoumno ovrednotenih referenčnih primerkov variant, ne pa tudi glede na učinek drugih komplementarnih parametrov. Jasno je, da vsi tipi parametrov niso in niti ne smejo biti korelirani, vendar obstaja povezava med utežmi kriterijev in vplivom veta, ki ga v sklopu psevdokriterijev zrcalijo ustrezni pragovi (Bregar, 2002). Le-ti imajo delen ali popoln nekompenzacijski vpliv na vrednotenje alternativ. Posamezen veto sme samostojno, ne da bi upošteval ostale parametre, preprečiti izbiro poljubne alternative. Več alternativ kot izloči, bolj selektivno močan je. Tako izraziteje doprinese k odločitvi ter posledično odraža relativno pomembnost kriterija.

Določanje pomembnosti kriterijev, ki je eden osrednjih korakov izvabljanja odločevalčevih presoj, je zapleteno in časovno zahtevno opravilo. To potrjujejo številni viri (Figueira in Roy, 2002; Pictet in Bollinger, 2005; Rogers in Bruen, 1998b; Saaty, 1999; Shepetukha in Olson, 2001), ki predlagajo različne pristope za pomoč pri izbiri uteži. Vendar gre le za strukturirane tehnike, katere olajšajo človekovo izražanje ter ne premorejo mehanizma za svetovanje pri razporeditvi uteži glede na dejansko problemsko situacijo, zrcaljeno skozi ostale preferenčne parametre odločitvenega modela. Obstaja sicer tudi nekaj metod, ki to omogočajo (Ribeiro in Pereira, 2003; Zeleny, 1982), a niso vezane na sklop preferenčnih informacij, obravnavanih s konceptom veta.

Iz pojasnjenih razlogov je potrebno zasnovati izviren pristop za izpeljavo uteži kriterijev na podlagi pragov veta. Tega se je dotaknilo že magistrsko delo (Bregar, 2002), ki pa je pustilo

precej odprtih možnosti za nadaljnje raziskave. V njem predlagana samodejna specifikacija uteži se lepo vklaplja v združitevno-razdružitevni mehanizem skupinskega odločanja oziroma večagentnega pogajanja, hkrati pa jo je možno aplicirati povsem samostojno.

1.1.4 Premoščanje omejitev predhodnih lastnih raziskav

Integrativni večagentni mehanizem, ki ujame preference v obliki psevdokriterija in zagotovi prilagodljivost na osnovi združitevno-razdružitvene analize, gradi na temeljih metode iskanja konsenza, ki je bila specificirana v sklopu predhodne lastne raziskave (Bregar, 2002; Bregar idr., 2003). Nadgradnja te raziskave je nujna, ker ni obravnavala v času informacijske družbe in spletnih storitev nadvse relevantnega področja avtomatiziranih pogajanj (Bregar in Jurič, 2006). Prav tako ni definirala izvedljivih metrik robustnosti, ki pomenijo predpogoj za izbiro agentov/odločevalcev, ki naj bi se zaradi konfliktnih, a hkrati ne dovolj trdnih presoj podredili skupinskemu mnenju. Nenazadnje pa se tudi ni posvetila proučevanju značilnosti pristopa. Zato je potrebna opredelitev celovitega eksperimentalnega modela, ki upošteva vse dejavnike kakovosti različnih tipov skupinskih odločitvenih metod – od klasičnih, katere vključujejo le agregacijo preferenc, do tistih, ki so zasnovane na razdružitveni analizi in psevdokriteriju. Ker zadovoljivo kompleksnega in verodostojnega modela v literaturi ni moč zaslediti, je razumno predpostaviti, da gre za pomemben doprinos v povsem samostojnem kontekstu.

Metodi za specifikacijo uteži, ki sta bili definirani v okviru magistrskega dela, izpeljeta tako imenovane selektivne moči in indekse dominace ter sta dopolnjeni s preslikavo v matriko parnih primerjav, skladno z značilnostmi metode AHP (*Analytic Hierarchy Process*) (Saaty, 1980). Kot velja za rešitve vsake raziskave, je tudi zanju nujno ugotoviti, ali sta učinkoviti. Iz tega razloga sta bili v preteklosti že ovrednoteni s statističnimi poskusi (Bregar in Györkös, 2003; Bregar idr., 2003). Vendar ti poskusi niso bili opravljeni na metodološko korekten in celovit način. To hkrati pomeni, da niso temeljili na formalnem eksperimentalnem modelu. Z njimi dobljeni rezultati niso bili ne popolni ne zanesljivi in niti ne povsem pravilni. Torej je mogoče sklepati o omejenosti in neuporabnosti predhodnih statističnih analiz.

Dodatna pomanjkljivost obstoječih metod za izpeljavo uteži je prirejenost zelo specifičnemu tipu odločitvene analize – dvokategorijskemu (dihotomijskemu) sortiranju variant na temelju konceptov psevdokriterija in prednostne relacije. Pri tem gre za izviren pristop k prilagoditvi in poenostavitvi metode ELECTRE TRI. Četudi ima ta pristop številne prednosti, so v praksi

pogosto aplicirane druge odločitvene metode, predvsem iz domene teorije koristnosti, kot tudi upoštevani drugi problemski tipi odločanja, še posebej razvrščanje alternativ od najboljše do najslabše in večkategorijsko sortiranje alternativ.

Kot zadnja naloga disertacije se torej zastavlja posplošitev metod za izpeljavo selektivnih moči in indeksov dominance na problemska tipa razvrščanja in večkategorijskega sortiranja alternativ ter na modeliranje preferenc z večatributno funkcijo koristnosti. Slednja ne pozna učinka veta, ker temelji na agregaciji s kompenzacijo preferenc. Šele pred nedavnim so se pojavile prve ideje o njenem nekompenzacijskem obnašanju (Stewart in Losa, 2003). Vendar pa še niso bile operacionalizirane, to je podprte z ustreznimi metodološkimi rešitvami. Poleg tega se dotikajo zgolj delne nekompenzacije, ne pa tudi popolne, kakršno omogočajo pragovi psevdokriterija. To pomeni, da kaže postaviti matematične temelje za nadgradnjo in prenos idej v prakso, kar predstavlja izviren doprinos k integraciji koncepta vpliva veta v odločitveno analizo na osnovi teorije koristnosti.

1.1.5 Komplementarnost obstoječim študijam odločitvenih metod

Do sedaj je bilo opravljenih precej eksperimentalnih študij večkriterijskih odločitvenih metod. Razmeroma celovito so bile zasnovane raziskave temeljnih metod za agregacijo individualnih preferenc, kakršne so AHP, multiplikativni AHP (Van den Honert, 1998), TOPSIS (Hwang in Yoon, 1981; Zavadskas idr., 2006), SMART (von Winterfeldt in Edwards, 1986), ELECTRE, PROMETHEE, aditivna in multiplikativna utežena agregacija (Zeleny, 1982) ter večatributna funkcija koristnosti. Te raziskave so praviloma upoštevale veliko spremenljivk (Aloysius idr., 2006; Birnbaum idr., 1999; Olson, 2001; Triantaphyllou, 2000; Triantaphyllou in Baig, 2005; Zanakis idr., 1998). Bolj omejene so bile študije strukturiranih tehnik za pomoč pri izpeljavi uteži kriterijev (Doyle idr., 1997; Fischer, 1995; Harte in Koele, 1995; León, 1997; Olson, 2004) in študije miselnega procesa uteževanja (Barlas, 2003; Bonaccio in Reeve, 2006), ki so se osredotočale na eno do dve spremenljivki. Slednje velja še izraziteje za študije skupinskih odločitvenih procesov (Benbunan-Fich idr., 2002; Paul idr., 2004; Stohr in Konsynski, 1992; Tung in Quaddus, 2002), katerih avtorji so se skušali izogniti kompleksnosti. V literaturi pa sploh ni moč zaslediti modela za vrednotenje združitveno-razdružitvenih metod, integriranih v sisteme za podporo skupinskemu odločanju, saj se raziskave razdružitvene analize dotikajo le vprašanja matematične optimalnosti poiskanih vrednosti preferenčnih parametrov (Beuthe in

Scannella, 2001; Doumpos in Zopounidis, 2004). Zato je nujna raziskava s ciljem vpeljave in aplikacije celovitega ogrodja za vrednotenje:

- metod, postopkov in sistemov za skupinsko odločanje ter avtomatizirana pogajanja,
- združitveno-razdružitvenih pristopov k skupinskemu odločanju in pogajanjem,
- metod za specifikacijo uteži pomembnosti kriterijev.

1.2 Cilji doktorske disertacije

Na podlagi pojasnjene problematike je temeljni cilj doktorske disertacije vpeljava postopka pogajanj, ki bo z aplikacijo združitveno-razdružitvene analize v najvišji možni meri odpravil potrebo po aktivnosti moderatorja, usmerjal odločevalce ali avtonomne agente k doseganju konsenza, samodejno prilagajal preferenčne parametre z ozirom na zahteve posameznikov in poglede celotne pogajalske/odločitvene skupine, zmanjševal miselno/informacijsko breme ter hkrati zagotovil prilagodljivost modela in dobro vpogledljivost vanj, vzpodbujal učenje o problemski situaciji ter učinkovito modeliral medsebojni vpliv preferenčnih parametrov v kontekstu specifikacije uteži pomembnosti kriterijev. Nadaljnji cilj je definicija celovitega generičnega eksperimentalnega modela za vrednotenje združitveno-razdružitvenih kakor tudi klasičnih združitvenih pristopov k pogajanjem in skupinskemu odločanju ter za vrednotenje metod, namenjenih izpeljavi uteži. Ta model naj bi služil ocenitvi predlaganih metodoloških rešitev in njihovi primerjavi z obstoječimi.

1.2.1 Teza in hipoteze doktorske disertacije

Teza:

Možno je definirati združitveno-razdružitveni postopek, ki na osnovi individualnih holističnih ocen alternativ in korelacij preferenčnih parametrov na konceptu psevdokriterija temelječega odločitvenega modela zagotovi samodejnost in konvergenco skupinskih oziroma avtonomnih večagentnih integrativnih pogajanj ter učinkovito izpeljavo uteži kriterijev.

Postavljena teza je potrjena na osnovi triindvajsetih hipotez. Le-te so definirane tako, da je v splošnem pričakovana njihova potrditev, kljub temu pa sta dopuščeni tudi možnosti zavrnitve in nedokazljivosti. Hipotez je razmeroma veliko, vendar so povsem elementarne in eksaktne, kar zagotavlja enostavno in učinkovito preverljivost ter posledično zadostno obvladljivost v

okviru doktorske disertacije. Združene so v tri zaokrožene sklope, ki so zaradi preglednosti zajeti v tabeli 1.1 in obravnavajo (1.) postopek skupinskega odločanja oziroma pogajanja, (2.) določitev uteži kriterijev na podlagi učinka veta in (3.) preslikavo uteži v za človeka prikladno matriko parnih primerjav.

Tabela 1.1: Pregled elementarnih hipotez po sklopih

Hipoteze o postopku skupinskega odločanja oziroma pogajanja	$H_{1,1}$	Dihotomijsko sortiranje alternativ, podprto z metrikami robustnosti presoj, zagotovi učinkovit kompromis skupine odločevalcev in/ali avtonomnih agentov.
	$H_{1,2}$	Pogajalski postopek ima avtonomno vodstveno sposobnost, usmerjeno k reševanju nesoglasij.
	$H_{1,3}$	Pogajalski postopek konvergira brez sodelovanja moderatorja ali odločevalcev.
	$H_{1,4}$	Pogajalski postopek rezultira v robustni skupinski odločitvi.
	$H_{1,5}$	Pogajalski postopek ni občutljiv na spremembe v problemski situaciji.
	$H_{1,6}$	Dvokategorijsko sortiranje alternativ, ki temelji na izražanju preferenc v obliki psevdokriterija in je podprto z razdružitveno analizo, zagotavlja manjše miselno/informacijsko breme kakor metode, ki so se uporabljale do sedaj.
	$H_{1,7}$	Z razdružitveno analizo podprto skupinsko dihotomijsko sortiranje omogoča boljši vpogled v problemsko situacijo, izraženo s parametri odločitvenega modela, kakor obstoječe metode.
Hipoteze o izpeljavi uteži kriterijev	$H_{2,1}$	Na ordinalnih informacijah temelječa izpeljava uteži zagotovi neobčutljivost na spreminjanje značilnosti problemske situacije, ki jih simulirajo parametri eksperimentalnega modela.
	$H_{2,2}$	Na kardinalnih informacijah temelječa izpeljava uteži odraža značilnosti problemske situacije, ki so simulirane s parametri eksperimentalnega modela.
	$H_{2,3}$	Povprečne izpeljane uteži so znotraj intervala, ki je razmejen z referenčnimi utežmi ROC in RS, zaradi česar je njihova razločevalnost ustrezna.
	$H_{2,4}$	Ekstremni vektor izpeljanih uteži je skladen z uveljavljenimi normami.
	$H_{2,5}$	Ob upoštevanju nepristranske enakomerne ali pristranske normalne verjetnostne porazdelitve v izpeljanem vektorju uteži ni anomalij.
	$H_{2,6}$	Izpeljava uteži na osnovi relativnih meritev pravilno upošteva učinek medsebojnega izločanja kriterijev in konfliktnost alternativ.
	$H_{2,7}$	Izpeljava uteži na osnovi absolutnih meritev ni zmožna soočanja s konfliktnimi alternativami in kriteriji.
	$H_{2,8}$	Izpeljava uteži na osnovi relativnih meritev zagotavlja sprejemljivo občutljivost na dodajanje kopij kriterijev.
	$H_{2,9}$	Zaradi strukturne neodvisnosti je absolutna izpeljava uteži imuna na kopiranje kriterijev.
	$H_{2,10}$	Uteži so občutljive na dodajanje kopij alternativ, ker le-to spremeni problemsko situacijo.
	$H_{2,11}$	Izpeljava uteži je neobčutljiva na majhne in občutljiva na velike spremembe veta, pri čemer je porast občutljivosti učinkovit.
	$H_{2,12}$	Ordinalne razvrstitve kriterijev potrjujejo značilnosti kardinalnih vektorjev uteži – odstopanja od drugih pristopov se večajo z občutljivostjo na vhodne parametre in razločevalnostjo.
Hipoteze o preslikavi v matriko parnih primerjav	$H_{3,1}$	Matrike parnih primerjav, ki so generirane z linearno preslikavo, imajo sprejemljivo stopnjo konsistentnosti, ker ohranijo tranzitivnost ordinalnih razvrstitev kriterijev.
	$H_{3,2}$	Matrike parnih primerjav, ki so generirane z linearno preslikavo, ohranijo izvirne informacije in hkrati povečajo doprinos kriterijev s šibkim učinkom veta.
	$H_{3,3}$	Informacije izginjajo, če so matrike parnih primerjav generirane z eksponentno funkcijo.
	$H_{3,4}$	Ne glede na uporabljeni operator preslikave so uteži, izpeljane iz matrike parnih primerjav, manj ekstremne kakor izvirne uteži.

Hipoteze so izpeljane iz odvisnih spremenljivk eksperimentalnega modela. Veljavnost hipotez $H_{1.5}$ do $H_{1.7}$ je mogoče potrditi teoretično, ostale pa so operacionalizirane s kvantitativnimi metrikami, za katere so lahko vsi podatki pridobljeni z računalniško simulacijo. Prednosti simulacije sta, da ponazori najširši spekter relevantnih problemskih situacij ter da odpravi potrebo po raziskovanju odziva ljudi (Zanakis idr., 1998). Reprezentativnost eksperimentalnih rezultatov je možno doseči na podlagi obsežnega nabora kombinacij vrednosti neodvisnih spremenljivk, ki pokrije vse bistvene odločitvene kontekste in odrazi značilnosti različnih tipov odločevalcev. Verodostojnost teh kombinacij pa naj bi zagotovili naslednji koncepti:

- spreminjanje števila alternativ in kriterijev z namenom obravnave različnih razmerij med množicama prvih in drugih;
- upoštevanje merodajnih stopenj šibkega in strogega veta v sklopu vrednotenja metod samodejne izpeljave uteži kriterijev;
- vzorčenje pragov indifferene, preference, nesoglasja in veta v obliki lingvističnih¹⁰ stopenj vpliva {zelo šibek, šibek, zmeren, močen, zelo močen} in preslikava le-teh v numerične vrednosti na osnovi relativnega odmika od naključno izbranega profila, pri čemer je odmik izražen z decibeli, katerih uporabo sta v kontekstu odločitvene analize vpeljala Rogers in Bruen (1998a);
- vzorčenje iz enakomerne verjetnostne porazdelitve po zgledu simulacijskih raziskav drugih avtorjev (Triantaphyllou, 2000; Triantaphyllou in Baig, 2005; Zanakis idr., 1998), dodatno pa še iz pristranske normalne porazdelitve z linearnim zamikom med kriteriji ter pristranske enakomerne porazdelitve z delitvijo kriterijev in alternativ v konfliktne skupine z namenom ponazoritve specifičnih stvarnih problemskih situacij in obravnave razlik v razmišljanju ljudi.

1.2.1.1 Hipoteze o postopku skupinskega odločanja/pogajanja

Hipoteza $H_{1.1}$:

Dihotomijsko sortiranje alternativ, podprto z metrikami robustnosti presoj, zagotovi učinkovit kompromis skupine odločevalcev in/ali avtonomnih agentov.

Metode za skupinsko odločanje imajo praviloma kompenzacijski značaj. To pomeni, da izvira sprejeta odločitev iz združenih, najpogostejše povprečnih vrednosti preferenčnih parametrov.

¹⁰ Lingvistični modifikatorji so bili vpeljani v sklopu teorije mehkih množic (Klir in Yuan, 1995; Zimmermann, 1996) in predstavljajo kvalitativne, opisne ekvivalente številskim vrednostim.

Toda te ne odražajo nujno mnenja večine odločevalcev ali avtonomnih agentov, zaradi česar se utegne zgoditi, da najboljše ocenjeni alternativni ne daje prednosti (skoraj) nihče, pač pa je njena izbira zgolj posledica znatnega nesoglasja v skupini. Poleg tega večina obstoječih metod pri združevanju individualnih preferenc upošteva le podmnožico parametrov kvantitativnega modela, kar še dodatno krha verodostojnost odločitve.

Pri dihotomijskem sortiranju združevanje vrednosti parametrov na nivoju skupine ni potrebno. Razvidno je namreč, koliko udeležencev postopka podpira izbiro posamezne alternative. Zato se ne more zgoditi, da bi bila sprejeta rešitev, s katero se ne bi strinjala večina ljudi/agentov. To pa pomeni, da je lahko dosežen realen kompromis, ki ne predstavlja zgolj neke navidezne odločitve. V kolikor pride do izenačenja alternativ po številu glasov, pretvorijo enakovrednost v relacijo jasne prednosti metrike robustnosti, ki izražajo oddaljenost od meje sprejemljivosti. Takšen pristop tudi zagotovi demokratičnost odločitvenega/pogajalskega procesa.

Hipoteza $H_{1,2}$:

Postopek odločanja/pogajanj ima avtonomno vodstveno sposobnost, usmerjeno k razreševanju nesoglasij.

Za večino obstoječih interaktivnih skupinskih odločitvenih/pogajalskih postopkov velja, da se močno zanašajo na doprinos človeka kot moderatorja, katerega delovanje je subjektivno in neredko podvrženo neracionalnosti, pristranskosti ter omejitvam razpoložljivih podatkov, časa in znanja. Ker takšno vodenje v splošnem ni učinkovito in ker ne olajša dela odločevalcem ali njihovim agentom, je nujno, da prevzame vlogo moderatorja implementirani sistem. Obdelati in ovrednotiti mora relevantne podatke ter na podlagi pridobljenih informacij poiskati stične točke in nasprotja v presojah ljudi oziroma avtonomnih agentov. Premostiti mora konflikte, ki so posledica razhajanj presoj, izraženih z vhodnimi parametri modela in zrcaljenih v različnih individualnih odločitvah. Zato je njegova dolžnost svetovati glede najprimernejših vrednosti parametrov in glede akcij, ki naj bi jih izvršili posamezni člani skupine. Na ta način je lahko v več iteracijah dosežen konsenz.

Hipoteza $H_{1,3}$:

Pogajalski postopek konvergira brez sodelovanja moderatorja ali odločevalcev.

Razreševanje nesoglasij in vodenje imata izrazit vpliv na kovergenco mnenj, ki je eden izmed bistvenih dejavnikov kakovosti pogajalskih in skupinskih odločitvenih procesov. Učinkoviti

postopki ne potrebujejo veliko iteracij za konvergenco k odločitvi, dosežejo visoko stopnjo konsenza in zagotovijo, da večina udeležencev izrazi zadovoljstvo z rezultatom. V nasprotju s preostalimi obstoječimi metodami mora biti v sklopu disertacije definiran algoritem sposoben povsem samodejnega iterativnega približevanja konsenzu. Odsotnost človeka kot moderatorja in omejenost sodelovanja odločevalcev sta namreč predpogoja za avtonomnost večagentnih pogajanj. Ljudje naj bi bili tako odgovorni le za določitev bodisi točnih izhodiščnih vrednosti preferenčnih parametrov bodisi njihovih intervalnih omejitev. Razdružitvena analiza pa naj bi nato poskrbela za prilagajanje teh vrednosti z namenom razumnega poenotenja individualnih zahtev in mnenj.

Hipoteza $H_{1.4}$:

Pogajalski postopek rezultira v robustni skupinski odločitvi.

Sprejeta odločitev mora biti robustna. Zaželeno je, da je minimalna sprememba preferenčnih parametrov, ki rezultira v drugačni odločitvi, čim večja. Robustnost je koncept, o katerem se v kontekstu odločitvene analize veliko piše (Saltelli idr., 1999). Zato so na voljo pristopi, ki jo preverjajo (Vincke, 1999). V okviru disertacije jo zagotovi nekaj izvirnih metrik, prikrojenih integrativnemu večagentnemu pogajalskemu postopku na temelju koncepta psevdokriterija in dihotomijskega sortiranja alternativ.

Hipoteza $H_{1.5}$:

Pogajalski postopek ni občutljiv na spremembe v problemski situaciji.

Robustnost sprejete odločitve v dani specifični situaciji, ki jo naslavlja hipoteza $H_{1.4}$, v praksi ne zadošča. Če se problemska situacija rahlo spremeni, se izvirna in končna odločitev prav tako ne smeta znatneje razhajati. Pri tem je bistveno, da se ohrani izbira, ordinalni vrstni red ali klasifikacija alternativ.

Problemska situacija je definirana s številnimi dejavniki, kot so nabor in hierarhija kriterijev, nabor alternativ, sestava odločitvene oziroma pogajalske skupine ter vrednosti preferenčnih in tehničnih parametrov modela. Vendar se najpomembnejši postavki nanašata na odstranjevanje obstoječih variant ali dodajanje njihovih identičnih kopij in na umik odločevalcev/agentov iz odločitvenega/pogajalskega postopka. Izsledki raziskav kažejo, da se zaradi neizpolnjevanja aksioma neodvisnosti z njima ni sposobna učinkovito soočiti metoda AHP (Saaty, 2006), ki sloni na relativnih parnih primerjavah. V nasprotju z njo pa gre pri postopku, ki ga vpeljuje

disertacija, za sortiranje alternativ, torej za absolutno primerjavo le-teh z referenčnimi profili. Zato je pričakovati, da je občutljivost postopka na spremembe problemske situacije nična ali v najslabšem primeru majhna.

Hipoteza $H_{1,6}$:

Dvokategorijsko sortiranje alternativ, ki temelji na izražanju preferenc v obliki psevdokriterija in je podprto z razdružitveno analizo, zagotavlja manjše miselno/informacijsko breme kakor metode, ki so se uporabljale do sedaj.

Začetno miselno breme je pogojeno s tehničnimi/teoretičnimi značilnostmi metode, predvsem s količino potrebnih vhodnih podatkov glede na posamezen kriterij. Bistven dejavnik je tudi težavnost izvabljanja preferenc, saj so lahko le-te podane v obliki holističnih ocen, na osnovi natančnih vrednosti parametrov ali z uporabo neke posredne tehnike, kakršna je AHP, ki sloni ne matrikah parnih primerjav. Predlagana metoda bo zmanjševala začetno miselno breme na podlagi lokalizacije problema, samodejne izpeljave uteži in možnosti specifikacije vrednosti parametrov modela z lingvističnimi modifikatorji vnaprej izbranih relativnih velikosti pragov psevdokriterija.

Miselno/informacijsko breme med odločitveno/pogajalsko analizo se odraža v zapletenosti in številu operacij, ki jih mora opraviti odločevalec v posamezni iteraciji. Metoda ga bo skušala zmanjšati z ustreznim samodejnim vodenjem postopka in avtomatizirano indukcijo vrednosti parametrov modela na osnovi razdružitvene analize. S tem bo presegla zmožnosti obstoječih metod.

Hipoteza $H_{1,7}$:

Z razdružitveno analizo podprto skupinsko dihotomijsko sortiranje omogoča boljši vpogled v problemsko situacijo, izraženo s parametri odločitvenega modela, kakor obstoječe metode.

Miselna oziroma informacijska obremenitev naj ne bi negativno vplivala na izčrpnost analize problemske domene (Paul idr., 2004). To pomeni, da mora biti zagotovljen vpogled v vse za pogajanje ali odločanje bistvene postavke. Podrejanje večinskemu mnenju in osredotočenost na skupne cilje ne sme zamegliti ali celo izločiti obrobni dejavnikov, ki so morda pomembni zgolj za nekatere odločevalce, vendar lahko znatno doprinesejo h kakovosti rezultatov. Zato mora odločitveni sistem predstaviti odločevalcu preference vseh članov skupine in nakazati na ujemanja in razhajanja med njegovimi pogledi in pogledi kolegov oziroma drugih agentov. Na

ta način mu lahko omogoči, da upošteva postavke, ki jih je morda spregledal, osvetli problem iz drugih zornih kotov in črpa iz tujih izkušenj. Zaželeno je, da je učenje udejanjeno tudi na nivoju organizacije, s čimer je doseženo prehajanje znanja med problemskimi domenami kot tudi različnimi sejami komunikacije (Bolloju idr., 2002).

Ker se odločevalec na osnovi principa lokalizacije osredotoča na en sam referenčni vektor, je sposoben interaktivnega spreminjanja njegovih kriterijskih komponent. Na ta način opazuje, kakšen je vpliv postavljenih norm na selekcijo, in pogloblja razumevanje problema, modela in prednosti ter slabosti posameznih variant. Hkrati mu pogajalsko-odločitveni mehanizem nudi izčrpne, vendar za delo neobvezne informacije o robustnosti, usmeritvah celotne skupine ter o priporočljivih vrednostih preferenčnih parametrov in najustrežnejših ocenah alternativ.

1.2.1.2 Hipoteze o izpeljavi uteži kriterijev

Hipoteza $H_{2.1}$:

Na ordinalnih informacijah temelječa izpeljava uteži zagotovi neobčutljivost na spreminjanje značilnosti problemske situacije, ki jih simulirajo parametri eksperimentalnega modela.

Hipoteza $H_{2.2}$:

Na kardinalnih informacijah temelječa izpeljava uteži odraža značilnosti problemske situacije, ki so simulirane s parametri eksperimentalnega modela.

Simulacija je prožen pristop, ki dovoljuje upoštevanje množice različnih problemskih situacij. Na ta način zagotavlja velik nabor rezultatov metod, na podlagi katerih je mogoče preštudirati značilnosti rešitev le-teh. Vendar ni nujno, da se značilnosti metod s problemskimi situacijami spreminjajo. Do neke mere je celo ugodno, da metoda izpelje v različnih primerih podobne uteži, kajti to pomeni, da so le-te robustne in ne predstavljajo dejavnika nezanesljivosti. Prav tako so študije pokazale, da odločevalci v mnogih situacijah ne dojemajo pravilno zelo točnih uteži, ampak dajejo prednost približno ustaljenim utežem, določenim glede na ordinalni vrstni red kriterijev (Roberts in Goodwin, 2002). Po drugi strani pa za močno razlikujoče se učinke veta ni smiselno pričakovati, da rezultirajo v razmeroma poenotenih utežeh. Zato je kot prva spremenljivka za vrednotenje učinkovitosti pristopov k izpeljavi uteži upoštevana občutljivost na vhodne parametre eksperimentalnega modela, na katero se navezujeta hipotezi $H_{2.1}$ in $H_{2.2}$. Za razliko od drugih spremenljivk pri tej ne obstaja monotona korelacija med pridobljenimi

rezultati in kakovostjo, temveč je slednja pogojena z zahtevami in pričakovanji odločevalca kakor tudi s kvalitativno interpretacijo simuliranih problemskih situacij.

Iz zgornjih razlogov je nujna definicija dveh različnih metod, ki puščata odločevalcu svobodo pri izbiri, ali bo posegel po utečenih numeričnih utežeh ali po takšnih, ki zrcalijo značilnosti problemske situacije. Pričakovati gre, da zagotavlja ordinalna izpeljava uteži neodvisnost od tekoče situacije, ker se značilnosti le-te, odražene s kardinalnimi informacijami, kakršne so stopnje veta ali število alternativ, pri generiranju ordinalnega vrstnega reda kriterijev izgubijo. Nasprotno pa mora kardinalna izpeljava te informacije ohraniti in biti posledično skladna z vsemi specifiki odločitvenega modela.

Hipoteza $H_{2,3}$:

Povprečne izpeljane uteži so znotraj intervala, ki je razmejen z referenčnimi utežmi ROC in RS, zaradi česar je njihova razločevalnost ustrezna.

Uteži razlikujejo kriterije po njihovem vplivu. Čim večje so razdalje ali razmerja med utežmi, tem bogatejše so razločevalne informacije. Ker je v praksi običajno, da so nekateri kriteriji pomembnejši od drugih, je nujno, da daje metoda dovolj bogate razločevalne informacije in ne takorekoč enakovrednih uteži. Ustreznost razhajanja je ugotovljena na osnovi primerjave z uveljavljenimi konstantnimi utežmi RS (Roberts in Goodwin, 2002) ter ROC (Olson, 2001; Shepetukha in Olson, 2001). Prve predstavljajo spodnjo, druge pa zgornjo mejo sprejemljive razločevalnosti. Predpostavljeno je, da padejo na podlagi veta izpeljane uteži v intervale, ki so omejeni z istoležnimi komponentami vektorjev RS in ROC.

Hipoteza $H_{2,4}$:

Ekstremni vektor izpeljanih uteži je skladen z uveljavljenimi normami.

Četudi je zadostna bogatost razločevalnih informacij nujna, se ne sme zgoditi, da bi prišlo do določitve previsokih in/ali prenizkih uteži. Posamezna utež, ki je ne specificira odločevalec, ampak jo samodejno predlaga metoda, ne sme prevladati nad ostalimi utežmi. Prav tako naj metoda ne bi določila tako nizkih uteži kriterijev, da bi bil učinek le-teh zanemarljiv ali celo ničlen. Zanakis idr. (1998) so ugotovili, da razmerje med katerimakoli dvema utežema ne sme biti ekstremno visoko ali ekstremno nizko. Eksperimentalno so dognali največje sprejemljivo razmerje, ki je enako 75. Od obeh vpeljanih metod se torej pričakuje, da ga ne presežeta.

Hipoteza H_{2.5}:

Ob upoštevanju nepristranske enakomerne ali pristranske normalne verjetnostne porazdelitve v izpeljanem vektorju uteži ni anomalij.

Doyle idr. (1997) so z računalniško simulacijo in z eksperimentalno študijo, v kateri so imeli ključno vlogo ljudje, ugotovili, da pogosto uporabljena metoda neposredne določitve uteži pri zadostnem številu poskusov rezultira v linearni korelaciji med mestom in povprečno utežjo kriterija, metoda razdelitve točk pa v konkavni, nekoliko bolj strmi in ekstremnejši korelaciji. Podobno so tudi krivulje, ki jih za različna števila kriterijev orišejo uteži RS in ROC, strogo konkavne. To kaže, da težijo človekovi vzorci presojanja k določitvi uteži, ki s pomembnostjo kriterijev padajo linearno ali konkavno. V krivuljah ni nobenih anomalij, ki bi bile odražene v konveksnih odsekih. Ne glede na problemsko situacijo, pogojeno z verjetnostno porazdelitvijo generiranja eksperimentalnih vzorcev, morajo biti skladni s tem tudi vektorji, ki so samodejno izpeljani na podlagi pragov veta. Izvzeta je le pristranska enakomerna porazdelitev, ki služi simuliranju nepravilnosti – izstopajočih in konfliktnih kriterijev.

Hipoteza H_{2.6}:

Izpeljava uteži na osnovi relativnih meritev pravilno upošteva učinek medsebojnega izločanja kriterijev in konfliktnost alternativ.

Hipoteza H_{2.7}:

Izpeljava uteži na osnovi absolutnih meritev ni zmožna soočanja s konfliktnimi alternativami in kriteriji.

Odločevalci imajo v praksi pogosto opravka z množico konfliktnih alternativ, ko so določene od njih izrazito dobre pri nekaterih in izrazito slabe pri drugih kriterijih, medtem ko za ostale velja ravno nasprotno. Tipična takšna situacija je, ko je pri odločanju upoštevana cena, saj so alternative z ugodno ceno praviloma slabe glede na večino drugih kriterijev in obratno. Če sta množici konfliktnih kriterijev po moči občutno neizenačeni in množici konfliktnih alternativ približno izenačeni, mora biti zaradi učinka medsebojnega izključevanja dodeljena kriterijem iz manjše množice prednost, ker učinkoviteje razlikujejo variante (Zeleny, 1982).

Razumno je pričakovati, da metode na osnovi absolutnih meritev niso sposobne razpoznavati konfliktnih alternativ, identificirati nerazločevalnih kriterijev in skrhati vpliva slednjih. Da bi lahko bile pridobljene te zmožnosti, morajo biti opravljene primerjave kriterijskih značilnosti

alternativ, saj so relevantne informacije relativne z ozirom na problemsko situacijo. Zato je izpeljava uteži zasnovana na relativnih meritvah.

Hipoteza $H_{2.8}$:

Izpeljava uteži na osnovi relativnih meritev zagotavlja sprejemljivo občutljivost na dodajanje kopij kriterijev.

Hipoteza $H_{2.9}$:

Zaradi strukturne neodvisnosti je absolutna izpeljava uteži imuna na kopiranje kriterijev.

Kot je bilo pojasnjeno v sklopu hipoteze $H_{1.5}$, naj bi odločitvene metode izpolnjevale aksiom neodvisnosti, ki ima v navezavi na specifikacijo uteži kriterijev naslednjo obliko: »Ordinalna mesta pomembnosti neodvisnih kriterijev morajo ostati enaka, če so dodane kopije obstoječih kriterijev ali so nekateri od njih izločeni, razen če se spremenijo stopnje veta.« Ugotoviti je torej potrebno, ali je po dodajanju ene ali večih kopij obstoječih kriterijev razvrstitev izvornih kriterijev takšna, kot je bila pred njim. Čeprav zahteva aksiom neodvisnosti popolno ohranitev razvrstitve, bodo v skladu z dognanji, ki jih navaja Saaty (2006), upoštevane kot merodajne za vrednotenje kakovosti naslednje smernice:

- Pri absolutnem ocenjevanju se morajo mesta izvornih kriterijev obvezno ohraniti, kar pomeni, da prisotnost ali odsotnost nekega kriterija nima učinka na ostale kriterije.
- Pri parnih primerjavah ohranitev mest ni niti nujna niti zahtevana. Vzrok je strukturna odvisnost, ki lahko privede do poljubne zamenjave mest v ordinalnem vrstnem redu, saj povečanje števila kopij v splošnem zmanjša vrednosti le-teh. Vendar pa je potrebno pri metodah na temelju relativnih parnih primerjav prav tako zagotoviti razumnost in zmernost odstopanj.

Hipoteza $H_{2.10}$:

Uteži so občutljive na dodajanje kopij alternativ, ker le-to spremeni problemsko situacijo.

Ker je izpeljava uteži osredotočena na kriterije, je pričakovati, da je neodvisno od aplicirane metode občutljiva na dodajanje kopij alternativ. Slednje so namreč zgolj nosilci informacij, ki implicirajo doprinos kriterijev. Pri njihovem kopiranju tako pride do spremembe problemske situacije in posledično do povečanja ali zmanjšanja učinka kriterijev. S potrditvijo hipoteze bo pokazano, da so uteži ustrezne le, če so jasen odraz dejanskih značilnosti množice alternativ.

Hipoteza $H_{2.11}$:

Izpeljava uteži je neobčutljiva na majhne in občutljiva na velike spremembe veta, pri čemer je porast občutljivosti učinkovit.

Učinkovita metoda mora izpeljati robustne uteži. To pomeni, da ostanejo pri majhnih ali celo neznatnih spremembah veta kardinalne uteži skoraj enake, zlasti pa se ohrani ordinalni vrstni red kriterijev po pomembnosti. Nasprotno pa pri večjih odstopanjih robustnost ni niti smiselna niti zahtevana, temveč je razumno pričakovati znatne spremembe tako v kardinalnih utežeh kot v ordinalni razvrstitvi kriterijev. Zato je pomemben trend upadanja robustnosti izpeljanih uteži z večanjem dosega odstopanj pragov veta in zato je pristop učinkovit, če je neobčutljiv na majhna in občutljiv na zmerna oziroma velika razhajanja. Tej zahtevi naj bi zadostili obe metodi, definirani v sklopu disertacije.

Hipoteza $H_{2.12}$:

Ordinalne razvrstitve kriterijev potrjujejo značilnosti kardinalnih vektorjev uteži – odstopanja od drugih pristopov se večajo z občutljivostjo na vhodne parametre in razločevalnostjo.

Metrike kardinalnih uteži zajemajo zaradi velikega števila poskusov simulacije mere centralne tendence, kakršni sta povprečje in standardni odklon, ter ekstremne vrednosti. To pomeni, da ne predstavljajo konkretnih izpeljanih uteži, ampak splošne vzorce, ki utegnejo kljub izrazitim razhajanjem med metodami v posameznih poskusih konvergirati proti razmeroma podobnim kardinalnim vrednostim. Prav tako se lahko zgodi, da dva pristopa določita skoraj poenotene numerične uteži, vendar priredita le-te različnim kriterijem, zaradi česar povzročita razhajanja v ordinalnih vrstnih redih. Iz navedenih razlogov je kot dopolnilo metrikam kardinalnih uteži nujna uporaba metrik razhajanja med ordinalnimi razvrstitvami kriterijev. Metodi za izpeljavo uteži sta definirani tako, da maksimizirata skladnost ordinalnih in kardinalnih podatkov.

1.2.1.3 Hipoteze o operatorjih za preslikavo v matriko parnih primerjav

Hipoteza $H_{3.1}$:

Matrike parnih primerjav, ki so generirane z linearno preslikavo, imajo sprejemljivo stopnjo konsistentnosti, ker ohranijo tranzitivnost ordinalnih razvrstitev kriterijev.

Saaty (1999) je mnenja, da lahko človek zaradi kapacitete kratkoročnega spomina z zadostno natančnostjo in veljavnostjo obdeluje le nekaj elementov naenkrat. V kolikor te omejitve ne

upošteva, utegne priti do premajhne konsistentnosti, v slučaju katere odločitev ni razumna. A tudi velika ali celo popolna konsistentnost ni nujno zaželjena, ker prepreči identifikacijo tistih presoj, katerih prilagoditve so najugodnejše za izboljšavo veljavnosti in skladnosti rezultatov. Posledično onemogoča tvorbo novega znanja, ki je potrebno za ostrenje preferenc. Tako naj bi bile pri obravnavi neskladij zanimive za velikostni red manjše vrednosti, kot jih človek podaja z namenom izražanja preferenc (Saaty in Ozdemir, 2003).

Za matrike relativnih parnih primerjav, generirane z uporabo operatorja linearne preslikave, je možno matematično dokazati, da ne zagotavljajo popolne konsistentnosti. Iz tega razloga je potrebno eksperimentalno ugotoviti povprečno in največjo možno stopnjo nekonsistentnosti ter potrditi ustreznost vpeljanega transformacijskega predpisa. Ker le-ta v splošnem zadošča značilnosti tranzitivnosti ordinalnih preferenc, je pričakovati zadostno konsistentnost v okviru predpisanega velikostnega reda odstopanj.

Hipoteza $H_{3,2}$:

Matrike parnih primerjav, ki so generirane z linearno preslikavo, ohranijo izvirne informacije in hkrati povečajo doprinos kriterijev s šibkim učinkom veta.

Pri preslikavi izhodiščnih uteži v matriko parnih primerjav ne sme upasti bogatost informacij, ki ločijo kriterije po selektivnosti. Če bi se to zgodilo, bi transformacijski operator povzročil izgubo obstoječih, za problemsko situacijo bistvenih preferenc, ki morajo biti vkomponirane v izpeljane uteži. Zato je nujno ugotoviti, v kolikšni meri se razločevalne informacije ohranijo ali morebiti celo obogatijo.

Hipoteza $H_{3,3}$:

Informacije izginjajo, če so matrike parnih primerjav generirane z eksponentno funkcijo.

Eksponentna preslikava poudarja velike razlike med izhodiščnimi utežmi. Ker takšne razlike niso pogoste, so mnogim parom kriterijev dodeljena enaka ali zelo podobna razmerja prioritet. Posledično težijo kriteriji k enakovrednosti, brez postopnega prehoda med posebej vplivnimi in nepomembnimi. Zato gre predvidevati, da razločevalnost izginja. Potemtakem je temeljna implikacija hipoteze, da so linearne preslikave, ki rezultirajo v rahli nekonsistentnosti parnih primerjav, bolj učinkovite od eksponentnih, ki zagotovijo popolno konsistentnost.

Hipoteza $H_{3,4}$:

Ne glede na uporabljeni operator preslikave so uteži, izpeljane iz matrike parnih primerjav, manj ekstremne kakor izvirne uteži.

Zanakis idr. (1998) so ugotovili, da razmerje med katerimakoli utežema ne sme biti ekstremno nizko ali visoko. Pri izpeljavi uteži na podlagi veta pa je lahko to pravilo prekršeno. Kriteriju z neznatnim učinkom veta je namreč prirejena zanemarljiva utež, ki je enaka ali le nekoliko višja od 0. Tedaj je razmerje med utežema najbolj in najmanj pomembnega kriterija preveliko.

Ena glavnih nalog operatorjev za preslikavo selektivnih moči v matriko parnih primerjav je zvišanje uteži selektivno šibkih kriterijev. Nekompensacijski učinek veta namreč ni in tudi ne sme biti edini koncept izražanja relativne pomembnosti. Zato naj bi se z dvigom uteži najmanj pomembnega kriterija največje izračunano razmerje brezpogojno spustilo pod postavljeni prag 75. Posledično naj bi bila tudi v najneugodnejši situaciji preprečena morebitna ekstremnost.

1.2.2 Izvirni znanstveni prispevki

Izvirni znanstveni prispevki doktorske disertacije so:

1. definicija prvega samodejnega večagentnega pogajalskega mehanizma, temelječega na združitveno-razdružitveni paradigmi, psevdokriteriju in prednostni relaciji;
2. definicija kvantitativnih metrik robustnosti odločitve kot osnove za aktivno usmerjanje avtomatiziranih pogajanj in obstoječega postopka iskanja skupinskega konsenza;
3. definicija in implementacija učinkovitega izvedljivega nelinearnega optimizacijskega algoritma za avtomatizirano prilagajanje preferenčnih parametrov v skladu z mnenjem odločitvene/pogajalske skupine;
4. zagotovitev konvergence pogajalskega mehanizma ter njegove učinkovitosti v smislu robustnosti odločitve, doseganja konsenza ali kompromisa, miselnega/informacijskega bremena in učenja o problemski situaciji;
5. specifikacija do sedaj najbolj celovitega in verodostojnega eksperimentalnega modela za vrednotenje širokega spektra pogajalskih procesov in metod skupinske odločitvene analize;
6. eksperimentalno ovrednotenje vpeljanega pogajalskega mehanizma;
7. definicija združitveno-razdružitvenih metod za samodejno izpeljavo uteži kriterijev na osnovi vpliva veta in njihova posplošitev na:

- problemska tipa razvrščanja in večkategorijskega sortiranja alternativ;
 - modeliranje preferenc z večatributno funkcijo koristnosti;
8. definicija učinkovitega operatorja za preslikavo samodejno izpeljanih uteži v matriko parnih primerjav, ki omogoča obogatitev objektivnih notranjih informacijskih tokov s subjektivnimi eksplicitnimi zahtevami odločevalcev;
 9. definicija eksperimentalnega modela za ovrednotenje metod samodejne izpeljave uteži kriterijev ter posplošitev tega modela na ocenjevanje poljubnih metod in operatorjev za agregacijo mehkih preferenc;
 10. ovrednotenje metod izpeljave uteži na osnovi definiranega eksperimentalnega modela.

1.3 Predpostavke in omejitve

Definirane metodološke in arhitekturne rešitve so programsko izvedene le v okolju Matlab, ki lahko potrdi učinkovitost teoretičnih konceptov in izpostavi njihove značilnosti, toda v danem kontekstu ne more zagotoviti popolne praktične uporabnosti, vezane na sinhrono ali asinhrono komunikacijo, lokacijsko porazdeljenost agentov, svetovni splet in informacije za odločanje. Zato bi bila potrebna implementacija ustrezne spletne aplikacije v enem od konvencionalnih programskih jezikov, najprikladneje v okolju .NET ali Javi. Vendar se pri tem pojavi problem kompleksnosti in časovne zahtevnosti vpeljanih matematičnih optimizacijskih algoritmov. Leti so izvedljivi v naprednem matematično usmerjenem okolju, kakršno je Matlab, presegajo pa zmožnosti trenutno prosto dosegljivih optimizacijskih knjižnic za .NET in Javo. Posledično bi njihova implementacija, ki jo bodo izsledki disertacije v celoti omogočili, zahtevala preveliko finančno breme za nakup potrebne programske opreme.

Čeprav je vpeljan celovit eksperimentalni model za vrednotenje pogajalskih mehanizmov in skupinskih odločitvenih metod, je definirani izvirni pristop ocenjen le glede na podmnožico spremenljivk. Za to obstajajo trije razlogi:

- upoštevanje vseh spremenljivk modela bi zahtevalo spletno implementacijo pogajalske arhitekture in algoritmov, ki je zaradi pojasnjenih dejavnikov prepuščena nadaljnjemu delu;
- kompleksnost modela je tolikšna, da bo pri njegovi uporabi potrebno kombiniranje laboratorijskih poskusov, opravljenih s tehniko simulacije, in na praktične odločitvene

probleme vezanih akcijskih raziskav, zaradi česar zastavljeni terminski plan bistveno presega okvirje zgolj ene raziskave;

- kot eksperimentalna tehnika je aplicirana izključno računalniška simulacija, saj zaradi premajhne ciljne populacije ter pomanjkanja predznanja in motivacije verodostojnost raziskav, v katerih bi sodelovali študenti, ne bi bila zadostna.

Analogno tudi model vrednotenja metod za izpeljavo uteži kriterijev ne sloni na reševanju praktičnih odločitvenih problemov, s katerimi bi bili soočeni ljudje, ampak na velikih serijah umetno zasnovanih in nadzorovanih poskusov računalniške simulacije. Čeprav z le-to ni moč ugotoviti, kako bi se na samodejno izpeljane uteži odzvali odločevalci, celovitost poskusov, katerih rezultati so podvrženi tako neodvisni interpretaciji kakor primerjavi z značilnostmi obstoječih uveljavljenih metod in preprostih agregacijskih operatorjev, zagotavlja ocenitev pravilnosti uteži v kontekstu širokega nabora stvarnih problemskih situacij. Zato bi študija, v kateri bi imeli osrednjo vlogo ljudje, presegla okvirje disertacije in bo iz dopolnilnega vidika opravljena v sklopu nadaljnjega dela.

Pri raziskavah so v praksi velikokrat aplicirani statistični parametrični ali neparametrični testi hipotez, med katerimi sta bržkone najbolj pogosta *t*-test in analiza variance ANOVA. Ti testi so posebej priljubljeni v sklopu socioloških raziskav (Neuman, 2005; Russell, 2000; Yates, 2004), pri čemer je pojem sociološke raziskave razumljen v najbolj širokem, splošnem smislu: gre za kakršnokoli raziskavo, pri kateri so informacije pridobljene od vzorca ciljne populacije ljudi, za domeno informacij pa ni postavljenih nobenih omejitev, kar pomeni, da smejo biti med drugim obravnavani tudi tehnološki koncepti. Jasno je, da rezultati raziskav, ki veljajo za zelo majhen vzorec ljudi, niso nujno relevantni za celotno proučevano populacijo, zaradi česar morajo obstajati mehanizmi za preverjanje njihove signifikantnosti.

Vendar pa pričujoča raziskava ne temelji na ljudeh, temveč na nadzorovanih kvantitativnih statističnih eksperimentih, pri katerih so vzorci pridobljeni z več milijoni poskusi simulacije. Zato so predvidene, simulirane in proučene vse relevantne situacije, ki utegnejo vplivati na značilnosti metod. Iz tega razloga tudi ni potrebno posploševanje na še večje vzorce. Vsaka, še tako majhna razlika med metodami ima jasen in signifikanten pomen ter je lahko v skladu s tem dejstvom formalno analizirana. Posledično uporaba statističnih testov signifikantnosti ni potrebna. Popolnoma zadoščata deskriptivna statistika, temelječa na povprečnih in ekstremnih vrednostih ter standardnih odklonih, in študija korelacij med spremenljivkami.

1.4 Metode raziskovanja

1. Analiza obstoječega stanja

S celovitim pregledom znanstveno-strokovne literature iz področij združitveno-razdružitvene analize, skupinskega odločanja, računalniško podprtih pogajanj in metod za določitev uteži je ugotovljeno aktualno stanje ter potrjena izvirnost in smiselnost raziskave.

2. Vpeljava formalnoteoretičnih rešitev

Poiskane, definirane in utemeljene so metodološke in tehnološke rešitve, ki se nanašajo na večagentno arhitekturo, protokol pogajanj in izmenjave preferenčnih informacij, metrike za ugotavljanje skladnosti skupine, optimizacijske algoritme za merjenje robustnosti, samodejno specifikacijo uteži ter posplošitev slednje na različne problemske tipe odločanja – razvrščanje alternativ, sortiranje alternativ v več kategorij in modeliranje presoj s funkcijo koristnosti. Pri tem so aplicirana znanja iz domen večkriterijske odločitvene analize (Triantaphyllou, 2000; Zeleny, 1982), skupinskega odločanja in pogajanj (Raiffa idr., 2002), avtonomnih večagentnih sistemov (Lomuscio idr., 2003; Turban in Aronson, 2001), matematične optimizacije (Rardin, 2000; Winston, 2004), teorije mehkih množic (Klir in Yuan, 1995; Zimmermann, 1996) ter tehnologij, vezanih na označevalni jezik XML (W3C, 2006).

3. Definicija eksperimentalnega modela za kvantitativno vrednotenje metod

Definiran je eksperimentalni model kvantitativnega vrednotenja metod za izpeljavo uteži ter procesov pogajanja in skupinskega odločanja, ki sestoji iz več kot dvajsetih spremenljivk. Neodvisne spremenljivke služijo določanju pogojev ocenjevanja, odvisne spremenljivke pa odražajo učinkovitost metod in so operacionalizirane z množico metrik, vezanih na statistične inštrumente – deskriptivno statistiko, korelacijske študije in linearno regresijo.

4. Implementacija

Predlagane formalnoteoretične rešitve so skupaj s postopki vzorčenja, metrikami kakovosti in grafičnimi prikazi rezultatov implementirane v okolju Matlab, s čimer je preverjena njihova izvedljivost in učinkovitost.

5. Simulacija in teoretična ocenitev

S simulacijo na podlagi naključnega vzorčenja so za različne možne kombinacije vhodnih parametrov eksperimentalnega modela opravljeni obsežni nizi statističnih poskusov. Rezultati simulacije so shranjeni v obliki, ki jo implicira okolje Matlab, in v elektronski preglednici, ki

predstavlja prikladno bazo za zagotavljanje trajnosti statističnih podatkov. Metode, vpeljane v doktorski disertaciji, so primerjane z nekaterimi obstoječimi pristopi. V okviru specifikacije uteži so ti mehko povprečje (Ribeiro in Pereira, 2003; Zimmermann, 1996), utežena vsota ter uteži ROC (*Rank Order Centroid*) (Olson, 2001) in RS (*Rank Sum*) (Roberts in Goodwin, 2002). Upoštevani pristopi k skupinskemu odločanju in pogajanjem pa so:

- ELECTRE TRI za skupine (Dias in Clímaco, 2000),
- združitveno-razdružitveni skupinski postopek na osnovi ELECTRE TRI (Demart idr., 2007; Dias in Mousseau, 2003),
- ELECTRE-GD (Leyva-López in Fernández-González, 2003),
- skupinski PROMETHEE (Brans idr., 1997),
- združevanje delnih vrstnih redov alternativ, pridobljenih z metodo ELECTRE III ali z metodo PROMETHEE (Jabeur idr., 2004),
- skupinska aplikacija večatributne funkcije koristnosti (Matsatsinis idr., 2005),
- skupinski AHP (Dyer in Forman, 1992; Saaty, 1989; Van den Honert, 1998) in
- postopek iskanja konsenza z integracijo različnih preferenčnih formatov in operatorjev združevanja OWA/OWG (Choudhury idr., 2006; Herrera idr., 2001; Herrera-Viedma idr., 2002).

6. Analiza rezultatov simulacije

Rezultati statističnih eksperimentov so analizirani in interpretirani.

1.5 Struktura doktorske disertacije

Naslednje poglavje podaja razširjen pregled sorodnih raziskav. V poglavju 3 so definirane vse metodološke in tehnološke rešitve. Njihova aplikacija je ponazorjena na praktičnih primerih. Poglavje 4 vpeljuje model vrednotenja postopka skupinskega odločanja/pogajanja, metod za izpeljavo uteži kriterijev in operatorjev za preslikavo v matriko parnih primerjav. Predstavitvi in analizi eksperimentalnih rezultatov ter teoretični potrditvi hipotez je namenjeno poglavje 5. Doktorsko disertacijo zaključuje poglavje 6, ki povzema temeljne ugotovitve in opredeljuje smernice nadaljnjega dela.

2 Pregled sorodnih raziskav

2.1 Združitevno-razdružitevna analiza

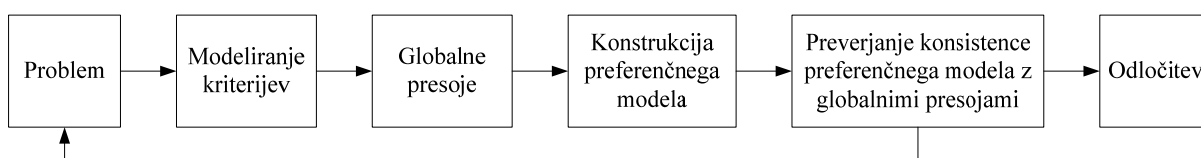
Pomembna skupina odločitvenih sistemov temelji na matematičnih modelih (Shim idr., 2002). Reševanje polstrukturiranih problemov s takšnimi sistemi omogočajo metode večkriterijske odločitvene analize (Triantaphyllou, 2000), ki so sposobne obravnave nasprotujočih si ciljev. Problem, s katerim se soočajo te metode, je sprejeti odločitev – izbrati ustrezno alternativo, sortirati alternative v vnaprej definirane kategorije ali razvrstiti alternative od najboljše do najslabše – z agregacijo preferenčnih informacij (Siskos in Spyridakos, 1999). Za izpeljavo zanesljivih zaključkov morajo zagotovljeni podatki odraziti človeške presoje v vsej njihovi kompleksnosti. Ta implikacija pa se izkaže za nestvarno v številnih situacijah, v katerih so modelirani zapleteni prednostni sistemi. Tedaj pomeni pridobivanje preferenčnih informacij od neizkušenega ali časovno omejenega odločevalca ozko grlo. Dognanja iz prakse namreč kažejo, da imajo ljudje težave z določitvijo natančnih vrednosti parametrov, ki formalizirajo osebne presoje ter povejo, kako naj bodo vrednotene alternative (Dias idr., 2002). Potrjeno je, da odločevalci praviloma raje neposredno podajajo odločitve, kakor pa da jih pojasnjujejo v smislu preferenčnih parametrov modela.

Pridobivanje informacij o presojah in njihova formalizacija s preferenčnimi parametri je torej bistvena faza postopka odločanja. Neposredna specifikacija parametrov zagotovi, da je model skladen s človekovimi željami. Ker pa so klasični postopki zbiranja preferenčnih informacij neprikladni in pogosto v nasprotju z odločevalčevo voljo do sodelovanja v njih, jih skuša nadomestiti združitevni pristop. Le-ta se nanaša na analizo globalnih presojevalnih hevristik z namenom identifikacije optimalnih parametrov večkriterijskega agregacijskega modela. V kontekstu odločitvene analize so vrednosti parametrov izpeljane na podlagi referenčnega nabora jasno ovrednotenih alternativ. Če ima model kvantitativno obliko (na primer funkcija koristnosti ali prednostna relacija), sloni specifikacija na matematičnem programiranju, kadar ima simbolično obliko, pa na induktivnem učenju (Douplos in Zopounidis, 2004a). V tem poglavju bodo zajete metode s kvantitativnimi kardinalnimi informacijami, medtem ko bodo tiste, ki opisujejo variante kvalitativno na ordinalni lestvici (Larichev idr., 2002), izpuščene.

2.1.1 Filozofija združitveno-razdružitvene analize

Razdružitveni pristop se sooči z odločanjem iz obratnega zornega kota kakor tradicionalna paradigma. Njegova bistvena predpostavka je, da je odločitev že vnaprej poznana. Tedaj se odpre vprašanje, kako je možno poiskati racionalno osnovo za sprejetje te odločitve. Ali ekvivalentno: kako je možno specificirati preferenčni model, ki privede do enake ali karseda podobne odločitve, kot je dejanska? Filozofija razdruževanja je zgraditi model iz globalnih preferenčnih struktur, ki se nanašajo na omejeno množico že ocenjenih alternativ. Referenčna množica A_R torej zajema primerke stvarnih odločitev (razpoložljivih alternativ, alternativ iz preteklosti ali fiktivnih variant z verodostojno izmerjenimi zaželenostmi), ki nosijo potrebne informacije o presojevalni heuristiki. Preference so pri tem izražene bodisi kot razvrstitev ali parne primerjave alternativ iz A_R bodisi v obliki kategorij, prirejenih referenčnim akcijam.

Ker postopek razdruževanja zgolj inducira preferenčne informacije ter jih formalizira v obliki parametrov modela, ne zadošča za sprejetje odločitve. Zato mora biti kombiniran s klasičnimi metodami agregacije. Iterativno-interaktivno prepletanje združitvenih in razdružitvenih faz, prikazano na sliki 2.1 (Siskos in Spyridakos, 1999), pomaga poglobiti znanje o problemu in izboljšati dojemanje preferenc.



Slika 2.1: Shematski prikaz združitveno-razdružitvene analize

Splošna shema analize razdruževanja preferenc je podobna indukciji simboličnih modelov s strojnim učenjem. Navkljub pomembni stični točki – uporabi obstoječega znanja v obliki učnega vzorca – pa se filozofiji pristopov razlikujeta (Doumpos in Zopounidis, 2004a). Namen analize razdruževanja je tako usmerjati odločitveni proces skozi elicitacijo informacij, skladnih s presojami odločevalca, medtem ko je strojno učenje osredotočeno na izpeljavo modela v smislu pričakovane točnosti.

Postopek definicije odločitvenega modela je lahko obravnavan iz dveh zornih kotov. Vloga referenčnih primerkov alternativ, omejitev vhodnih parametrov in poteka validacije modela se spreminja glede na to, ali je postopek deskriptiven ali konstruktiven. Strojno učenje spada v kategorijo deskriptivnega učenja, to je procesa, ki zgradi model na takšen način, da le-ta čim

bolj uspešno reproducira vhodno-izhodno obnašanje z ozirom na referenčno množico A_R . Veljavnost modela temelji izključno na zmožnosti zagotovitve podobnih rešitev, kot so specificirane v A_R . Zato so različni modeli, ki enako interpretirajo podatke, obravnavani kot ekvivalentni in zato je vloga odločevalca omejena na zagotavljanje učnih primerkov. Po drugi strani pa postopek konstruktivnega učenja privede do definicije odločitvenega modela s sočasnim iterativnim prilagajanjem množice A_R in neposrednim izražanjem odločevalčevih pogledov v obliki omejitev dopustnih vrednosti parametrov. V postopku oblikovanja modela lahko tako odločevalec prevrednoti referenčne alternative zaradi poglobljenega razumevanja problema. Narava konstruktivnega učnega procesa je torej zagotoviti odločevalcu interaktiven kontekst, znotraj katerega preverja vpliv referenčnih primerkov iz A_R na parametre modela z namenom, da bi našel model, ki ustreza tako primerkom kot tudi zaznavanju problema.

Združitveno-razdružitvene metode se soočajo s problemom optimalnosti. Običajno poiščejo več sprejemljivih kombinacij vrednosti parametrov, čeprav so podvržene metriki pravilnosti preslikave. Neodvisno od specificiranega kriterija optimalnosti utegnejo obstajati modeli, ki ustrezneje predstavijo presojevalno heuristiko kakor izpeljani model, kar je posledica dejstva, da je množica A_R podana z ozirom na omejene informacije (Beuthe in Scannella, 2001). Zato se izvaja postoptimalnostna analiza. Ta je bistvenega pomena, če želi odločevalec uporabiti model, ki ni skladen zgolj s kriterijem optimalnosti, temveč predvsem z njegovimi osebnimi presojami.

2.1.2 Združitveno-razdružitvene metode

2.1.2.1 Metoda UTA in njene izpeljanke

Daleč najbolj znana metoda iz združitveno-razdružitvene paradigme je UTA (*Utility Additive Multicriteria Method*) (Jacquet-Lagrèze in Siskos, 2001). Služi izpeljavi nelinearne aditivne funkcije koristnosti glede na razvrstitev alternativ iz referenčne množice A_R . Zaradi doseganja skladnosti med vrstnim redom, ki je dobljen na podlagi izpeljane funkcije, in dejanskim specificiranim šibkim vrstnim redom alternativ iz A_R posega po optimizaciji z matematičnim programiranjem. Delne funkcije koristnosti oceni z odsekoma linearno aproksimacijo, tako da so monotono nepadajoče in normalizirane na intervalu $[0, 1]$. Ker je agregacijski model aditivna kompozicija enokriterijskih funkcij, ima tudi globalna funkcija koristnosti lastnosti monotonosti in tranzitivnosti. Posledično obstajata med variantami le relaciji preference in

indifference. Algoritem zagotovi konsistentnost z izvirno šibko razvrstitvijo alternativ iz A_R na osnovi minimizacije dveh napak, ki nakazujeta na podcenitev oziroma precenitev.

Delne funkcije koristnosti se lahko precej razlikujejo glede na posamezne rešitve algoritma, katerega cilj je minimizirati vsoto napak. Če je vsota enaka nič, privede vsaka rešitev, ki pripada konveksni množici rešitev, skladni z omejitvami programa, do razvrstitve alternativ, identične tisti, ki jo poda odločevalac. Kljub temu pa lahko pri vrednotenju alternativ, ki niso elementi učne množice, različne optimalne rešitve privedejo do različnih razvrstitev. Še večja težava nastopi, kadar je vsota napak večja od nič. Rešitev, ki bi bila skladna z omejitvami, tedaj ne obstaja. Posledično tudi ne obstaja aditivna funkcija koristnosti, ki pravilno odraža globalne preference odločevalca. To se zgodi, ker delne koristnosti niso neodvisne ali ker je izbranih bodisi premalo bodisi preveč intervalov nelinearno aproksimirane funkcije oziroma so le-ti razporejeni na neustrezen način. Model je torej odvisen od razporeditve podintervalov domene posameznega kriterija. Če je podintervalov poljubno veliko, se poveča število stopenj svobode funkcije, zaradi česar pride do pretiranega prilaganja modela z učnimi vzorci.

Definirane so bile številne variante metode UTA, katere pokrivajo različne oblike globalne preference oziroma kriterija optimalnosti. Namenjene so izpeljavi funkcije koristnosti iz parnih primerjav, mehkih prednostnih relacij in sortiranih referenčnih primerkov ter tudi v slučajih leksikografskih kriterijev, nemonotonih preferenc na merskih lestvicah ali naključno porazdeljenih vrednosti alternativ. Poleg tega je bila razdružitvena logika aplicirana na skoraj vse tipe agregacijskih modelov. Možna nadgradnja metode je sistem MIIDAS (*Multicriteria Interactive Intelligence Decision Aiding System*) (Siskos in Spyridakos, 1999). Interaktivni postopek sestoji iz zaporedja korakov: izbire referenčne učne množice, konstrukcije funkcij koristnosti s pomočjo vizualnih tehnik, izpeljave modela glede na globalno presojevalno heuristiko, analize povratnih informacij ter ekstrapolacije. Sistem zagotovi, da odraža izbrana referenčna množica globalno sliko problemske domene, z grupiranjem, ki oblikuje grozde na takšen način, da so poiskane med seboj podobne alternative in da so podobnosti prisotne ob upoštevanju zadostnega števila kriterijev. Konsistentnost modela je merjena z deviacijo med izpeljanim ter podanim vrstnim redom (Kendalov τ).

Metoda UTADIS razširja regresijo za določitev aditivne funkcije koristnosti na primere, ko namen odločitvene analize ni šibka razvrstitev alternativ od najboljše do najslabše, temveč sortiranje le-teh v vnaprej definirane homogene kategorije. Koristnost vsake alternative je ocenjena z linearno interpolacijo in služi kot indeks, na osnovi katerega je določeno, v katero

kategorijo bo sortirana alternativa. Meje razredov so opredeljene s pragovi koristnosti. Če je $u(a_j) \geq u_1$, alternativa a_j pripada kategoriji C_1 , kadar je $u_2 \leq u(a_j) < u_1$, tedaj a_j pripada C_2 , itd. Pomanjkljivost metode je, da zahteva vnaprejšnjo izbiro pragov $u_1, \dots, u_{q-1}$. Z namenom, da bi model pravilno reproduciral uvrstitve alternativ iz referenčne množice v razrede, ki jih je izbral odločevalec, sta definirani napaki σ^+ in σ^- . Prva se pojavi, ko je prekršena spodnja meja razreda, in druga, ko pride do napačne razvrstitve glede na zgornjo mejo. Algoritem minimizira vsoto pozitivnih in negativnih klasifikacijskih napak, normalizirano z ozirom na število referenčnih alternativ v ustrezni kategoriji. Stabilnost rešitve je preverjena z naknadno analizo, ki zmanjša računsko zahtevnost tako, da poišče karakteristične rešitve, vezane na n uteži kriterijev in $q-1$ pragov koristnosti. Funkcija koristnosti je dobljena kot povprečje teh rešitev.

Metoda sortiranja MHDIS izpelje namesto ene same aditivne funkcije koristnosti $2 \cdot (q-1)$ funkcij (Doumpos in Zopounidis, 2004a). Le-te služijo hierarhičnemu sortiranju alternativ, ki se prične z obravnavo alternativ iz najboljšega razreda. Pri tem sta določeni dve funkciji koristnosti; ena opisuje variante iz prvega razreda ter druga vse preostale variante. Analogno so oddvojene alternative drugega razreda od alternativ razredov 3, ..., q , kar zahteva uporabo dveh novih funkcij. Postopek se ponavlja v $q-1$ korakih.

2.1.2.2 Metode na temelju psevdokriterija in prednostne relacije

Regresijska tehnika posredne ocenitve parametrov je bila z namenom zmanjševanja miselnega bremena odločevalca aplicirana na metodo sortiranja ELECTRE TRI, ki zgradi netranzitivno prednostno relacijo med alternativami. Gre za interakcijo faz izvajanja vrednosti in analize robustnosti (Dias idr., 2002; Mousseau idr., 2000). Specifikacija parametrov je zaradi zahteve po učenju postopna, saj lahko le na ta način odločevalec zazna njihov doprinos h končnim rezultatom (Mousseau idr., 2001; Ngo The in Mousseau, 2002). Omogočeno je interaktivno prilagajanje modela z brisanjem in dodajanjem alternativ iz A_R , spreminjanjem kategorij ter določanjem omejitev preferenčnih parametrov. Tako sestojijo vhodi iz omejitev, ki definirajo domeno T_w , in primerkov iz A_R , s čimer je definirana domena T_a (Mousseau in Slowinski, 1998). Presek $T = T_w \cap T_a$ predstavlja množico vseh sprejemljivih kombinacij, skladnih z odločevalčevimi presojami. Kadar je $T \neq \emptyset$, so podatki konsistentni, kadar je $T = \emptyset$, pa ne obstaja kombinacija, ki bi pravilno obnovila kategorije učnih alternativ in istočasno zadostila intuitivno določenim omejitvam. Od konsistentnosti je odvisen potek postopka, kar zagotovi

konvergenco akcij. V kolikor je $T = \emptyset$, mora težiti interakcija k odstranitvi nekonsistentnosti z ustrezno spremembo ali brisanjem omejitev. Če je $T \neq \emptyset$, sledi reduciranje množice možnih kombinacij vrednosti preferenčnih parametrov z dodajanjem novih ali ostrenjem obstoječih omejitev. Tako je izhod pri iteraciji k uporabljen kot vodstvo odločevalca pri diskusiji in reviziji vhodov v iteraciji $k+1$. Postopek se zaključi, ko je odločevalec popolnoma zadovoljen z izpeljanim modelom in z dodelitvijo pravih kategorij variantam iz A_R .

Običajni pristopi k sortiranju temeljijo na primerjavi alternativ z mejami kategorij. Vendar pa lahko sortiranje sloni tudi na parnih primerjavah z nekaj tipičnimi alternativami posameznega razreda. Primer takšnega pristopa so algoritmi najbližjega sosedu, ki za ocenitev podobnosti posegajo po metrikah razdalje. Če so razredi definirani ordinalno, pomenijo tovrstne metrike poenostavitve, saj ne upoštevajo kakovostne razvrstitve. Tedaj je prikladnejši izračun stopenj dominance in dominiranosti posamezne alternative $a_j \in A$ z ozirom na referenčne alternative $a_k \in A_R$ (Doumpos in Zopounidis, 2004b). Alternative so organizirane v prednostni graf, pri čemer je vsaka povezava asociirana s prednostnim indeksom, ki podaja moč ene alternative nad drugo. Prednostni indeks je izračunan kakor utežena vsota delnih indeksov, modeliranih z odsekoma linearnimi funkcijami. Smisel razdružitvene analize je inducirati obliko teh funkcij.

Fernandez idr. (2008) so definirali vrednostno relacijo bližine. Le-ta se zgleduje po konceptih skladnosti in nesoglasja ter upošteva preferenco, indiferenco in neprimerljivost. Alternative so sortirane v ordinalno urejene razrede. Model sortiranja je induciran iz obstoječih informacij, implicitno vsebovanih v množici referenčnih učnih objektov, ki odražajo odločitveno politiko agenta. Izpeljane so vrednosti vseh parametrov, vključno z utežmi kriterijev.

Najprej sta oblikovani podmnožici $C_{x,y}$ in $D_{x,y}$ kriterijev g_j , ki so skladni oziroma nesoglasni z izjavo »objekt x je iz vidika odločevalskega agenta vsaj tako dober kot objekt y «. Nato sta kot moč koalicije kriterijev iz množice $C_{x,y}$ in glede na pragove veta izračunani stopnji skladnosti in nesoglasja:

$$c(x, y) = \sum_{j \in C_{x,y}} w_j,$$

$$d(x, y) = \begin{cases} 1 & , \exists j : g_j(y) - g_j(x) \geq v_j, \\ 0 & , \text{sicer,} \end{cases}$$

kjer je w_j utež in v_j prag veta j -tega kriterija. Na tej osnovi sta dobljeni stopnji verodostojnosti in indifference:

$$\sigma(x, y) = c(x, y) \cdot (1 - d(x, y)),$$

$$i(x, y) = \min(\sigma(x, y), \sigma(y, x)).$$

Objekt x je sortiran bodisi po dominanci bodisi po preferenčni bližini. V primeru upoštevanja dominance obstajajo tri možnosti:

1. če x dominira $x^M \in T$, pri čemer je T množica referenčnih učnih objektov in M indeks najboljše kategorije, je x sortiran v kategorijo C^M in velja $i(x, x^M) = 1$;
2. če $x^1 \in T$ dominira x , pri čemer je 1 indeks najslabše kategorije, je x sortiran v C^1 in velja $i(x, x^1) = 1$;
3. če $x^k \in T$ dominira x in x dominira $x^l \in T$, je x član C^l in velja $i(x, x^k) = i(x, x^l) = 1$.

Kadar ni možno sortiranje po dominanci, je x sortiran po preferenčni bližini. Poiskan je objekt $x_{pc} = \max_T i(x, x^k)$ iz referenčne množice T , ki je najbližje objektu x . Slednji je prirejen razredu $C^l = F(x_{pc})$ pod pogojem, da je $i(x, x_{pc}) \geq \lambda \geq 0.5$. S F je označena klasifikacijska funkcija in z λ stopnja reza.

Uteži kriterijev so izpeljane na podlagi informacij, ki so prisotne v referenčni množici T , in ne na osnovi dejanskih vrednotenih alternativ. Odločevalec mora v obliki binarnih relacij podati še dodatne informacije o pomembnosti kriterijev, tako da za vsak par kriterijev pove, ali sta le-ta enakovredna ali pa je eden pomembnejši od drugega. Kot rezultat so oblikovane množice indifferene SI , šibke preference LI in stroge preference MI . Za indukcijo uteži je uporabljen linearni program, katerega omejitve zagotavljajo združljivost s presojami, vsebovanimi v SI , LI in MI , ter z interpretacijo relacij šibke/stroge preference, indifferene in neprimerljivosti med pari referenčnih učnih objektov $(x^k, x^l) \in (T \times T)$.

Pristop ima nekaj svojstvenih lastnosti in pomanjkljivosti:

- upoštevana je referenčna množica alternativ in ne stvarne alternative, ki so vezane na problemsko situacijo oziroma dani kontekst;
- uteži so izpeljane na podlagi indeksov verodostojnosti, ki hkrati obravnavajo skladnost in nesoglasje, ni pa možno izolirati in eksplicitno odraziti vpliva nesoglasja, vezanega na pragove veta;
- odločevalec mora preveriti konsistentnost izpeljanih uteži;
- odločevalec mora ordinalno razvrstiti kriterije po pomembnosti;
- odločevalec mora specificirati prednostne relacije za vsaj nekaj parov alternativ.

Greco idr. (2002) so preučili ekvivalenco med modelom presoj v obliki produkcijskih pravil »if ... then ...« in modelom, ki temelji na prednostni relaciji ter nanjo vezanima konceptoma skladnosti in nesoglasja. Njihov pristop inducira odločitvena pravila iz grobih aproksimacij prednostne relacije, izraženih z referenčnimi učnimi primerki. Nato iz množice odločitvenih pravil izpelje uteži kriterijev in pragove veta, ki določajo enakovreden model na osnovi testov skladnosti in nesoglasja, značilnih za metode iz družine ELECTRE.

2.1.2.3 Združitveno-razdružitvene metode v kontekstu skupinskega odločanja

Pomemben raziskovalni izziv je nadgradnja združitveno-razdružitvenega principa na takšen način, da se izboljša postopek skupinskega odločanja. Le-ta sestoji iz štirih precej zahtevnih faz: inicializacije, specifikacije individualnih preferenc, agregacije presoj posameznikov v skupinsko odločitev in razreševanja nesoglasij. Zlasti druga in četrta faza postopka nalagata nezanemarljivo časovno in miselno breme ter se morata praviloma ponoviti v velikem številu iteracij. Poleg tega privede faza združevanja pri večini obstoječih metod do izbire »navidezno najboljše« alternative, dobljene na osnovi povprečnih vrednosti, ki v splošnem niso skladne z željami kateregakoli člana skupine.

Prvi odločitveni sistem, ki je usmerjanje skupinskih pogajanj avtomatiziral z razdružitveno regresijsko tehniko, je MEDIATOR (Matsatsinis in Samaras, 2001). Odločevalci so udeleženi v dinamični igri, v kateri se formirajo koalicije igralcev, sposobnih doseganja skupnih ciljev. Presoje posameznikov so ujete s funkcijami koristnosti, ki so aproksimirane z metodo UTA. Z izmenjavo informacij in pogajanjem se unija prostorov koristnosti udeležencev slika v skupen prostor, dokler ne pride do poenotenja mnenj.

Matsatsinis idr. (2005) so definirali kriterije merjenja zadovoljstva odločevalcev z združeno razvrstitvijo alternativ. Dias in Clímaco (2000) sta vpeljala različico metode ELECTRE TRI za skupine, vendar le-ta ne izhaja iz razdružitvene analize, saj ne inducira parametrov modela, temveč se osredotoča na iskanje razredov, v katere smejo biti sortirane alternative upoštevajoč omejitve, ki jih postavijo člani skupine. Šele pred kratkim so Demart idr. (2007) izrazili nekaj naprednih idej o sinergiji med skupinskim odločanjem, združitveno-razdružitvenim principom ter metodami na temelju psevdokriterija in prednostne relacije.

2.1.2.4 Aplikacije združitveno-razdružitvenih metod

Zopounidis in Doumpos (2001) sta razvila sistem FINCLAS (*FINancial CLASsification*), ki temelji na razdruževanju preferenc in klasifikaciji ter je apliciran na odobritve kreditov. Ima klasično arhitekturo, ki sestoji iz uporabniškega vmesnika ter podatkovne in modelske baze. Slednja vsebuje finančne modele in štiri metode iz družine UTADIS, namenjene samodejni izpeljavi večatributne funkcije koristnosti. Dosežena naj bi bila visoka klasifikacijska točnost, pri nekaterih tipih odločitev celo do 100-odstotna.

Grigoroudis in Siskos (2002) sta avtorja metode za merjenje in analizo zadovoljstva strank MUSA (*MUlticriteria Satisfaction Analysis*), ki sledi principom ordinalne regresije, zagotovi konsistentnost modela s presojami ljudi ter je sorodna pristopom družine UTA. Z linearnim programiranjem je izpeljana vrednostna funkcija in več delnih funkcij zadovoljstva. Ker ima linearni program veliko stopenj svobode optimalne rešitve, je nujna postoptimalnostna analiza stabilnosti. Vrednostne funkcije so obravnavane analogno kot aditivne funkcije koristnosti in so linearne, konkavne ali konveksne. Metoda izračuna različne indekse, ki omogočajo prikaz akcijskih diagramov in diagramov izboljšav ter ocenitev zanesljivosti.

Siskos idr. (2007) uporabljajo združitveno-razdružitveno analizo za zaposlitveno ocenjevanje strokovnjakov s področja informacijsko-komunikacijskih tehnologij. V prvi fazi so s funkcijo koristnosti ovrednotene splošne sposobnosti kandidatov. Delne funkcije in uteži kriterijev so izpeljane z metodo UTA, pri čemer je upoštevanih deset referenčnih alternativ – namišljenih ljudi. Prva faza je pogoj za izvedbo druge, v kateri so s predikcijo ocenjena posebna znanja in sposobnosti. Na koncu so strokovnjaki z metodo ELECTRE TRI sortirani v kategorije. Uteži so v ta namen razporejene enakomerno, medtem ko so vrednosti preferenčnih parametrov za posamezne profile kategorij in kriterije aproksimirane glede na trideset referenčnih alternativ, ki so bile izbrane po večjih urah interaktivnega dela s programsko opremo za ELECTRE TRI, tako da je minimizirana napaka klasifikacije.

Chen idr. (2008) so aplicirali razdružitveni princip na proces reševanja (*screening*), katerega cilj je reducirati obsežno množico alternativ v znatno manjšo, ki z veliko verjetnostjo vsebuje najboljšo izbiro. Predlagana metoda temelji na večatributni funkciji koristnosti in na modelu razdalje, ki je s kvadratično optimizacijo nad alternativami iz referenčne množice kalibriran tako, da odraža presoje odločevalca. Gre torej za posredno specifikacijo preferenc z namenom zmanjševanja miselnega bremena in povečanja točnosti.

2.2 Klasifikacija in sortiranje alternativ

2.2.1 Metode na temelju psevdokriterija in prednostne relacije

Bržkone najpomembnejša in najpogostejše uporabljena metoda sortiranja alternativ, ki temelji na konceptih psevdokriterija in prednostne relacije, je ELECTRE TRI (Mousseau idr., 2000). Podrobno je bila predstavljena v sklopu magistrskega dela (Bregar, 2002), zato je njen opis na tem mestu izpuščen. Po njenem zgledu so Figueira idr. (2004) vpeljali metodi PROMETHEE CLUSTER in PROMETHEE TRI. Prva je namenjena nominalni klasifikaciji, slednja pa služi ordinalnemu sortiranju. Za opredelitev kategorij uporabljata osrednje alternative, kar pomeni, da je varianta a uvrščena v tisto kategorijo C^h , za katero je razlika med kriterijskimi mrežnimi tokovi odgovarjajoče središčne alternative r_h in ovrednotene alternative a minimalna. Ker je v splošnem težko vnaprej določiti verodostojne osrednje alternative in ker kategorije niso nujno urejene, sta Araz in Ozkaran (2007) razvila metodo PROMSORT. Le-ta zagotovi, da so pri sortiranju poleg osrednjih alternativ upoštevani še referenčni profili za razmejevanje kategorij, da so članstva alternativ konsistentna z razvrstitvenimi tokovi, da so razredi ordinalno urejeni in da je odločevalcu na voljo izbira enega od dveh pogledov na klasifikacijo – optimističnega ali pesimističnega. Vendar pa ne zagotovi podpore skupinskemu odločanju in razdružitvene analize, ki bi odpravila znatno miselno breme. Slednjo sta z metodo PAIRCLASS naslovila Doumpos in Zopounidis (2004b).

PROAFTN je večkriterijska metoda nominalne klasifikacije, ki spada v skupino nadzorovanih algoritmov učenja in omogoča določitev mehkih relacij indifferene z generalizacijo indeksov skladnosti in nesoglasja (Belacel, 2000). Slednji so izračunani na podoben način kot v sklopu metod ELECTRE III (Roy, 1991) in ELECTRE TRI, tako da so upoštevani prototipi oziroma profili kategorij, ki so definirani z intervali vrednosti $[S_j^1(b_i^h), S_j^2(b_i^h)]$, ter pragovi preference in veta. Vsaka kategorija C^h je opredeljena z lastno množico prototipov $B^h = \{b_1^h, \dots, b_L^h\}$, ki so njeni tipični predstavniki. Klasifikacija alternativ zato poteka v naslednjih korakih:

1. S produktom mehkih indeksov skladnosti in nesoglasja so za vse prototipe kategorij in alternative izračunane mehke stopnje indifferene $I(a, b_i^h) = C(a, b_i^h) \cdot D(a, b_i^h)$.
2. Na osnovi relacij indifferene, ki upoštevajo razdalje med prototipi in alternativami, so s predpisom $d(a, C^h) = \max\{I(a, b_1^h), \dots, I(a, b_L^h)\}$ določene mehke stopnje pripadnosti variant posameznim kategorijam.

3. Alternativa je prirejena tistemu specifičnemu razredu, čigar poljubnemu profilu se po svojih lastnostih najbolj približa: $a \in C^h \Leftrightarrow d(a, C^h) = \max_{i=1..k} d(a, C^i)$.

Metoda PROAFTN reši problem neprimerljivosti, vendar ima nekaj pomanjkljivosti:

- Ker so kategorije nominalne, ni možno sortiranje, temveč samo klasifikacija.
- Indiferenca je vsiljena, ker je lahko posledica kompenzacije.
- Metoda ne aplicira razdružitvene analize in se ne sooča s problemom zmanjševanja miselnega bremena, kar bi bilo zaradi velikega števila preferenčnih parametrov nujno.
- Skupinsko odločanje ni podprto.

2.2.2 Ostali pomembnejši pristopi k večkriterijski klasifikaciji

Pristope h klasifikaciji in sortiranju alternativ je raziskoval Chen (2006). Ponazoril jih je s pomočjo študij primerov. S sodelavci je podrobneje preučil klasifikacijo v nominalne razrede, ki jih odločevalec opiše in strukturira s specifičnimi množicami kriterijev (Chen idr., 2006).

To pomeni, da:

- imajo kategorije poljubne skupne in/ali različne kriterije, ker je vsak kriterij upoštevan v povezavi z eno ali več kategorijami;
- pripadajo poljubne alternative poljubnim kategorijam, ker niso vse ovrednotene glede na iste kriterije;
- ponazarja vsaka kategorija svoj večkriterijski odločitveni problem.

Postopek večatributne klasifikacijske analize sestoji iz večih korakov. Identifikaciji alternativ, oblikovanju kategorij in njihovih pripadajočih kriterijev ter določitvi odločevalčevih preferenc o vrednostih alternativ in utežeh kriterijev sledi temeljni korak optimizacije klasifikacije na osnovi uporabe matematičnega programa, ki sloni na različnih klasifikacijskih strategijah in aditivni funkciji koristnosti ter upošteva omejitvi dovoljene stopnje prekrivanja kriterijev in dopustnega števila kategorij za posamezen kriterij. Učinkovitost rezultatov optimizacije oceni odločevalec, ki sme po potrebi prilagoditi klasifikacijsko strategijo.

Pri nekaterih pristopih h klasifikaciji so presoje namesto v številske izražene v verbalni obliki (Yevseyeva idr., 2008). Kriteriji takrat niso uteženi, pač pa so zgolj leksikografsko razvrščeni ali enakovredni. Prav tako so po zaželenosti urejene vrednosti posameznih domen. Postopek odločanja zajema šest iterativnih korakov:

1. Glede na preferenčne podatke sta izdvojeni najboljša in najslabša alternativa a_b in a_w . Enolično sta uvrščeni v mejni kategoriji, medtem ko so ostalim alternativam dodeljene vse kategorije.
2. Če so vse alternative klasificirane v natak en razred, se postopek zaključi.
3. Poiskana je alternativa a_m , ki se glede na alternativni a_b in a_w nahaja na sredini merskih lestvic kriterijev. Z njo sta določena dva intervala, ki se nadalje cepita.
4. Odločevalec po lastni presoji sortira alternativo a_m v poljuben razred.
5. Poiskane so nekonsistentnosti, do katerih pride, če ena alternativa dominira drugo, a ni klasificirana v ordinalno boljši razred. Odločevalec ročno razreši nekonsistentnosti.
6. Z določitvijo novih konsistentnih kategorij alternativ, ki predhodno niso bile enolično klasificirane, so glede na alternativo a_m iterativno zoženi intervali. Postopek se vrne v korak 2.

Klasifikacijski postopek je bil ovrednoten s statističnimi eksperimenti na umetnih, naključno generiranih naborih podatkov. Simulacija je upoštevala tri neodvisne spremenljivke – števila kriterijev, razredov in domenskih vrednosti – ter tri porazdelitve – enakomerno, eksponentno in Gaussovo. Uporabljeni sta bili dve kvantitativni metriki kakovosti. Indeks učinkovitosti je bil določen kot razmerje med številom objektov, ki razmejujejo razrede, in številom vprašanj, na katera mora odločevalec odgovoriti, da klasificira alternative glede na te objekte. Računska kompleksnost pa je bila definirana kot število primerjalnih operacij, ki jih algoritem izvede v posamezni iteraciji postopka izvajanja presoj odločevalca z namenom, da bi izbral objekt, na podlagi katerega je opravljena klasifikacija.

Blaszczynski idr. (2007) so naslovili večkriterijsko klasifikacijo tako, da so uporabili množico pravil oblike »if ... then ...«. Le-ta so bila inducirana na podlagi učnih alternativ s pristopom, temelječem na konceptih dominance in grobih množic. Soočili so se z vprašanjem obravnave objektov, pokritih z nič, enim ali več logičnimi pravili.

Zupan idr. (1999) so vpeljali metodo strojnega učenja, ki na osnovi učnih primerkov inducira funkcijsko definicijo ciljnega koncepta v smislu hierarhije vmesnih konceptov. Na ta način je problem nadomeščen z večimi manj kompleksnimi problemi. Cilj dekompozicije je pretvoriti funkcijo $y = F(X)$ v $y = G(A, H(B))$, pri čemer je y razredna spremenljivka, X celotna množica ter A in B podmnožici vhodnih atributov, tako da je $A \cup B = X$, ter F , G in H funkcije, ki jih specificirajo primerki. Funkciji G in H sta izpeljani v procesu dekompozicije, funkcija F pa je definirana vnaprej. Postopek sestoji iz korakov osnovne funkcijske dekompozicije, določitve

particije atributov, skupne funkcijske dekompozicije in generalizacije, pri kateri so nekatere točke, ki niso eksplicitno zajete v začetni množici učnih objektov, kategorizirane v razrede, s čimer je dosežena posplošitev F . Vsak agregiran atribut je opisan z množico primerkov, ki je manj kompleksna od začetne množice. Za izbiro particij so lahko upoštevane različne metrike.

Metoda dekompozicije je namenjena obravnavi nominalnih atributov in razredov ter logičnih funkcij s predikati AND, OR in XOR. Implementirana je bila s sistemom HINT (*Hierarchy INduction Tool*) in se je na osnovi hevrističnega algoritma sposobna soočiti z veliko časovno zahtevnostjo iskanja optimalne razgradnje. Z eksperimentalno študijo, v sklopu katere je bila opravljena primerjava s klasičnim algoritmom strojnega učenja C4.5 (Quinlan, 1993), je bilo ugotovljeno, da je HINT učinkovit tako glede generalizacije kot glede zmožnosti odkrivanja pomensko smiselnih hierarhij.

Sistem HINT je bil v kontekstu odločitvene analize uporabljen za izgradnjo večatributnega modela iz podane nestrukturirane množice odločitvenih primerkov (Bohanec in Zupan, 2004). Eksperimentalno je bil ovrednoten na stvarnem primeru dodeljevanja stanovanjskih posojil. Raziskava je pokazala, da lahko funkcijska dekompozicija odkrije transparentne in pomensko relevantne modele z visoko klasifikacijsko točnostjo. Ti izpeljani modeli so v smislu formalne predstavitve identični modelom ekspertnega sistema DEX (Bohanec in Rajkovič, 1990). V povezavi z le-tem je bilo zasnovanih še nekaj razširitev, ki temeljijo na konceptih strojnega učenja (Žnidaršič, 2007). Izpostaviti velja predvsem metodo indukcije produkcijskih pravil z revizijo modelov na osnovi ovrednotenih variant (Žnidaršič in Bohanec, 2004) in mehanizem opisovanja negotovosti v pravilih.

S problemom večkriterijske klasifikacije, pri kateri so parametri modela izpeljani na podlagi učnega nabora vnaprej ovrednotenih alternativ, sta se soočila tudi Dombi in Zsiros (2005). Predlagala sta metodo zveznega odločitvenega drevesa (*Continuous Decision Tree*), ki se nauči parametrov diskriminantne funkcije ter je rezultat integracije odločitvene analize in strojnega učenja. Iz vidika slednjega je lahko obravnavana kot razširitev algoritma C4.5. Aplicira nove metrike delitve primerkov glede na notranja vozlišča drevesa, ki omogočajo prerez zveznega prostora s poljubnimi geometrijskimi telesi. Iz tega razloga operira le z zveznimi atributi in ne razpoznavo diskretnih. Zaradi lažje interpretacije lahko preslika odločitvena drevesa v pravila.

2.3 Skupinsko odločanje

2.3.1 Metode na temelju psevdokriterija in prednostne relacije

Definiranih je bilo veliko metod za večkriterijsko skupinsko odločitveno analizo (Matsatsinis in Samaras, 2001), vendar jih razmeroma malo modelira preference v obliki psevdokriterija. Leyva-López in Fernández-González (2003) razlikujeta med dvema splošnima pristopoma. Metode, ki sledijo prvemu, zahtevajo od odločevalcev soglasje glede alternativ, kriterijev in preferenčnih parametrov, kakršni so uteži, pragovi ter stopnje reza. Metode drugega tipa pa upoštevajo odločevalce kot različne kriterije, zaradi česar združujejo njihove osebne ocene v skupne. Leyva-López in Fernández-González menita, da niti ene niti druge ne zmorejo rešiti problema večkriterijskega skupinskega odločanja na sprejemljiv način. Slonele naj bi na zelo preprosti hevrisitiki, ki ne zagotovi resničnega, zaupanja vrednega konsenza.

Klasične metode iz družine ELECTRE obravnavajo utež relativne pomembnosti kriterija kot število glasov, dodeljenih temu kriteriju. Na ta način poenostavijo vrednotenje alternativ, saj so glasovi posameznih članov skupine preprosto sešteti z namenom določitve uteži koalicije. Posledično izvira odločitev iz združenih vrednosti, kakor velja tudi za metode, ki jih navajata Rogers in Bruen (1998b). Toda te vrednosti ne odražajo nujno mnenja večine odločevalcev. Zato se utegne zgoditi, da najboljše ocenjeni alternativni ne daje prednosti (skoraj) nihče, pač pa je njena izbira zgolj posledica znatnega nesoglasja v skupini. Poleg tega odločitev ne more biti verodostojna, ker predstavljajo uteži iz koalicije le podmnožico preferenčnih parametrov.

Leyva-López in Fernández-González sta definirala metodo ELECTRE-GD, ki je nadgradnja metode ELECTRE III (Roy, 1991). Njen cilj je izpeljava skupinskega vrstnega reda alternativ iz individualnih razvrstitev in pripadajočih mehkih prednostih relacij. Ohranila naj bi naravno hevristiko združevanja pravil večine in vplivnih manjšin, hkrati pa naj bi razrešila protislovja med razvrstitvami in mehкими prednostnimi relacijami, ki nastopijo v primeru netranzitivnosti slednjih. Čeprav naj bi bila po mnenju avtorjev demokratična, lahko zagotovi le kompromis, saj so člani odločitvene skupine prisiljeni sprejeti odločitev, dobljeno po pravilih moderatorja.

Metoda ELECTRE-GD se sooča s problematiko razvrščanja. Za vsak par alternativ izračuna mehki stopnji $\sigma_k(a_i, a_j)$ in $\sigma_k(a_j, a_i)$. Neenakost $\sigma_k(a_i, a_j) \geq \lambda$ pomeni, da je alternativa a_i vsaj tako dobra kot alternativa a_j , iz neenakosti $\sigma_k(a_i, a_j) \leq \lambda - \beta$ je razvidno, da a_i ni tako dobra kot

a_j , neenakost $\lambda - \beta \leq \sigma_k(a_i, a_j) \leq \lambda$ pa odraža dvom o prednosti. Glede na $\sigma_k(a_i, a_j)$, $\sigma_k(a_j, a_i)$, λ in β obstaja devet možnih situacij. Te so kombinirane s petimi različnimi situacijami, ki so na voljo za vrednosti $u_k(a_i)$ in $u_k(a_j)$, pri čemer predstavlja $u_k(a_i)$ za 1 povečano število alternativ, slabših od a_i . To znese skupaj 45 kombinacij, ki tvorijo matriko relacij stroge/šibke prednosti, enakovrednosti in neprimerljivosti. Na njihovi osnovi je za vsakega odločevalca in za vse pare alternativ (a_i, a_j) dobljena ostra prednostna relacija, iz katere so izpeljane globalne matrike skladnosti, nesoglasja in verodostojnosti. Iz slednje je naposled induciran globalni vrstni red alternativ. Poleg precejšnje zapletenosti je glavna pomanjkljivost metode, da opravi takojšnjo agregacijo in ni zmožna zagotoviti iterativnosti.

Miettinen in Salminen (1999) sta opredelila iskalni postopek v prostoru uteži kriterijev. Njuna metoda ne razvrsti alternativ, temveč najde vektorje uteži, za katere je določena varianta, ki jo izbere uporabnik, najboljša. Metoda ima nekaj pomanjkljivosti:

- ne usmerja izbire vrednosti preostalih parametrov modela;
- posega po matematičnih programih, definiranih glede na nestvarno predpostavko, da so pragovi veta postavljeni tako visoko, da nimajo nobenega vpliva;
- problemi optimizacije, s katerimi se sooča, so nediferenciabilni, kar pomeni, da jih ni možno rešiti z uporabo običajnih reševalcev.

Skupinski PROMETHEE (Brans idr., 1997) ne privede nujno do enotnih mnenj odločevalcev, ker temelji na funkciji utežene vsote in ima zato kompenzacijski značaj. Vendar ga dopolnjuje interaktivna grafična analiza GAIA, ki je učinkovit pripomoček za iskanje kompromisa. Ideje analize GAIA so nadgradili Espinasse idr. (1997). Definirali so šest različnih tipov ravnin, ki nakazujejo na podobnosti in razhajanja v prepričanjih odločevalcev, izraženih s prednostnimi funkcijami in utežmi kriterijev. Učinkovitost pristopa je odvisna od sposobnosti moderatorja za usmerjanje skupine h kompromisu ali konsenzu. To je hkrati tudi bistvena pomanjkljivost, saj predstavlja interpretacija GAIA ravnin za moderatorja precejšnje miselno breme. Le-tega ne more v zadostni meri odpraviti niti množica vpeljanih pojasnjevalnih pravil, kar je posebej izrazito v primeru velikega števila kriterijev.

Colson in Mareschal (1994) sta vpeljala odločitveni sistem JUDGES, ki primerja vrstne rede alternativ različnih članov skupine. Sistem uporablja štiri grafične pripomočke, ki nakazujejo na (ne)soglasja. Prvi razpozna podobna/različna mnenja na osnovi hierarhičnega grozdenja razvrstitev posameznikov. Drugi predstavi porazdelitve mnenj v obliki grafa. Preostala dva pa

sta namenjena analizi grafov in simulaciji učinka različnih naborov pravil skupinskih presoj. Sistem JUDGES je bil integriran tudi s programsko opremo ARGOS (Colson, 2000). Le-ta sestoji iz dveh medsebojno povezanih modulov, ki se soočata z obema poglavitnima fazama skupinskega odločitvenega postopka. V prvi, večkriterijski fazi lahko odločevalci z namenom individualne ocenitve alternativ izbirajo med nekaj različnimi metodami iz družin ELECTRE in PROMETHEE. Sledi ji faza združevanja presoj, ki je komplement grafičnih pripomočkov sistema JUDGES. Udeležencem pomaga primerjati razvrstitve na osnovi funkcij, kakršne so minimum relativnih/absolutnih razhajanj, minimum Evklidovih razdalj ter Condorcetovo in Bordino pravilo.

Na metodi PROMETHEE in dodatnih analitičnih zmogljivostih sloni tudi odločitveni sistem, ki so ga opisali Georgopoulou idr. (1998). Njegov cilj je identificirati vire možnih razhajanj in izluščiti argumente, ki stojijo za konfliktnimi pogledi. Sledi petim korakom. Ti so:

- grafični prikaz individualnih razvrstitev alternativ;
- izračun stopenj skladnosti in nesoglasja na osnovi določitve korelacijskih koeficientov po parih odločevalcev;
- izračun globalnega indeksa skladnosti kot mere sprejemanja mnenj posameznikov;
- analiza občutljivosti z ozirom na negotove/nenatančne parametre modela;
- grafični prikaz poenotenosti mest, ki so jih alternativam dodelili različni člani skupine.

Jabeur idr. (2004) so definirali postopek izpeljave šibkega skupinskega vrstnega reda variant iz delnih vrstnih redov posameznih odločevalcev, ki smejo poseči po metodah ELECTRE III in PROMETHEE. Obstaja tudi različica ELECTRE TRI za skupine (Dias in Clímaco, 2000). Le-ta se osredotoča na iskanje najboljše oziroma najslabše mejne kategorije, v katero je lahko uvrščena alternativa ob upoštevanju omejitev nenatančnih vrednosti preferenčnih parametrov, ki jih nastavi posamezen odločevalec.

Skoraj vsi opisani pristopi so podvrženi nezanemarljivi pomanjkljivosti – zahtevi po zapleteni razpravi v sklopu skupinskega srečanja. Zaradi tega mora biti postopek reševanja problema zelo dobro strukturiran, hkrati pa mora biti človeškemu moderatorju dodeljena odgovorna in pogosto pretirano obremenjujoča vloga, zlasti kadar obstaja več konfliktnih scenarijev. Dano slabost še dodatno pogloblja dejstvo, da omenjeni pristopi/sistemi ne premorejo samodejnega mehanizma za aktivno usmerjanje članov odločitvene skupine k enotnemu dogovoru. Torej ne znajo svetovati, kako prilagoditi preferenčne parametre v primeru znatnih razhajanj osebnih

mnenj. Iz tega razloga je za učinkovit postopek skupinskega odločanja ali pogajanja nujno, da sledi združitevno-razdružitevni principu (Bregar, 2005b). Na osnovi ovrednotenih variant, ki so odraz globalnih presoj posameznika kot tudi skupine, mora prilagoditi model, tako da reproducira predhodno dogovorjene soglasne rešitve.

Združitevno-razdružitvene tehnike za skupinsko odločitveno analizo se večinoma nanašajo na teorijo koristnosti (Matsatsinis in Samaras, 2001). Delne funkcije koristnosti odločevalcev specificirajo z aplikacijo metod UTA in UTASTAR (Jacquet-Lagrèze in Siskos, 2001). Nato združijo koristnosti alternativ z enim od razpoložljivih agregacijskih operatorjev. Matsatsinis idr. (2005) so dognali, da tovrstne predstavitve skupinskih presoj ne zagotovijo niti konsenza niti kompromisa, ker se lahko ocene posameznikov bistveno razhajajo. Zato so definirali več kriterijev merjenja zadovoljstva odločevalcev z združenim vrstnim redom alternativ. Vendar pa so na ta način posledično povečali miselno obremenitev ljudi.

Prvo pravo metodologijo, ki kombinira psevdokriterij, skupinsko odločanje in združitevno-razdružiteni princip so pred nedavnim predstavili Demart idr. (2007). Implementirali so jo s sistemom IRIS (Dias in Mousseau, 2003). Čeprav so jo uspešno preizkusili na nekaj stvarnih problemih, je še niso ovrednotili s formalnimi kvantitativnimi eksperimenti.

2.3.2 Ostali pomembnejši pristopi k skupinskemu odločanju

Bui (1986) je v svoji disertaciji obravnaval načrtovanje skupinskih odločitvenih sistemov. Kot izhodišče je navedel dva principa: (1.) uvedbo enotnega ogrodja večkriterijskega odločanja, ki ni odvisno od uporabljene odločitvene metode in omogoča iskanje konsenza, ter (2.) šibko sklopljeno, porazdeljeno in procesno usmerjeno zasnovo sistemov za podporo skupinskemu odločanju. V sklopu doktorske disertacije je bil implementiran sistem Co-oP, ki je sledil tema principoma, integriral več različnih odločitvenih metod za združevanje preferenc in slonel na algoritmu iskanja konsenza. Co-oP je bil eden prvih, klasičnih odločitvenih sistemov, ki so omogočali iskanje konsenza na osnovi centraliziranega usmerjanja članov skupine. Vendar ni apliciral razdružitvene analize za samodejno prilagajanje preferenc, ni podpiral večagentnih pogajanj in ni modeliral korelacij med različnimi tipi parametrov. Poleg tega vpeljane rešitve niso bile formalno ovrednotene.

Hämäläinen idr. (2001) so vzpostavili ogrodje za večkriterijsko skupinsko odločanje, ki sloni na funkciji koristnosti, je podprto z interaktivno programsko opremo in je bilo aplicirano na nekaj stvarnih problemih. Cilj ogródja je ustvariti evolutiven učni proces. Ker so odločevalci vpleteni v vse faze odločitvenega postopka, le-ta vključuje:

- iskanje Pareto optimalnih rešitev;
- aplikacijo metode izboljševanja smeri, ki v okolici začetne ali trenutno obravnavane alternative poišče podobne alternative, katere povečujejo strinjanje med odločevalci, in izbere tisto alternativo, ki stopnjo strinjanja maksimizira;
- iskanje skupinskega konsenza na osnovi določitve individualnih prioritet, združevanja prioritet v intervalne preferenčne izjave vseh članov skupine, prilagajanja intervalov z namenom razreševanja nasprotij in neskladnosti ter končne potrditve intervalov.

Kim in Choi (2001) sta predstavila interaktivno proceduro za skupinsko odločanje, v sklopu katere odločevalci ne podajo točnih kardinalnih ocen, temveč izrazijo presoje z nepopolnimi informacijami o utežeh atributov in vrednostih variant. Iz njih so z računsko zelo zahtevnim linearnim programiranjem izpeljani intervali koristnosti za posamezne odločevalce in celotno skupino. Za poljubni dve alternativni sta tako izračunana dogovorjeni interval, ki predstavlja minimalno možno razliko med najslabšo oceno boljše in najboljšo oceno slabše alternative, in skupni interval, ki je razlika med maksimalno možno oceno boljše in minimalno možno oceno slabše od dveh alternativ. Za celotno množico alternativ pa pomenita dogovorjeni in skupni interval presek ter unijo intervalov vseh odločevalcev. Skupni interval vsebuje dogovorjenega in ponazarja možen razpon koristnosti. Razmerje $v_i(a)$ med širinama intervalov odraža stopnjo konsenza za i -ti atribut in varianto a ter posledično implicira mero preferenčnega konflikta med člani skupine. Glede na vrednost $v_i(a)$ je apliciran eden od treh scenarijev interaktivnega iskanja konsenza:

- če je $v_i(a)=0$, je konflikt med odločevalci tako velik, da za skupinsko koristnost ne obstaja dogovorjeni interval, zaradi česar mora vsak odločevalec ustrezno prilagoditi svoje preference;
- če je $0 < v_i(a) < \delta$, dogovorjeni interval ni v sprejemljivih mejah skupnega, kar pomeni, da ni dosežen prag konsenza δ in je potrebna prilagoditev preferenčnih informacij;
- če je $\delta \leq v_i(a) \leq 1$, je dogovorjeni interval v sprejemljivih mejah skupnega, kar zahteva verifikacijo parnih relacij dominance.

Alternativa je v relaciji dominance nad drugo, kadar je utežena vsota razlik njunih koristnosti za vsak kriterij večja od 0. Za konstruiranje vseh parnih relacij dominance je potrebno rešiti kar $(2 \cdot K \cdot N + 1) \cdot M \cdot (M - 1)$ matematičnih programov, kjer so K , N in M števila odločevalcev, kriterijev in alternativ. Tudi iz vidika odločevalcev je kompleksnost postopka precejšnja, saj sestoji le-ta iz desetih korakov, ki zajemajo oblikovanje problema, izražanje presoj, agregacijo preferenc z izpeljavo intervalov koristnosti, prilagoditev presoj, preverjanje konsenza glede na prag δ , ponovno morebitno prilagoditev presoj, preverjanje dominance, predstavitev rezultatov in pridobivanje povratnih informacij od udeležencev.

Kot podpora proceduri je bil implementiran interaktivni skupinski odločitveni sistem RINGS. Le-ta poišče konfliktna mnenja odločevalcev, primerja njihove presoje in predlaga optimalno smer iskanja konsenza. Čas, ki je potreben za doseganje konsenzne rešitve, nekoliko zmanjša na osnovi grafičnega uporabniškega vmesnika ter baz podatkov in modelov. Sistem RINGS ni bil eksperimentalno ovrednoten. Njegovi temeljni pomanjkljivosti sta, da ni zmožen aktivnega samodejnega prilagajanja preferenčnih parametrov in da morajo zaradi zmanjševanja računske kompleksnosti vsi člani odločitvene skupine enako razvrstiti kriterije po pomembnosti, kar je nestvarna in nesprejemljiva poenostavitev.

Dias in Climaco (2005) sta razvila sistem za podporo skupinskemu odločanju, ki je primeren za uporabo prek svetovnega spleta. Sloni na večatributni funkciji koristnosti in se lahko sooči z nenatančnimi informacijami. Demokratično odločanje naj bi zagotovil tako, da ne združuje modelov posameznih odločevalcev v enoten model, temveč prikaže posledice vhodov vsakega izmed njih in opravi primerjavo z rezultati presoj drugih odločevalcev. Ker poišče za vsako alternativo interval vrednosti, ki je presek intervalov vseh udeležencev, morajo biti podane omejitve preferenčnih parametrov. Glede na intervale, ki se lahko delno prekrivajo, izračuna odločitveni sistem z uporabo linearnega programiranja največjo možno prednost posamezne alternative pred ostalimi. Nastopi lahko situacija čiste dominance alternative a_i nad alternativo a_j , pri kateri mora biti razlika med a_i in a_j vselej v prid a_i , ali kvazidominance, ki omogoči a_i , da ima prednost pred a_j , četudi je v določenih primerih slabša v okvirih tolerance ε .

Oral idr. (2001) so razvili metodologijo ocenjevanja projektov, ki maksimizira konsenz med udeleženiimi stranmi. Odločitveni model temelji na uteženi vsoti, v katero vstopajo kriterijske projektne točke in uteži. Slednje so odvisne od značilnosti projektov. Izpelje jih optimizacijski program, ki upošteva linearne omejitve in privede do željene koristnosti izbranega projekta. V

kontekstu skupinskega odločanja posamezna stran (enota) ovrednoti projekte drugih enot na podlagi lastnih vrednosti in presoje. Rezultati takšnega navzkrižnega ocenjevanja so združeni z rezultati samoocenjevanja in pomenijo osnovo za izbiro projektov z najvišjo stopnjo konsenza glede na dane omejitve. Pomanjkljivost metodologije je, da iskanje konsenza ni iterativno in zato ne omogoča prilagajanja mnenj potencialno nasprotujočih si odločevalcev. Ocenitev je opravljena v enem koraku in upošteva štiri principe:

- stopnja skladnosti s prednostjo projekta p_j pred projektom p_k je razmerje med številom vseh projektov in številom primerov, ko je navzkrižna ocena boljša od lastne;
- če ima ob izbrani stopnji konsenza p_j prednost pred p_k , obstaja med njima prednostna relacija;
- princip dominance pravi, da mora množica zavrnjenih projektov vključevati samo tiste projekte, pred katerimi ima prednost vsaj en izbrani projekt;
- princip nedominance pravi, da mora množica izbranih projektov vključevati samo tiste projekte, pred katerimi nima prednosti noben projekt.

See (2006) nadgrajuje metodo HEIM (*Hypothetical Equivalents and Inequivalents Method*) v njeno skupinsko različico Group-HEIM. Le-ta ne združuje individualnih preferenc v skupne, temveč izračuna stopnjo konflikta med skupino in njenimi člani. Delo proučuje relacijo med stopnjo konflikta in uporabnostjo odločitve ter vključuje validacijo metode s študijo primera.

Pictet in Bollinger (2005) sta vpeljala postopek tihega pogajanja, katerega cilj je specifikacija skupinskih uteži kriterijev. Osnovna ideja je, da sloni interakcija med udeleženci na tem, kaj počnejo (premikajo karte), in ne na tem, kaj govorijo. Postopek je bil zasnovan v povezavi s Simosovo proceduro (Figueira in Roy, 2002), vendar je lahko ob prilagoditvah apliciran tudi na aditivne metode, kakršna je Macbeth, ali metode, ki temeljijo na parnih primerjavah, zlasti iz družine ELECTRE. Sestoji iz faz razvrstitve kriterijev po pomembnosti, določitve razlik med zaporednimi mesti oblikovanega vrstnega reda z vstavljanjem praznih kart in podajanja morebitnih dodatnih informacij, med katerimi je relevantno predvsem razmerje med najbolj in najmanj pomembnim kriterijem. Vsaka faza zajema korake priprave začetnega položaja kart, premikanja kart s strani udeleženihih pogajalcev in izražanja osebnega (ne)strinjanja z rezultati posameznega kroga. Če vsi udeleženci ne sprejemajo rezultata, se izvede nov krog pogajanja. Zadnja dva koraka se ponavljata tako dolgo, dokler ni dosežen sprejemljiv dogovor ali dokler moderator ne prekine neuspešnega pogajanja. Praviloma naj bi prišlo do dogovora že v nekaj

krogih, saj odločevalec spremlja druge in točno ve, kaj želi storiti, ko pride na vrsto. Razloga za možno nedoseganje kompromisa sta lahko dva:

- divergenca oziroma pojavljanje zank izmeničnega dvigovanja in spuščanja istih kart s strani dveh ali več odločevalcev, ki imajo različne vrednostne sisteme, ter
- moteče obnašanje, ko nekdo od udeležencev razvija socialne odnose in želi vplivati na ostale.

Prednosti postopka naj bi bile v osredotočenosti na konflikte, demokratičnosti in upoštevanju mnenj drugih, slabost pa neanonimnost. Avtorja raziskave sta tiho pogajanje testirala na nekaj realnih problemih, pri čemer je bilo v opazovanih skupinah prisotnih med pet in petnajst ljudi. Formalno eksperimentalno ovrednotenje zaenkrat ni bilo opravljeno.

2.3.3 Razhajanja in konsenz med ordinalnimi razvrstitvami

Problem merjenja razdalj med ordinalnimi vrstnimi redi sorodnih elementov in agregacije teh razvrstitev je star že več kot dve stoletji. Predlaganih je bilo mnogo različnih modelov, katerih celovit in sistematičen pregled podaja Cook (2006), ki je tudi sam (so)avtor večih metod (Cook idr., 1996; Cook in Seiford, 1978). Pristope k iskanju konsenza deli v dva razreda – na preproste ad hoc metode in aksiomatizirane metode na podlagi metrike razdalje. Prve izvirajo pretežno iz politike, natančneje iz parlamentarnega sprejemanja odločitev. Najbolj znano je pravilo preproste večine ali Condorcetovo pravilo (Condorcet, 1785). Dokaj priljubljena pa je tudi tehnika, ki pomnoži mesta alternativ s števili glasov za ta mesta in izračunane produkte sešteje (Borda, 1981).

Konsenz na osnovi razdalje temelji na aksiomih, ki jih mora izpolnjevati metrika (funkcija) razdalje. Najbolj znano metriko, ki zadosti aksiomom, sta vpeljala Kemeny in Snell (1962). Ekvivalentna ji je metrika, katere avtorja sta Cook in Seiford (1978). Slednjo je Cook (2006) tudi nadgradil, tako da je razhajanje merjeno relativno glede na mesta elementov. V tem primeru sta določena dva vektorja – prvi je identifikator ordinalne prednosti pred mestom j , drugi pa identifikator ordinalnega zaostajanja za mestom j . To omogoči, da je neskladnost med dvema razvrstitvama obravnavana v smislu razlike med največjo možno in dejansko skladnostjo.

Iskanje konsenza je v splošnem minimizacijski problem, najpogosteje rešen z nelinearnim, v nekaterih primerih pa lahko tudi z linearnim matematičnim programiranjem. Ena od bistvenih težav Kemeny-Snellove metrike je računska zahtevnost nelinearnega iskanja konsenza med razvrstitvami, kar izvira iz kvadratne oziroma matrične strukture predstavitve razdalje. Za veliko število elementov – kriterijev ali alternativ – je problem takorekoč nerešljiv. K njemu je s celoštevilskim linearnim programiranjem ponovno pristopil Cook. Z neukrotljivostjo Kemeny-Snellove metrike pa sta se spopadla tudi Emond in Mason (2002). Definirala sta ekvivalentno metriko, ki sta jo označila s τ_x , ker gre za izboljšavo Kendallovega τ (Kendall, 1948) v smislu prilagoditve za šibke in delne vrstne rede. S to metriko je izpeljava konsenza računsko lažja. Udejanjena je z algoritmom tipa razveji in omeji.

Poglavitna pomanjkljivost Kemeny-Snellove razdalje pa je, da dopušča samo obravnavo popolnih in šibkih razvrstitev in ne tudi delnih, ki vključujejo poleg relacij prednosti ter enakovrednosti še relacijo neprimerljivosti. Razen Cooka, ki se je tega problema lotil z bimatrično predstavitvijo, sestoječo iz informacijske in preferenčne matrike, sta do ustrezne rešitve prišla tudi Roy in Slowinski (1993), ki sta definirala množico logičnih pogojev, na osnovi katerih je konstruirana metrika razdalje med pari binarnih relacij neprimerljivosti, enakovrednosti in prednosti alternativ. Metrika zadošča aksiomoma simetrije in trikotniške neenakosti, vendar ni bila aplicirana v modelu agregacije vrstnih redov. Zato so Xu idr. (2001) predlagali podobno metriko in algoritem za določitev kompromisne razvrstitve na podlagi množice delnih razvrstitev. Metriko so nadgradili tudi Jauber idr. (2004), ki so jo uporabili v postopku skupinskega odločanja in pri tem upoštevali uteži relativne pomembnosti odločevalcev. Postopek sestoji iz večih korakov:

1. Z namenom izpeljave osebnih delnih vrstnih redov alternativ posežejo odločevalci po metodah PROMETHEE I/II in ELECTRE III.
2. Z združitvijo tako imenovanih objektivnih in subjektivnih komponent so specificirane uteži odločevalcev. Objektivna komponenta k -tega odločevalca za par alternativ (a_i, a_j) se izračuna kot razmerje med številom odločevalcev, ki dajo jasno prednost a_i pred a_j , in številom vseh odločevalcev, pri čemer mora veljati prednostna relacija $a_i P^k a_j$. Če ta predpogoj ni izpolnjen, je objektivna komponenta enaka 0. Subjektivne komponente pa dobi odločevalec na takšen način, da s Simosovo proceduro (Figueira in Roy, 2002) v padajočem vrstnem redu oceni pomembnosti ostalih članov skupine.
3. Izpeljana sta skupinska vrstna reda P^+ in P^- . Prvi je dobljen kot rezultat naraščajočega rangiranja alternativ v ekvivalenčne razrede po razdalji med relacijo $\succ$ in relacijo, v

kateri je posamezen par alternativ. Drugi je dobljen s padajočim rangiranjem alternativ po razdalji med relacijo $\prec$ in relacijami parov alternativ.

4. Z združitvijo P^+ in P^- po pravilih metode ELECTRE III je izpeljan en sam skupinski vrstni red alternativ.

Uteževanje razvrstitev elementov, ki pripadajo različnim odločevalcem, upoštevanje relacije neprimerljivosti in relativna obravnava mest so trije tipi možnih razširitev aksiomatiziranih metod iskanja ordinalnega konsenza. Četrta oblika nadgradnje je razvrščanje z intenzivnostjo preferenc. V tem primeru ni zgolj izraženo, ali je nek element pred drugim (ima prednost 1), ampak tudi, kolikšno stopnjo prednosti ima, pri čemer je ta večja ali enaka 1.

2.4 Sistemi avtomatiziranih pogajanj v elektronskem poslovanju

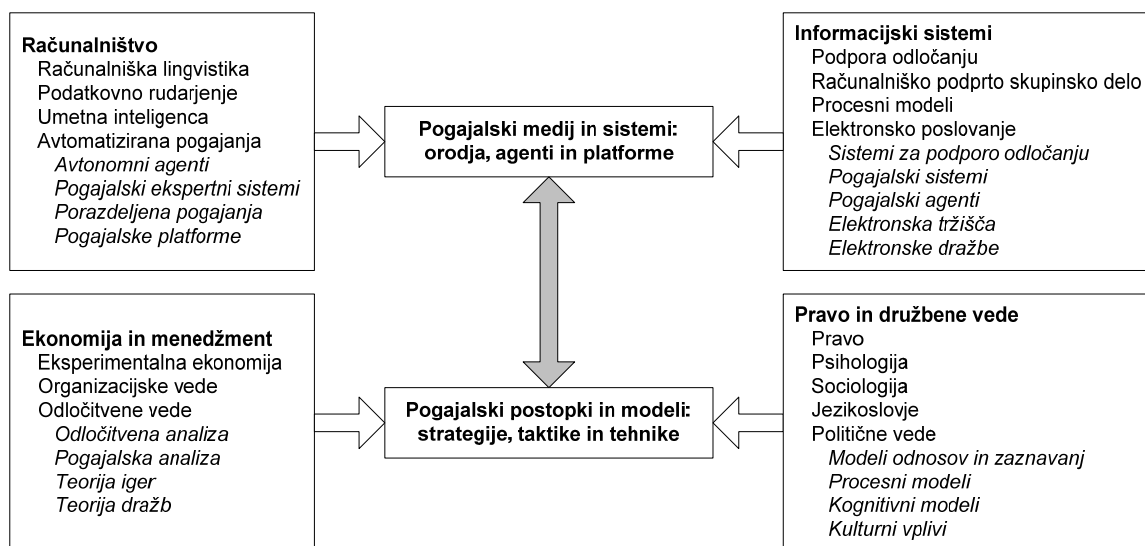
Zadnja leta smo priča valu B2B in B2C poslovanja prek spleta (Grieger, 2003). Večina trenutnih sistemov za e-poslovanje predstavlja pasivne kataloge, ki omogočajo nakupovanje proizvodov in koriščenje storitev pod vnaprej določenimi nefleksibilnimi pogoji (Lomuscio idr., 2003). Opazno manjši je delež aktivnih aplikacij e-poslovanja, ki so zmožne posredovati pri sklepanju pogodb ali pomagati pri odločanju o tem, kakšne proizvode/storitve kupec potrebuje. Toda bistvena pomanjkljivost tovrstnih sistemov je, da se osredotočajo predvsem na zagotavljanje čimbolj ugodne cene. Četudi je le-ta pomemben vidik transakcij, je potrebno upoštevati še številne druge dejavnike. Podjetja želijo denimo pridobiti in ohranjati stalne stranke, medtem ko zanimajo slednje poleg cene tudi garancijski pogoji, rok dobave, renome in zgodovina poslovanja ponudnika itd. Zato je potrebna programska oprema, ki upošteva različne kriterije, relevantne za uporabnike na obeh straneh, in za katero je neizogibno zagotoviti maksimizacijo koristi, omogočiti kompenzacijo kriterijev ter dopustiti, da cena nima nujno največje pomembnosti.

Zgornjim zahtevam je mogoče zadostiti z aplikacijo metod večkriterijske odločitvene analize, ki so že vrsto let eden temeljev sistemov za podporo odločanju (Shim idr., 2002). Bistveno je, da te metode niso statične. Na osnovi opazovanja obnašanja kupcev lahko namreč z namenom povečanja njihovega zadovoljstva sistemi e-poslovanja v realnem času spreminjajo pogoje prodaje proizvodov oziroma storitev (Kwon in Sadeh, 2004). Ker pa so prisiljeni gledati tudi na svojo korist, morajo vplivati na odločitve kupcev, še preden ti zaključijo s transakcijami.

To daje motivacijo za razvoj inteligentnih agentnih sistemov. V kolikor so agenti avtonomni, se lahko pogajajo v imenu svojih lastnikov – ponudnikov in odjemalcev storitev. In osnova formalne pogajalske analize so prav metode večkriterijskega odločanja (Raiffa idr., 2002).

2.4.1 Avtomatizirana pogajanja

Pogajanje je proces, v katerem skupina ljudi/agentov medsebojno komunicira z namenom, da bi zadostili skupnim ciljem, ki premoščajo potencialno delno nezdružljive individualne cilje (Lomuscio idr., 2003; Raiffa idr., 2002; Stroebel, 2003). Ker avtomatizacija pogajanj občutno skrajša čas, ki je zanje potreben, in ker hkrati učinkovito odpravlja nezainteresiranost ljudi, postajajo pogajanja koordinacijski mehanizem za interakcijo med prodajalci in kupci na elektronskih tržiščih. Formalizacija pogajanj je tako kritični dejavnik uspeha elektronskih tržišč in je deležna precejšnje pozornosti znotraj domene agentnih sistemov e-poslovanja. Vendar kljub občutnemu napredku v zadnjih letih podpora pogajanjem v neki meri še vedno ostaja izziv B2B in B2C e-poslovanja (Weigand idr., 2003). To je predvsem posledica dejstva, da je pogajalske procese težje formalizirati kakor klasične poslovne procese. Kompleksnost domene pojasnjuje slika 2.2 (Bichler idr., 2003), ki nakazuje na njeno interdisciplinarnost in izpostavlja medsebojne vplive različnih področij znanosti.



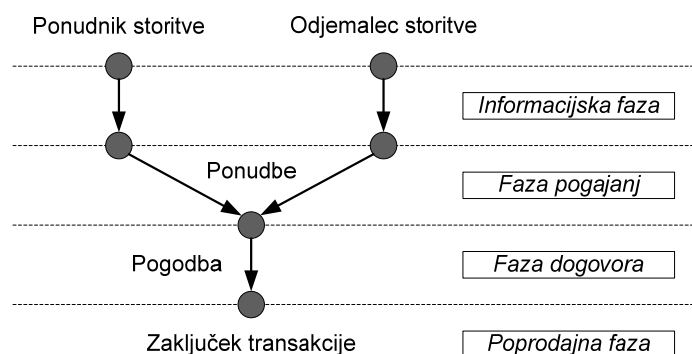
Slika 2.2: Shematska ponazoritev področij pogajanj

Posledica interdisciplinarnosti je obstoj množice raznolikih elektronskih sistemov pogajanja, ki jih formalno kategorizira montrealaska taksonomija (Stroebel, 2003). V praksi prihaja do

zamenjav med elektronskimi pogajanjem in avkcijami (dražbami), kajti besednjak velikokrat iz propagandnih razlogov tvorijo marketinški oddelki razvijalcev programske opreme. Avkcije so ozko usmerjene in upoštevajo kot edini kriterij ceno. Po drugi strani vpeljujejo pogajanja različne mehanizme, kot so večkriterijsko izražanje preferenc, kompenzacija med kriteriji, simultano izboljševanje zaželenosti, ki vodi v situacije, v katerih pridobijo vse udeležene strani (»win-win«), itd. Za pogajanja prav tako velja, da niso kot osnova izmenjavi storitev in dobrin relevantna zgolj za poslovni svet, temveč predstavljajo primerno obliko skupinskega odločanja tudi v nekomercialnih – recimo političnih in pravnih – domenah.

Poleg avkcij, katerih popularnost je rezultirala v specifičnem »avkcijsko-centričnem« pogledu na e-poslovanje, v sklopu katerega je vsaka izmenjava strukturiranih sporočil obravnavana kot avkcija, je pomemben tip spletnih storitev v e-poslovanju primerjalno nakupovanje (Kwon in Sadeh, 2004). Pri le-tem je integriranih več trgovin oziroma ponudnikov storitev, uporabik pa ima en vmesnik za povpraševanja, posredovana vsakemu izmed njih. Pogajanja služijo izbiri najboljših ponudbe.

Proces pogajanja je v poslovnih aplikacijah sestavni del procesa dogovarjanja dveh ali več agentov glede koriščenja storitev oziroma nakupa proizvodov in ga je mogoče umestiti v širši kontekst tržnih transakcij, kot je razvidno iz slike 2.3 (Grieger, 2003). Proces poteka v več korakih. V posameznem koraku je dogovor bodisi sprejet bodisi ne. Če ni, pride do podajanja protiponudb. Princip pogajanja tako temelji na spremembi ponudbe agenta (kar je zanj manj ugodno) z namenom, da bi bila dosežena sprememba ponudb drugih agentov. Iz tega razloga morajo agenti ocenjevati protiponudbe in se odločati glede na lastno pogajalsko strategijo o izvedbi nadaljnjih akcij. Formalno je ponudba n -terica elementov, ki predstavljajo kriterije, kot so cena, garancija ali čas dobave, in so korelirani z neko mero ustreznosti, najpogosteje s funkcijo koristnosti ali mehkim prednostnim indeksom.



Mehanizem pogajanja združuje pogajalski protokol in pogajalsko strategijo agentov (Bichler idr., 2003). Imeti mora nekaj značilnosti, med katerimi sta iz vidika teorije odločanja najbolj pomembni:

- *individualna racionalnost*, ki pomeni, da agent sodeluje v pogajanjih samo, če je to v njegovem lastnem interesu, in
- *Pareto učinkovitost*, ki pravi, da je rezultat učinkovit, če ne obstaja nek drug rezultat, ki je bolj ugoden za enega agenta in hkrati ni manj ugoden za drugega agenta.

Agenti se morajo najprej v sklopu t.i. metapogajanja zediniti glede protokola, ki strukturira proces, vpeljuje pravila dopustnega obnašanja udeležencev in določa pogoje, pod katerimi nastopi interakcija med njimi. Na ta način je opredeljeno, kakšne pogodbe smejo biti sprejete in kakšne sekvence ponudb so dovoljene. Šele potem se lahko pogajanje začne. Specifikacija zaporedja akcij, ki jih agent izvede med pogajanjem, je določena s strategijo, pri čemer je s posameznim protokolom združljivih več strategij. Tako se lahko agent pogodi že v prvem krogu ali pa vztraja do preteka pogajanju namenjenega časovnega intervala. V vsakem primeru morajo strategije težiti k doseganju ravnovesja oziroma ekvilibrija, pri katerem je vrednost bodisi za vse agente enaka ali se od agenta do agenta spreminja. V tem kontekstu je govora o integrativnih in distributivnih pogajanjih. Cilj prvih je poiskati rešitev, ki zadovolji prav vse strani (situacija tipa »win-win«), medtem ko težijo druga k doseganju učinkovitega kompromisa (situacija tipa »win-lose«) (Weigand idr., 2003). Rezultat pogajanja je torej konsenz, kompromis ali nestrinjanje. Formalno osnovo zanje daje pogajalska analiza (Raiffa idr., 2002), ki integrira odločitveno analizo in teorijo iger ter na ta način premosti razkorak med kvantitativnimi/kvalitativnimi deskriptivnimi modeli in normativnimi modeli. Sloni na progresivnem procesu, ki se prične z neučinkovito ponudbo in vodi do Pareto optimalnih rezultatov. Poudarja praktične vidike, kot so nepopolne informacije, neracionalno obnašanje in nezavezanost.

Protokol uvaja v proces pogajanj strukturo, ki je predpogoj za delovanje avtonomnih agentov. Le-ti nadomestijo človeške pogajalce v vseh odločevalskih, komunikacijskih in pogajalskih aktivnostih. Lahko so predstavniki drugih entitet ali delujejo iz svojih lastnih interesov. Ker nadzirajo celoten proces, vključno s specifikacijo ponudb in sprejemanjem končnih odločitev o sklenitvi ali zavrnitvi sporazuma, morajo poleg splošnih lastnosti agentov – avtomatizacije dela, zavedanja, zmožnosti učenja in sodelovanja, avtonomnosti, prilagodljivosti, mobilnosti ter inteligence – imeti tudi sposobnost ocenitve lastnih preferenc, tako da zmorejo vrednotiti

različne dogovore in med njimi izbirati. To pa kliče po implementaciji ustreznih odločitvenih metod. Dodatno za agente, ki realizirajo pogajanja, veljajo še naslednje lastnosti (Lomuscio idr., 2003):

- Agent ima lahko vlogo kupca, prodajalca ali posrednika.
- Racionalnost agenta je lahko popolna ali omejena. Če je popolna, je zmožen poljubno kompleksnih izračunov v končnem časovnem intervalu.
- Agent poseduje znanje o dobrinah in potencialno tudi znanje o tem, kako drugi agenti vrednotijo iste dobrine. Od tega znanja je močno odvisna strategija agenta.
- Agent je v nekaterih primerih zavezan, da po podani ponudbi preneha s pogajanjem, vse dokler ne prejme sporočila o odobritvi ponudbe ali protiponudbe.
- Agenti se lahko obnašajo kot individualne entitete z lastnimi interesi ali kot nesebične entitete, ki so del neke skupine. Lahko tudi iščejo ravnovesje med tema skrajnostima.
- Agentova strategija pogajanja odloča o dajanju in sprejemanju ponudb, oblikovanju protiponudb in umiku iz pogajanja. Čeprav je konceptualno neodvisna od ostalih parametrov, je v določeni meri korelirana z zavezanostjo, znanjem, racionalnostjo in socialnim obnašanjem. Bistvena predpostavka je, da so agenti individualno racionalni, zaradi česar ne sprejemajo dogovorov, na osnovi katerih bodo na slabšem, kot so sicer.

2.4.2 Odločitveni modeli za avtomatizirana pogajanja

Elektronska pogajanja zahtevajo od avtonomnih agentov sprejemanje odločitev (Koehne idr., 2004). Pri tem so aplicirane metode iz domene odločitvene analize, zlasti večatributne teorije koristnosti (Power in Sharda, 2007).

2.4.2.1 Temeljne odločitvene metode in pogajalski protokoli

Kot temeljna preskriptivna teorija, ki določa, na kakšen način naj bi bile odločitve sprejete, da bi maksimizirale korist, je bila večatributna teorija koristnosti aplicirana v različnih tipih pogajanj. Kot primerna se je izkazala tako za kooperativne kot nekooperativne domene in za različne možne kardinalnosti interakcij – »ena proti ena«, »več proti ena« in »več proti več«. Četudi so v praksi najpogostejša pogajanja tipa »več proti ena«, ki so značilna za dražbe, v sklopu katerih en agent prodaja, drugi pa kupujejo, ali primerjavo proizvodov/storitev, kjer en agent kupuje, medtem ko jih več prodaja, je že najpreprostejši scenarij pogajanj tipa »ena

proti ena« v kooperativnih domenah toliko zapleten, da zaradi specifičnih težav, kakršna je možnost večih ravnovesij, zahteva upoštevanje konceptov kompleksnejših scenarijev. K temu scenariju pristopa protokol monotonega popuščanja (*monotonic concession protocol*). Le-ta operira na prostoru pogodb, ki so hkrati individualno racionalne in Pareto optimalne. Agenti skušata maksimizirati svoje koristi in vršita pogajanje v krogih, pri čemer posamezen agent v vsakem krogu izgubi, kar pomeni, da ponudi možnost, ki da večjo korist drugemu agentu in manjšo korist njemu samemu. Pogajanje se zaključi, ko sta agenta zadovoljna z dogovorom ali ko ta spodleti. Strategija sloni na izračunu stopnje izgube ob nedoseganju kompromisa:

$$tveganje_i = \begin{cases} 1 & , \text{koristnost}_i(\delta_i) = 0, \\ \frac{\text{koristnost}_i(\delta_i) - \text{koristnost}_i(\delta_j)}{\text{koristnost}_i(\delta_i)} & , \text{sicer.} \end{cases}$$

Pri tem sta i in j indeksa agentov, δ_i in δ_j pa njuni ponudbi. Če je $tveganje_i \leq tveganje_j$, agent i poda novo zanj slabšo ponudbo, ki ravno še spremeni ravnovesje. V splošnem je ne glede na scenarij pogajanja za agenta zaradi pridobivanja strateške prednosti dobro oceniti koristnosti nasprotnih pogajalcev. To je še posebej dragoceno pri kompleksnih, dolgoročnih pogajanjih.

Pri pogajanjih, kjer je na eni strani več agentov, je najbolj običajna rešitev prav tako izračun agregiranih vrednosti z uporabo funkcije koristnosti. Protokol monotonega popuščanja je bil zato razširjen tudi na pogajanja tipa »ena proti mnogo«. Izračun stopnje tveganja upošteva v tem primeru zgolj agenta, katerega ponudba je ocenjena z najnižjo stopnjo koristnosti, kajti ta ponudba utegne pri iskanju kompromisa voditi do potencialno najizrazitejše popustitve:

$$tveganje_i = \begin{cases} 1 & , \text{koristnost}_i(\delta_i) = 0, \\ \frac{\text{koristnost}_i(\delta_i) - \min\{\text{koristnost}_i(\delta_j) \mid j \in A\}}{\text{koristnost}_i(\delta_i)} & , \text{sicer.} \end{cases}$$

Koncept Pareto učinkovitosti zagotovi blagostanje celotne skupine pogajalskih agentov le pod pogojem, da vsak agent po pravici razkrije svoje preference glede omejenih virov. Takrat je lahko vsak vir alociran natanko tistemu agentu, ki ga najbolj ceni. Vendar pa se v stvarnih pogajalskih situacijah pogosto zgodi, da popolne preferenčne informacije bodisi niso na voljo bodisi jih agenti iz strateških razlogov skrijejo oziroma poneverijo z namenom, da bi pridobili čim večji delež vira. To dejstvo upošteva Brams-Taylorjev mehanizem zmagovalca (*winner mechanism*), ki razdeli množico omejenih virov med dva ali več pogajalcev (Daniel in Parco, 2005). Statistični eksperimenti so pokazali, da konvergirajo v primeru tekmovalnih preferenc

in neomejenega skupnega znanja bilateralno oziroma multilateralno sprejete odločitve proti rezultatom, ki so le redko pravični. V kolikor se večja stopnja negotovosti glede preferenc, pa se izboljšata tako pravičnost kot učinkovitost.

Najbolj preprost primer Brams-Taylorjevega mehanizma je vezan na dva pogajalca in dva vira. Naj bo u_i koristnost pogajalca A , da pridobi celoten vir i . Če mu je dodeljen delež a_1 vira 1 in delež a_2 vira 2, je potemtakem njegovo zadovoljstvo s sprejetim dogovorom izraženo s funkcijo koristnosti $u_A(a_1, a_2) = a_1 u_1 + a_2 u_2$. Ta funkcija je lahko normalizirana:

$$U_A(a_1, a_2) = \frac{u_A(a_1, a_2)}{u_1 + u_2} = a_1 \rho_A + a_2 (1 - \rho_A),$$

pri čemer velja $0 \leq U_A(a_1, a_2) \leq 1$ in kjer je $\rho_A = u_1 / (u_1 + u_2)$ relativna zaželenost vira 1 glede na vir 2. Agent A iz lastne koristi praviloma ne oznani dejanske vrednosti ρ_A , temveč vrednost $r_A = T(\rho_A)$. Funkcija T predstavlja strategijo agenta in določa njegovo ponudbo. Upošteva ponudbi r_A in r_B , ki odražata deklarirane navidezne preference nasprotujočih si agentov A in B , razdeli Brams-Taylorjev mehanizem vire na takšen način, da sta navidezni koristnosti obeh pogajalcev enaki in da je alokacija virov Pareto učinkovita. Rezultat je dobljen kot rešitev problema linearnega programiranja:

$$\max_{a_1, a_2} U_A^*(a_1, a_2)$$

glede na $U_A^*(a_1, a_2) = U_B^*(1 - a_1, 1 - a_2)$, kjer je $U_A^*(a_1, a_2) = a_1 r_A + a_2 (1 - r_A)$.

Pomanjkljivost pristopov na temelju funkcije koristnosti je, da se poznavanje agentovih preferenc reducira na eno samo vrednost. Posledično je razumevanje preferenc omejeno. Ta problem rešuje metoda pogajanja med enim ponudnikom storitev in več odjemalci, ki temelji tako na konceptih preferenčnega modeliranja kot tudi matematične relacijske analize (Van de Walle idr., 2001). V tem kvantitativnem odločitvenem modelu multilateralnega pogajanja ponudnik registrira določeno storitev na elektronskem trgu in priskrbi njen opis z ozirom na več karakterističnih kriterijev. Prodajni agent nato prejme različne ponudbe zainteresiranih potencialnih kupcev, pri čemer sestoji vsaka takšna ponudba iz vrednosti po posameznih kriterijih. Zato je prodajalec soočen s problemom izbire tistega kupca, s katerim se bo nadalje pogajal, da bi tržil storitev oziroma proizvod. Formalna analiza na osnovi parnih primerjav prodajalčevih preferenc in kupnih ponudb razkrije odvisnosti med ponodbami in hkrati izpostavi tudi odvisnosti med kriteriji. Ker je izpeljana delna razvrstitev kupcev, ki v slučaju

konfliktnih preferenc upošteva relacijo neprimerljivosti, so zajete vse relevantne informacije, katerih bogatost se v procesu analize ohranja. Na njihovi osnovi lahko pogajalec identificira kupca, na katerega se mu splača fokusirati pogajanja.

Matematični postopek metode sestoji iz nekaj razmeroma preprostih operacij. Prodajni agent preslika prejete ponudbe potencialnih kupcev, ki so podane z vektorji kriterijskih vrednosti, v mehke prednosti, katere izrazi z matriko P . Primerjave vrstic matrike P izpostavijo odvisnosti med večkriterijskimi ponodbami:

$$d(P_i, P_j) = \frac{1}{n} \sum_{k=1..n} \min(1, 1 - P_{ik} + P_{jk}).$$

Na podlagi vrednosti $d(P_i, P_j)$ je dobljena mehka binarna relacija, katere tranzitivno zaprtje je relacija kvazireda Q na množici kupcev B . Relacija Q je izostrena z α -rezi, tako da za stopnjo zaupanja α velja $(b_i, b_j) \in Q_\alpha$, če je ponudba kupca b_i največ tako dobra kot ponudba kupca b_j . Na osnovi relacije kvazireda je definirana ekvivalenčna relacija, ki razdeli množico B v več ekvivalenčnih razredov:

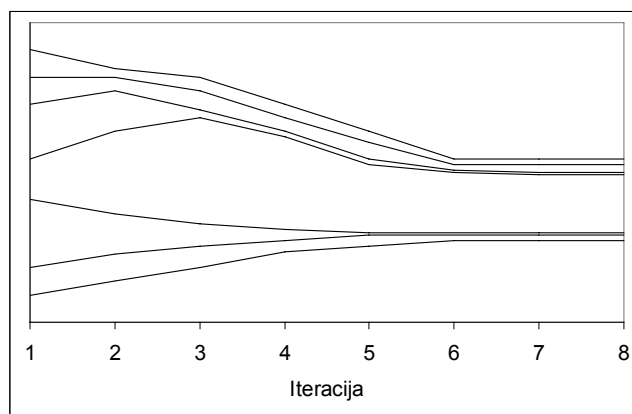
$$(b_i, b_j) \in E_\alpha \Leftrightarrow (b_i, b_j) \in Q_\alpha \wedge (b_j, b_i) \in Q_\alpha,$$

$$[b_i]_\alpha = \{b_j \mid (b_i, b_j) \in E_\alpha\}.$$

Končno inducira relacija kvazireda med ekvivalenčnimi razredi prednostno relacijo $\leq_\alpha$, ki razvrsti ponudbe kupcev po zaželenosti:

$$[b_i]_\alpha \leq_\alpha [b_j]_\alpha \Leftrightarrow (b_i, b_j) \in Q_\alpha.$$

Za avtomatizirana pogajanja v e-poslovanju sta zelo pomembna še dva koncepta – doseganje konsenza in formiranje koalicije agentov. Pristopi iskanja konsenza najpogosteje temeljijo na modeliranju »mehkih« mnenj. V nekaterih primerih vključujejo še druge tehnike, kot denimo gručenje (Simas idr., 1999). Aplikacija slednjega utegne rezultirati v delnem konsenzu, ki ne pomeni poenotenega mnenja pogajalskih entitet, ampak izloči nekaj skupin agentov, katerih preference se ujemajo. Slika 2.4 podaja praktični primer razvoja delnega konsenza skozi osem iteracij.



Slika 2.4: Razvoj delnega konsenza

Ker nekaterih nalog ne more samostojno opraviti en sam agent, se lahko zgodi, da je potrebno dinamično formiranje koalicije večih agentov. Delna rešitev problema je alokacija opravil, ki pa je možna le, če so opravila elementarna, kar pomeni, da posamezen agent v celoti izvrši njemu dodeljena opravila. Boljša sta pristopa na osnovi teorije iger in agregacije preferenc s Choquetovim integralom, ki upošteva interakcije med kriteriji in soodvisnosti med agenti (Aknine idr., 2004). Oba pristopa sta takšna, da je doseganje koalicije zagotovljeno v vseh modelih koordinacije, vključno s kooperativnimi večagentnimi sistemi, tekmovalnimi sistemi in nehierarhičnimi sistemi brez osrednjega koordinatorja agentne združbe. Za kooperativne agente velja, da brez zadržkov izmenjujejo informacije ter lahko celo opravijo naloge v imenu drugih agentov brez zahteve po vračilu uslug. Po drugi strani je v tekmovalnem večagentnem sistemu izmenjava informacij med agenti omejena. Le-ti maksimizirajo zgolj svoje lastne preferenčne funkcije.

Choudhury idr. (2006) vpeljujejo večagentni model pogajanj, ki ne zahteva moderatorja. Gre za mehki pristop k iskanju konsenza, pri katerem so upoštevane različne prednostne strukture, ki jih lahko izrazijo odločevalci: vrstni redi alternativ, funkcije koristnosti ter multiplikativne in mehke preferenčne relacije. S pretvorbo v slednje so formati pri izpeljavi konsenzne rešitve poenoteni in tako pripravljeni za obdelavo z operatorjema OWA (*Ordered Weighted Average*) ter QGDD (*Quantifier Guided Dominance Degree*). Odločitvena metodologija je enaka, kot so jo predhodno definirali in aplicirali Herrera-Viedma idr. (2002), le da so koraki mehanizma iskanja konsenza razporejeni med štiri tipe agentov:

- osebni agent zagotavlja uporabniški vmesnik posameznemu odločevalcu;
- konsenzni agent izračuna stopnje konsenza in bližine, določi vrstni red odločevalcev ter izpelje konsenzno odločitev;

- pogajalski agent izbere osebnega agenta, ki naj bi se pogajal kot naslednji, in prične z novim krogom pogajanja, tako da zaporedoma ponudi tri možne alternative – tekočo konsenzno rešitev ter rešitvi neposredno pod konsenzom in nad mejo sprejemljivosti;
- upravljalški agent bdi nad ostalimi agenti.

Agenti so heterogeni in sledijo različnim ciljem, komunicirajo na osnovi jezika ACL (*Agent Communication Language*) ter dostopajo do osrednjega repozitorija, ki vsebuje zgolj aktualne informacije o postopku pogajanja, ne pa tudi zgodovinskih podatkov. Protokol sodelovanja agentov je razmeroma zapleten, ker morajo vsi dostopati do skupne baze podatkov, ki je nujna zaradi raznolikosti njihovih nalog, in ker je predvidena komunikacija skoraj vsakega agenta z vsakim. Pristop je bil praktično apliciran na problem izbire napredne tehnologije, vendar ni bil eksperimentalno ovrednoten, zaradi česar ni poznana njegova učinkovitost. Sloni na nekaterih (delno omejujočih) izhodiščnih predpostavkah:

- posamezni odločevalci se nahajajo na geografsko porazdeljenih lokacijah in se lahko kadarkoli priključijo postopku pogajanja;
- pogledi odločevalcev so konfliktni;
- noben odločevalec ni seznanjen z rešitvami ostalih ekspertov;
- ni predvideno združevanje presoj po kriterijih, pač pa zgolj po odločevalcih;
- skupinska odločitev je agregirana in ni nujno pravi konsenz.

Odločevalec lahko izrazi presoje v eni od štirih oblik:

- s funkcijo koristnosti;
- z vrstnim redom alternativ, pri čemer poda urejen vektor m mest;
- z multiplikativno prednostno relacijo po vzoru metode AHP, ki zahteva $m \cdot (m - 1) / 2$ parnih primerjav alternativ v obliki razmerja r_{ij} , ki s celimi števili iz intervala $[1..9]$ ali z recipročnimi realnimi števili pove, kolikokrat boljša je varianta a_i od variante a_j ;
- z mehko prednostno relacijo, pri kateri vsaka od $m \cdot (m - 1) / 2$ parnih primerjav podaja mehko prednost p_{ij} variante a_i pred varianto a_j , tako da pomeni $p_{ij} = 0.5$ enakovrednost in $p_{ij} = 1$ jasno prednost ter da velja $p_{ii} = 0.5$ in $p_{ij} + p_{ji} = 1$.

Postopek sestoji iz osmih korakov, ki so:

1. poenotenje preferenčnih informacij s pretvorbo le-teh v mehko prednostno relacijo za vsakega odločevalca, ki je izrazil presoje v drugačni obliki;

2. združitev mehkih prednostnih relacij odločevalcev v skupinsko relacijo z operatorjem uteženega urejenega povprečja, pri čemer morata biti zavoljo določitve utežitvenega vektorja ročno nastavljeni meji šibke in stroge prednosti a in b ;
3. izračun stopnje dominance posamezne alternative nad vsemi ostalimi alternativami;
4. izpeljava vrstnega reda alternativ v skladu s padajočimi stopnjami dominance, in sicer za vsakega odločevalca posebej kakor tudi za celotno skupino;
5. generiranje matrike numeričnih razlik mest alternativ med razporeditvijo skupine in razporeditvami posameznih odločevalcev;
6. izračun stopenj konsenza alternativ in skupne stopnje konsenza glede na matriko razlik ter ročno nastavljena pragova b in β ;
7. razvrstitev odločevalcev po oddaljenosti od skupinske odločitve;
8. podreditev odločevalcev, katerih presoje ne dosegajo zahtevanega praga skladnosti.

V zadnjem koraku mora odločevalec samostojno prilagoditi preferenčne podatke – koristnosti, vrstni red alternativ ali multiplikativno/mehko prednostno relacijo. Odločitveni mehanizem ni sposoben samodejnega iskanja ustrežnejših novih ocen oziroma vrednosti. Pomoč, ki jo lahko nudi, je zgolj prikaz smeri potrebne spremembe alternative, kar pomeni, da aktivno nakaže, ali naj pride do izboljšanja, poslabšanja ali ohranitve njenega mesta. Lahko pa tudi zaporedoma predlaga tri možnosti, ki jih odločevalec bodisi sprejme bodisi zavrne: (1.) trenutni kolektivni vrstni red variant, (2.) rešitev agenta, ki je tik pod trenutno kolektivno rešitvijo, in (3.) rešitev agenta tik nad mejo sprejemljivosti. Vendar v tem primeru odločitveni mehanizem ne poskrbi za prilagoditev vhodnih preferenčnih informacij, zaradi česar se pojavi nepremostljiv razkol med vhodi in rezultati odločitvenega modela. To je posledica dejstva, da ni implementirana razdružitvena analiza.

Pogajanja je obravnaval tudi Yager (2007), ki velja za enega pionirjev teorije mehkih množic. Njegov protokol večagentnega pogajanja temelji na pogajalskem pravilu lingvistične oblike in sestoji iz petih korakov:

1. Vsak agent specificira preferenčno funkcijo, ki odraža podporo posamezni alternativni.
2. Individualne preferenčne funkcije so z operatorji OWA, ki upoštevajo kvantifikatorje, kot so »vsi«, »večina«, »veliko«, »vsaj polovica«, »nekaj« in »katerikoli«, združene v skupinsko funkcijo. Ti kvantifikatorji določajo delež agentov, ki se morajo strinjati o sprejemljivosti alternative.

3. Preverjeno je pravilo zadovoljstva/zaustavitve, ki pove, ali je skupinska preferenčna funkcija ustrezna ali pa je potrebna nova iteracija pogajanja. Pravilo ima več možnih oblik – upoštevano je (a.) maksimalno dovoljeno število krogov pogajanja, (b.) stopnja doseženega strinjanja, izračunana kot razlika dveh največjih podpor alternativam, ali (c.) konvergenca podpor z ozirom na mehko metriko razdalje.
4. Če se sme pogajanje zaustaviti, je najboljša alternativa izbrana na podlagi skupinske funkcije.
5. Če je potrebno pogajanje nadaljevati, so agentom predložene informacije o trenutnem stanju. Nato se ponovi prvi korak.

Pogajalski mehanizem nagraduje agente, ki so odprti do vseh alternativ, ne samo tistih, katere najvišje vrednotijo. Zato je posameznemu agentu prirejena utež, ki je izračunana z vsoto vseh njegovih ocen alternativ. Strategija agenta je maksimizirati funkcijo dobička, definirano kot uteženo vsoto vrednosti variant in verjetnosti izbire le-teh v naslednjem krogu.

Lee (1996) se osredotoča na koordinacijo avtonomnih agentov, ki maksimizirajo pričakovano koristnost. Raziskava predpostavlja aditivnost interakcij in nekooperativnost agentov, ki vodi v neobstoje globalne ciljne funkcije. Formuliran je dvoagentni pogajalski model in protokol, ki obravnava postavljene omejitve ter sloni na protokolu monotonega popuščanja in na Zlotkin-Rosenscheinovem dvoagentnem pogajalskem mehanizmu. Definirane so abstraktne strategije, katerim agenti sledijo v procesih pogajanj. Čeprav so te strategije nedetrministične, je njihova učinkovitost potrjena s simulacijsko študijo.

Hargis (1992) vpeljuje infrastrukturni model za obsežna pogajanja. Osredotoča se na analizo statusa pogajanj, oblikovanje kompromisnih rešitev in agregacijo preferenčnih struktur, ki jih modelirajo posamezni odločevalci. Preferenčni model temelji na teoriji koristnosti, izvajanje presoje pa na barantanju. Mehanizem je sposoben primerjave odločitev posameznikov.

Ulrich (2003) v disertaciji naslavlja heterogene, porazdeljene sisteme, ki sestojijo iz neenotnih strojev z različnimi, lahko konfliktnimi cilji. Osredotoča se na lokalno modeliranje koristnosti agentov in na dinamično interakcijo v času izvajanja. S pogajalskim protokolom, ki temelji na principu oblikovanja ponudb in protiponudb ter je združljiv z modelom FIPA (*Foundation for Intelligent Physical Agents*), realizira večagentno arhitekturo.

Shiau (2002) vpeljuje na Petrijevih mrežah temelječ pristop k odkrivanju nasprotij v agentnih sistemih. Pristop predstavlja razširitev drevesa ciljev in diagrama E-PERT. Avtor definira tudi interakcije med agenti ter vpeljuje mehanizem večagentnih pogajanj, na analizi DEA (*Data Envelopment Analysis*) zasnovano presojo resnosti nasprotij in pravila razreševanja le-teh.

Zinkevich (2004) je razvil in analiziral algoritme za večagentno komunikacijo in reševanje problemov s področij avkcij ter bimatričnih in večstopenjskih iger. Obravnaval je situacije, v katerih imajo agenti omejene informacije o ostalih agentih. Potrdil je povezavo med strojnim učenjem in izvabljanjem presoj. Peng (1999) je razvil odločitveni sistem za modeliranje in razreševanje konfliktov ter za oblikovanje koalicij. Vpeljal je različne pristope, ki temeljijo na teoriji grafov ter služijo izvabljanju presoj in analizi izbir odločevalcev.

Wainer idr. (2007) so se ukvarjali s protokoli za razporejanje terminov pogajanja agentov, ki zastopajo interese ljudi. Predstavili so štiri protokole, vezane na različne stopnje zasebnosti:

- informacijsko polni protokol, pri katerem se med agenti posredujejo preferenčni profili in informacije o prostih časovnih terminih,
- protokol odobritve, pri katerem agenti izmenjujejo le preferenčne profile,
- protokol glasovanja, ki temelji na delitvi informacij o razpoložljivih terminih,
- protokol predlaganja, ki je apliciran, če ni možna niti izmenjava preferenčnih profilov niti prostih terminov.

Protokoli ne dopuščajo simultane pogajanja. Implementirani so bili v simulacijskem okolju, katerega parametri so bili število udeležencev, število rešitev problema razvrščanja in obseg preferenc agentov. Ovrednoteni so bili iz vidikov učenja med pogajanjem, formiranja koalicij ter obstoja homogenih in heterogenih skupin. Uporabljena metrika je maksimizirala povprečje preferenc čez vse točke časovnega intervala in hkrati reducirala razlike v presojah agentov.

2.4.2.2 Reševanje problema izvabljanja preferenčnih informacij

Eden temeljev odločitvene teorije je racionalnost. Čeprav principi racionalnosti in aksiomi teorije koristnosti pri ocenitvi alternativ velikokrat niso upoštevani, je omejeno racionalnost v praksi še vedno mogoče doseči, kar pa zahteva rigorozen način zbiranja informacij, na osnovi katerega je vzpostavljena verodostojna preferenčna struktura v obliki funkcije koristnosti ali prednostnih relacij. Ta naloga je še posebej težavna zaradi množice večih pogosto konfliktnih kriterijev in ciljev odločanja. V večagentnih sistemih pa se problem še poglobi. Da bi lahko

pogajalski proces delegirali agentu, mora namreč le-ta biti parametriziran z odločevalčevimi preferencami. Elicitacija teh preferenc z obstoječimi metodami ni zadostno avtomatizirana, zato predstavlja ozko grlo. Poleg tega delujejo sistemi e-poslovanja v dinamičnem, hitro se spreminjajočem okolju. Posledično preference tekom pogajanja ne smejo ostajati konstantne, temveč se morajo prilagajati, kajti v dinamičnem okolju so lahko samo na ta način dobljeni pozitivni rezultati, ki se odražajo v dobičku. To pa pomeni naslednje:

- izvajanje preferenc mora biti inkrementalno;
- na začetku procesa avtomatiziranega e-poslovanja morajo biti upoštevane zgolj delne informacije, medtem ko naj bodo holistične informacije pridobljene tekom pogajanja na podlagi že ovrednotenih alternativ in uspešnosti izvršenih transakcij;
- agenti se morajo skozi proces pogajanja učiti in prilagajati svoje preferenčne strukture;
- vnaprej je zelo težko pravilno matematično specificirati preference.

Zgornjim zahtevam lahko zadostijo metode umetne inteligence. Eden izmed pristopov, ki je bil preizkušen v praksi, je sklepanje na osnovi primerov (Kwon in Sadeh, 2004). Pogajalski sistem indeksira pretekle primere, jih izbira in prilagaja novim situacijam ter se na podlagi uspešnosti rešitev uči. Dodatno je možno poseči še po predhodno predstavljenem združitveno-razdružitvenem pristopu, ki izpelje numerične vrednosti parametrov odločitvenega modela na podlagi globalne presojevalne hevrstike.

Bistvenega pomena za pogajalske sisteme je torej inteligentna interakcija med uporabnikom in pogajalskim agentom. Pri tem uporabnik nalaga agentu zahteve in omejitve, ki so bodisi simbolične bodisi kvantitativne, izražene v obliki matematičnih enačb. Slednje so še posebej relevantne za modele iz domene operacijskih raziskav in odločitvene analize.

Postopek interakcije med uporabnikom in agentom se začne z uporabnikovo specifikacijo preferenc, zahtev in omejitev. Glede na njih skuša agent poiskati eno ali več rešitev. Zaradi nedostopnosti informacij in virov se lahko zgodi, da podane zahteve niso v celoti izpolnjene. Tedaj uporabnik pogosto zavrne rešitev. Posledično je nujno dinamično prilagajanje preferenc in izvajanje dodatnih pogajanj. Interakcija se zaključi, ko je med pogajalci dosežen dogovor, ki je sprejemljiv tako za uporabnika kot za njegovega agenta.

Učinkovit pogajalski sistem mora omogočiti dodeljevanje prioritet zahtevam in omejitvam, s čimer zagotovi fleksibilnost. V primeru nižjih prioritet je namreč dovoljeno popuščanje, ki pa rezultira v manjši verodostojnosti in zaželenosti s pogajanjem sklenjene pogodbe. Vendar

možnosti, kakršna je specifikacija prioritet, znatno doprinesejo h kompleksnosti pogajalskih modelov, zaradi česar so se pojavili specializirani omejitveni jeziki (Wang idr., 2002). Le-ti zaenkrat še niso prešli v zadostni meri v praktično rabo.

2.5 Metode za specifikacijo uteži kriterijev

Izpeljava uteži pomembnosti kriterijev je zahtevno opravilo. Zato so bile definirane številne metode, ki zmanjšajo miselno breme odločevalcev in služijo specifikaciji razumnih približkov uteži. Večina metod je vezanih na večatributno teorijo koristnosti (Keeny in Raiffa, 1976). V splošnem se delijo na neposredne in posredne (Zeleny, 1982). Prve zahtevajo od odločevalcev ročen vnos uteži ali njihovih linearnih omejitev, slednje pa samodejno izračunajo uteži glede na ocene obstoječih/učnih alternativ. Na ta način uvedejo korelacijo z naborom razpoložljivih alternativ, kar pomeni, da se odražajo spremembe le-tega v ustreznih prilagoditvah uteži.

Koncept relativne pomembnosti oziroma uteži je ključen za metode večkriterijske odločitvene analize. Zato je potrebna njegova formalnoteoretična opredelitev. Ta je sestavni del temeljnih teorij odločanja (Keeny in Raiffa, 1976), obstajajo pa tudi poskusi univerzalne formalizacije. Enega izmed tovrstnih rigoroznih normativnih pristopov k formalni opredelitvi kvantitativne pomembnosti kriterijev je ubral Podinovski (2002). Z njim je zaobjel tako intervalne kakor razmernostne meritve. Sistematičen pregled vseh sorodnih pristopov pa je opravil Mousseau (1992).

2.5.1 Neposredna določitev uteži

2.5.1.1 Preproste metode

Najpreprostejši pristopi k neposrednemu določanju uteži kriterijev so (Roberts in Goodwin, 2002; Zeleny, 1982):

- ordinalno rangiranje kriterijev po pomembnosti,
- ovrednotenje kriterijev s celoštevilskimi ocenami od 1 do 5, pri čemer odraža ocena stopnjo pomembnosti, in
- dodelitev točk, pri kateri ima odločevalec na voljo skupno 100 točk, ki jih razporedi med kriterije.

2.5.1.1.1 Izpeljava uteži na podlagi ordinalnih informacij

Metode za specifikacijo uteži na osnovi ordinalnega vrstnega reda pomembnosti kriterijev odločevalcem ne nalagajo občutnega miselnega bremena. Njihova glavna pomanjkljivost je, da vrnejo vedno identičen vektor uteži, ki je fiksiran za dano število kriterijev. V praksi so najpogosteje uporabljene uteži ROC (*Rank Order Centroid*), ki so specificirane s predpisom, katerega cilj je minimizacija največje možne napake glede na ekstremne točke, določene z ordinalno razvrstitvijo kriterijev (Olson, 2001; Shepetukha in Olson, 2001). Sorodne so jim uteži RS (*Rank Sum*), RR (*Rank Reciprocal*) in ROD (*Rank Order Distribution*) (Roberts in Goodwin, 2002). Definicije teh uteži so podane v poglavju 3.

Formula za določitev uteži ROC je lahko modificirana na dva načina (Van Huylenbroeck, 1995), ki omogočata:

1. upoštevanje enakovrednosti kriterijev na podlagi množenja uteži s številom, ki pove, kolikokrat se utež ponovi;
2. obravnavo stopnje razlike med mesti (na primer: razdalja med utežema kriterijev x_1 in x_2 je n -krat večja od razdalje med utežema kriterijev x_2 in x_3), ki jo odločevalec izrazi z uvedbo umetnih pomožnih kriterijev ali z ordinalnimi metričnimi informacijami.

2.5.1.1.2 Grafična metoda razdelitve točk GRAPA

Metoda razdelitve 100 točk med kriterije je bila nadgrajena z grafično različico GRAPA (*GRaphical Point Allocation*) (León, 1997). Le-ta je interaktivno računalniško podprta. Njeni prednosti naj bi bili enostavnost in intuitivnost.

2.5.1.2 Temeljni pristopi teorije koristnosti

2.5.1.2.1 Barantanje na osnovi enakovrednosti atributov

Keeny in Raiffa (1976), utemeljitelja morda najpomembnejše odločitvene teorije – večatributne teorije koristnosti (*Multi-Attribute Utility Theory*), sta definirala metodo barantanja na osnovi enakovrednosti atributov (*indifference trade-off*). Odločevalec, ki jo aplicira, poda za vse ali za izbrane pare atributov stopnje zamenjave, pri čemer se vpraša, kolikšna je največja vrednost atributa x_i , ki jo je pripravljen žrtvovati, da bi pridobil vnaprej specificirano vrednost drugega atributa x_j . Probabilistična različica te metode je metoda loterije, katere izhodiščna

predpostavka je, da odločevalec upošteva pet aksiomov, izhajajočih iz dogme racionalnega obnašanja; to so aksiomi razvrstljivosti, kontinuitete, zamenljivosti, monotonosti in redukcije sestavljenih loterij. Vendar pa ta predpostavka ni bila empirično preverjena. Poleg tega je razmišljanje v smislu verjetnosti in loterij za večino ljudi povsem nenaravno in težavno. Zato se omenjena metoda v praksi ni nikdar uveljavila.

Ocenitev uteži z barantanjem je v nekoliko prilagojeni obliki aplicirana tudi v sklopu metode VIKOR (Opričović in Tzeng, 2007), ki v duhu metode TOPSIS (Hwang in Yoon, 1981) išče idealu najbližjo odločitev. Odločevalec poda število enot i -tega kriterija, enakovrednih eni enoti j -tega kriterija. Iz tega sledi indiferenca med t enotami teže kriterija x_i in eno enoto teže kriterija x_j . Pristop je kombiniran z analizo občutljivosti, ki po zgledu metode PROMETHEE (Brans in Vincke, 1985; Mareschal, 1988) specificira intervale stabilnosti uteži.

2.5.1.2.2 Določitev skalirnih konstant

Barantanje na osnovi enakovrednosti atributov sta Keeny in Raiffa (1976) predlagala kot rešitev enega izmed bistvenih problemov svoje teorije. V njej opredeljujeta uteži kot skalirne konstante, katerih vloga je zagotoviti interno konsistentnost večatributne funkcije koristnosti, kar pomeni, da je $u(a_i) = u(a_j)$, če sta alternativni a_i in a_j enako zaželeni. Temeljni pristop k določitvi skalirnih konstant je rešitev sistema neodvisnih enačb, katerih neznanke so prav skalirne konstante. Takšen sistem sestoji iz n enačb za n atributov. Ker je število n običajno veliko, je reševanje sistema precej zapleteno in časovno potratno. Dodatna pomanjkljivost postopka je njegova nestrukturiranost. Zato so v praksi upoštevane ekstremne vrednosti atributov, ki služijo kot referenčne točke x^* in x^0 za določitev skalirnih konstant. Točka x^* odraža maksimalno koristnost $u(x^*) = u(x_1^*, \dots, x_n^*) = 1$ in je dobljena na podlagi najboljših kriterijskih vrednosti alternativ $x_j^* = \max_{i=1..m} x_j^i$, ki se preslikajo v $u_j(x_j^*) = 1$ za $\forall j = 1, \dots, n$. Pri tem je i indeks alternative, j indeks kriterija, m število alternativ ter n število kriterijev. Analogno predstavlja točka x^0 minimalno koristnost $u(x^0) = u(x_1^0, \dots, x_n^0) = 0$, ker so vrednosti x_j^0 izbrane tako, da je $u_j(x_j^0) = 0$ za indekse $j = 1, \dots, n$. Jasno je, da je vsak dejanski nabor alternativ okarakteriziran z različnima x^* in x^0 , zaradi česar sta točki relativni in podvrženi nadomestitvi.

Temeljni smernici za določitev skalirnih konstant sta:

1. Odločevalec specificira verjetnost p , ki rezultira v neopredeljenosti med preferenčno loterijo $p \cdot u(x^*) + (1-p) \cdot u(x^0)$ in gotovim rezultatom $u(x_1^0, \dots, x_j^*, \dots, x_n^0)$, dobljenim z nadomestitvijo vrednosti x_j^0 z vrednostjo x_j^* v protiidealni točki. Ker velja $u(x^*) = 1$, $u(x^0) = 0$, $u_j(x_j^*) = 1$ in $u_j(x_j^0) = 0$, je $p = \lambda_j \cdot u_j(x_j^*) = \lambda_j$. Postopek se iterativno ponavlja, dokler niso izpeljane vse skalirne konstante λ_j .
2. Odločevalec izbere za i -ti in j -ti atribut primerljivi vrednosti x_j^s in x_k^s , tako da postane za poljubne fiksne vrednosti drugih atributov neodločen med $(x_1^i, \dots, x_j^s, \dots, x_k^0, \dots, x_n^i)$ in $(x_1^i, \dots, x_j^0, \dots, x_k^s, \dots, x_n^i)$. To implicira enačbo $\lambda_j \cdot u_j(x_j^s) = \lambda_k \cdot u_k(x_k^s)$.

2.5.1.2.3 Koncept odvisnosti uteži od razpona kriterijskih vrednosti

Pomembnost atributa ne sme biti samo stvar subjektivne presoje odločevalca, temveč je pogojena tudi z objektivnimi zunanjimi dejavniki (Zeleny, 1982). Če so namreč vrednosti vseh alternativ približno ali celo povsem enake glede na dani atribut, je ta nepomemben, saj ne doprinese bistveno k odločanju. Njegova utež je potemtakem nična ali zelo majhna, četudi je odločevalec drugačnega mnenja. To pa hkrati pomeni, da je utež odvisna od konteksta stvarne problemske situacije. Z dodajanjem oziroma izločanjem atributov in/ali alternativ informacije bodisi izginevajo bodisi postajajo bogatejše. Atributi zatorej niso že privzeto pomembni ali nepomembni, temveč pridobivajo/izgubljajo relevantnost v okviru problema in skozi postopek iskanja njegove rešitve. Le redko so lahko uteži smiselno podane vnaprej.

Atributi so v tem kontekstu obravnavani kot informacijski viri. Bolj so ocene alternativ divergentne, večja je razločevalnost atributa in posledično tudi količina informacij, ki jih le-ta odraža. Najpogosteje služi kot mera za količino informacij entropija – večja kot je, manj informacij je posredovanih skozi atribut.

Uteževanje je v kontekstu merjenja količine informacij eksplicitno ali implicitno. V slednjem primeru so uteži izračunane izključno na podlagi entropije oziroma korelacije z dejanskim naborom alternativ. Precej bolj zanimiva je prva možnost. Le-ta dopušča odločevalcu, da po lastni presoji vnaprej določi primarne uteži. Iz razločevalnih informacij so nato samodejno izpeljane objektivne sekundarne uteži, pri čemer utegnejo biti skladno z opisanimi koncepti nekateri atributi zavrženi. Na koncu so primarne in sekundarne uteži združene z operatorjem produkta v skupno skalirno konstanto $\lambda_j = w_j \cdot \tilde{\lambda}_j$. V tej enačbi je w_j primarna utež, ki jo

specificira odločevalca, ter $\tilde{\lambda}_j$ implicitna sekundarna utež, ki je odraz s situacijo pogojene stopnje razločevalnosti. Tako w_j kot $\tilde{\lambda}_j$ sta pokazatelja pomembnosti atributa.

Jasno je, da je tudi v povezavi z zgornjima smernicama določitve skalirnih konstant vsaka konstanta λ_j neposredno odvisna od razpona zaprtega intervala med x_j^0 in x_j^* . Večja je absolutna razlika teh dveh mejnih vrednosti, višja je vrednost λ_j . Če je $x_j^0 = x_j^*$, pa je $\lambda_j = 0$. Pomembnost tako ni vezana le na subjektivne poglede odločevalca, marveč tudi na količino objektivnih informacij, ki jih odraža atribut.

2.5.1.3 Določitev uteži na podlagi razmerij

2.5.1.3.1 Metodi SMART in SWING z izpeljankami

SMART (*Simple Multi-Attribute Rating Technique*) in SWING (von Winterfeldt in Edwards, 1986) sta preprosti metodi neposrednega določanja uteži kriterijev na osnovi razmerij. Ker sta se navkljub precejšnji enostavnosti v praksi izkazali kot učinkoviti, se veliko uporabljata. Metoda SMART sestoji iz devetih korakov, ki pokrivajo celoten postopek odločanja (Turban in Aronson, 2001), od identifikacije problema do izbire rešitve za implementacijo. Kardinalna specifikacija relativnih pomembnosti kriterijev je sledeča:

1. Odločevalec dodeli utež 10 najmanj pomembnemu kriteriju v hierarhični skupini.
2. Odločevalec nato identificira drugi najmanj pomemben kriterij in razmisli, kolikokrat bolj je pomemben od najmanj pomembnega. Razmerje pomembnosti pri tem ne rabi biti celoštevilsko, zato sme odločevalec dodeliti obravnavanemu kriteriju katerokoli utež, večjo ali enako 10.
3. Odločevalec se iterativno pomika proti vedno bolj relevantnim kriterijem ter ponavlja ocenitev na podlagi določitve razmerja s predhodnim neposredno manj pomembnim ali z absolutno najmanj pomembnim kriterijem. S ponovitvami ocenitev zaključí, ko pride do najpomembnejšega kriterija.
4. Odločevalec na koncu normira uteži, ker mora biti njihova vsota enaka 1:

$$w_i = \frac{w_i^*}{\sum_{i=1..n} w_i^*}, \text{ kjer so } w_i \text{ normirane in } w_i^* \text{ nenormirane uteži ter } n \text{ število kriterijev.}$$

Metoda SMART in njene izpeljanke temeljijo na aditivnem modelu večatributne koristnosti. Po von Winterfeldtu in Edwardsu naj bi aditivne strukture pomenile dobro aproksimacijo neaditivnih. Poleg tega naj bi bila večina postopkov za izpeljavo neaditivnih modelov koristnosti težavnih in pretirano tehnične narave.

Metoda SWING sestoji iz naslednjih korakov:

1. Odločevalec poišče navidezno alternativo, ki ima pri vseh kriterijih najslabše možne vrednosti.
2. Odločevalec dodeli utež 100 tistemu kriteriju, pri katerem je po njegovem mnenju sprememba vrednosti alternative od najslabše do najugodnejše najbolj zaželena.
3. Odločevalec nato v iterativnem postopku relativno z ozirom na ocenitev iz koraka 2 oceni še zaželenosti sprememb vrednosti alternative od najslabše do najboljše glede na ostale kriterije, za katere posledično dobi uteži med 1 in 100.
4. Odločevalec normira uteži, tako da znaša njihova vsota 1.

Kot navajata Edwards in Barron (1994), primerjava pomembnosti kriterijev ni smiselna, v kolikor ne upošteva obsegov intervalov kriterijskih vrednosti. Iz tega razloga sta nadgradila metodo SMART v njeno različico SMARTER (*SMART Exploiting Ranks*) ter na uteževanje po metodi SMART aplicirala tudi uteževanje SWING. Slednjo kombinacijo sta poimenovala SMARTS (*SMART using Swing weights*). Z njo izpeljane uteži rešujejo problem korelacije z intervalom kriterijskih vrednosti, kadar le-ta odraža pomembnost kriterija. V ta namen mora odločevalec podati neko kriterijsko vrednost, tako da občuti indiferenco med njo in najmanj zadovoljivo vrednostjo poljubnega drugega kriterija na eni strani ter najslabšo vrednostjo izbranega in najboljšo vrednostjo drugega kriterija na nasprotni strani loterije.

Mustajoki idr. (2005) so definirali intervalni SMART/SWING. Z njim so vpeljali intervalne presoje, ki opisujejo obseg variacije v razmerjih uteži in na ta način omogočajo obravnavo negotovosti, nenatančnosti in nepopolnosti. Dopustili so tudi izbiro poljubnega referenčnega kriterija in ne samo najmanj pomembnega, kot velja za osnovni različici metod SMART ter SWING. To naj bi bilo koristno, ker so primerjave najučinkovitejše, če so opravljene glede na najlažje merljiv kriterij, ki pa ni nujno hkrati tudi najmanj pomemben. Na osnovi simulacijske študije so Mustajoki idr. ugotovili, kakšen vpliv ima izbira različnih referenčnih kriterijev. Skladno z dognanji so podali smernice, kateri kriterij je smotrno izbrati za referenco.

Pri intervalni metodi SMART/SWING dobi referenčni kriterij fiksno število točk (običajno 10), za preostale kriterije pa so podani intervali, ki odražajo nenatančne presoje. Intervali implicirajo omejitve uteži:

$$\frac{ref}{\max_j} \leq \frac{w_{ref}}{w_j} \leq \frac{ref}{\min_j}, \quad j = 1, \dots, n, \quad j \neq ref,$$

kjer je *ref* število referenčnemu kriteriju dodeljenih točk, $\max_j$ in $\min_j$ največje oziroma najmanjše sprejemljivo število točk za nereferenčni kriterij x_j ter w_{ref} utež referenčnega in w_j utež nereferenčnega kriterija. Preferenčne relacije med nereferenčnimi kriteriji niso eksplicitno podane, vendar so lahko izpeljane iz omejitev. To pomeni, da je od odločevalca zahtevanih $2 \cdot (n-1)$ presoj zgornje in spodnje meje intervala za n kriterijev. Algebraične metode, kakršni sta osnovni različici SMART in SWING, so za človeka manj obremenjujoče, saj so uteži določene na podlagi najmanjšega možnega števila $n-1$ neodvisnih presoj. V nasprotnem ekstremu zahteva največ presoj metoda AHP (Saaty, 1980), in sicer $n \cdot (n-1)/2$ parnih primerjav. Toda redundanca služi kompenzaciji napak.

Pri intervalnem SMART/SWING množica veljavnih uteži ne more biti nikoli prazna. Ker se glede na kriterije tudi alternative ocenijo intervalno, so njihove skupne koristnosti izračunane z optimizacijskim matematičnim programom. Odločitveni postopek je računalniško podprt s sistemom WINPRE (*Workbench for Interactive Preference Programming*) (Hämäläinen in Helenius, 1997), ki služi tudi kot pomoč pri uporabi metode hierarhičnih parnih primerjav PAIRS (*Preference Assessment by Imprecise Ratio Statements*) (Salo in Hämäläinen, 1992).

2.5.1.3.2 Metoda PRIME

Salo in Hämäläinen (2001) sta definirala tudi metodo PRIME (*Preference Ratios In Multi-attribute Evaluation*). Ta kombinira v poglavju 5.1.2 opisano metodo barantanja, ki zagotavlja teoretično korektnost, s presojami v obliki razmerij, katerih dobra lastnost je funkcionalnost. Bistvena zahteva metode PRIME je, da so numerične ocene, ki so pridobljene od odločevalca, neodvisne od predstavitve. Zato so specificirane parne primerjave med pozitivnimi razlikami kriterijskih vrednosti, kar pomeni, da so uteži izpeljane na podlagi razmernostnih presoj, za katere se izidi razlikujejo pri vsaj dveh kriterijih. Ker pa razlikovanje treh ali več kriterijev privede do nelinearnosti omejitev, so uteži v praksi poiskane z osredotočanjem na pare izidov, pri katerih se ujemajo vsi kriteriji razen dveh. Razmerja imajo naslednjo obliko:

$$\frac{u_i(x_i^k) - u_i(x_i^l)}{u_j(x_i^k) - u_i(x_j^l)}, x_i^k \succ_i x_i^l, x_j^k \succ_j x_j^l,$$

pri čemer sta i in j indeksa kriterijev ter k in l indeksa alternativ, $u_i(\cdot)$ in $u_j(\cdot)$ označujeta delni funkciji koristnosti, $\succ_i$ ter $\succ_j$ pa relaciji stroge prednosti. Težava je, da obstaja veliko možnosti omejevanja uteži kriterijev. Če je vseh m alternativ različno preferiranih glede na j -ti kriterij, je pozitivnih razlik za ta kriterij $M = m \cdot (m - 1) / 2$. Ker sta lahko primerjani katerikoli dve razliki, to pomeni $M \cdot (M - 1) / 2$ možnih načinov za specifikacijo razmerij. Posledično je neizogibno učinkovito strukturiranje odločitvenega procesa v smislu izbire najprikladnejših kriterijev in alternativ, vključenih v primerjave. Na podlagi statističnih poskusov sta Salo in Hämäläinen opredelila korake postopka izvabljanja odločevalčevih subjektivnih preferenc. Predlagala sta tri možnosti za zmanjševanje miselnega bremena:

1. izbran je en referenčni kriterij, z ozirom na katerega so opravljene vse primerjave;
2. podan je ordinalni vrstni red n kriterijev, ki omogoča, da so primerjave opravljene le za po dva sosednja kriterija v razvrstitvi;
3. razlike so upoštevane samo med najbolj in najmanj pomembnima alternativama, kar je ekvivalentno intervalni metodi SMART/SWING.

2.5.1.3.3 Metoda MACBETH

MACBETH (Bana e Costa idr., 1999; Bana e Costa in Vansnick, 1997) je ciklični interaktivni proces kardinalnega merjenja značilnosti alternativ, ki temelji na semantičnih absolutnih primerjalnih presojah. Le-te so izražene na šeststopenjski intervalni lestvici, ki se razteza od zelo šibke do ekstremno močne razlike v zaželenosti oziroma pomembnosti. Zbrane so v kvadratni matriki in morajo zadostiti pogoju semantične konsistentnosti: če je $(a, b) \in C_k$ in $(b, c) \in C_{k'}$ za $a P b$, $b P c$ in $k, k' \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, potem je $(a, c) \in C_{k''}$, tako da je $k'' \geq \max\{k, k'\}$. Izpolnjevanje pogoja sproži zaporedje štirih linearnih programov. Program Mc_1 preveri kardinalno konsistentnost presoj, katero določata pravili:

1. $a P b \Leftrightarrow v(a) > v(b)$ in
2. $(a, b) \in C_k \wedge (c, d) \in C_{k'} : k > k' \Leftrightarrow v(a) - v(b) > v(c) - v(d)$.

Zgornja pravila vsebujejo več simbolov: a, b, c in d so alternative, $v(\cdot)$ koristnosti alternativ, P relacija prednosti med dvema alternativama, $C_k, C_{k'}$ in $C_{k''}$ semantične kategorije razlik v zaželenosti oziroma pomembnosti, ki so lahko $C_1 = \text{»zelo šibka razlika«}$, $C_2 = \text{»šibka razlika«}$,

C_3 = »zmerna razlika«, C_4 = »močna razlika«, C_5 = »zelo močna razlika« in C_6 = »ekstremna razlika«, ter k , k' in k'' indeksi teh kategorij. V kolikor velja kardinalna konsistentnost, vrne program Mc_2 realne vrednosti $v(\cdot)$ elementov $a, b, c \dots$, ki so podane na intervalni lestvici, sicer pa Mc_2 predlaga približke vrednosti $v(\cdot)$, ki skušajo uskladiti nekonsistentnosti presoj in služijo kot osnova diskusiji. Slednjo usmerjata tudi programa Mc_3 in Mc_4 , katerih naloga je izpostaviti vire nekonsistentnosti.

Eden od korakov procesa MACBETH je tudi določitev skalirnih konstant oziroma uteži. Izpeljane so na osnovi semantičnih presoj razlik v zaželenosti namišljenih referenčnih alternativ $a_0, a_1, \dots, a_n$. Vse alternative imajo najslabše možne vrednosti za vse kriterije, razen za tistega, katerega indeks se ujema z indeksom alternative. Slednji odraža najbolj ugodno vrednost. To pomeni, da za $\forall i = 1, \dots, n$ velja: $v_i(a_0) = 0$, $v_i(a_j) = 0 \Leftrightarrow i \neq j$ in $v_i(a_j) = 1 \Leftrightarrow i = j$. Odločevalec mora za posamezen par alternativ a_i in a_j najprej presoditi, katera od njiju je bolj zaželena, nato pa s semantično kategorijo določiti intenzivnost razlike. Povedati torej mora, koliko raje ima spremembo od najslabše do najboljše možne vrednosti pri referenčnem kriteriju bolj zaželene kot pri referenčnem kriteriju manj zaželene alternative. Takšna presoja je podobna kot pri metodah barantanja (Keeny in Raiffa, 1976) in SWING (von Winterfeldt in Edwards, 1986), le da ni nujno konsistentna. Odločevalčeve preference so zbrane v matriki parnih primerjav, ki dopušča tudi enakovrednost in iz katere so uteži kriterijev izpeljane z aplikacijo linearnih programov Mc_1 do Mc_4 . Povsem jasno je, da parne primerjave alternativ implicirajo uteži kriterijev, ker je $v(a_i) = v_i(a_i)$ in $v(a_j) = v_j(a_j)$ ter posledično $v_i(a_i) = k_i \cdot v_j(a_j)$, če velja $a_i P a_j$. Koeficient k_i tako podaja relativno pomembnost kriterija x_i glede na kriterij x_j , izraženo na intervalni lestvici med 1 in 6, umerjeni s preslikavo kategorij C_1 do C_6 .

2.5.1.3.4 Mreža upornosti proti spremembam

Simos (1990) meni, da mora biti metoda izpeljave uteži preprosta, lahko razumljiva za vsakogar, ki je vključen v postopek odločanja. Takšna metoda naj bi dajala bolj verodostojne rezultate kot zapletene tehnike. Toda nekatera dognanja kažejo, da spontano določanje uteži ni nujno v neposredni povezavi s pomembnostjo kriterija (Vincke, 1992). Zato je iz področja psihologije prevzeta teorija osebnostnih konstrukтов, ki ima poleg enostavnosti in razumljivosti tudi trdno metodološko osnovo, kar naj bi zagotavljalo, da so uteži resnično odraz človekovega odnosa do zanj pomembnih ciljev, konceptov in stvari (Rogers in Bruen, 1998b).

Metoda temelji na mreži upornosti proti spremembam. V matriki so organizirani vsi možni pari konstruktov. Osebek za vsak par označi, kateri konstrukt bi rajši pustil nespremenjen, če mora pri natanko enem zamenjati njegovo najbolj zaželeno stanje z najmanj zaželenim. Konstrukt, ki se močneje upira spremembi, je obravnavan kot bolj pomemben. Dopuščeno je, da sta obe izbiri enako nezaželeni, lahko pa se tudi zgodi, da neodvisna zamenjava stanja ni logično mogoča, kar pomeni, da sprememba enega konstrukta implicira hkratno spremembo drugega konstrukta v paru. Konstrukti so na podlagi štetja označb, ki v matriki odražajo upornost, razvrščeni po točkah od najbolj do najmanj pomembnega. V kontekstu odločitvene analize imajo vlogo konstruktov kriteriji, pri čemer temelji parna primerjava na spremembi kriterijske vrednosti alternative iz najboljše na najslabšo možno. Odpornosti kriterijev torej predstavljajo psihološko veljavno osnovo za subjektivno dožemanje pomembnosti, podano z vrednostmi uteži.

2.5.1.4 Metoda Analytic Hierarchy Process in njene izpeljanke

2.5.1.4.1 Teoretične osnove metode

AHP (*Analytic Hierarchy Process*) (Forman in Selly, 2001; Saaty, 1980; Saaty, 1999) je uveljavljena in dobro raziskana metoda, ki združuje več konceptov ter ima nekaj izpeljank, kakršni sta multiplikativni in skupinski AHP. Dokumentiranih je precej primerov praktične uporabe (Lai idr., 2002; Kim, 1998) ter eksperimentalnega ovrednotenja (Easley idr., 2000; Triantaphyllou, 2000; Zanakis idr., 1998).

Odločitveni postopek sestoji iz treh korakov: razčlenitve problema, presoje prednosti na osnovi parnih primerjav in hierarhične sinteze izračunanih lokalnih prioritet. Kompleksni problemi so najprej strukturirani – na najvišjem nivoju je podan cilj odločanja, na vmesnih nivojih se nahajajo kriteriji, na dnu hierarhije pa so razpoložljive alternative. Odločevalec nato izrazi preference s parnimi primerjavami, pri čemer za vsak par določi stopnjo relativne dominance enega elementa nad drugim. Tako za dva kriterija, ki v hierarhiji pripadata isti skupini (nadrejenemu, splošnejšemu kriteriju ali končnemu cilju), ovrednoti razmerje njunih pomembnosti. Podobno glede na posamezne kriterije pove, kolikokrat bolj zaželena je ena alternativa od druge. Ta princip izhaja iz predpostavke, da človek ni sposoben neposrednega kardinalnega ocenjevanja natančnih uteži $w_1, \dots, w_n$, ki odsevajo relativne pomembnosti kriterijev ali v prenesenem pomenu zaželenosti alternativ, temveč naj bi lažje izrazil preference v obliki kvadratne matrike parnih primerjav $A = [a_{ij}]$, $i = 1, \dots, n, j = 1, \dots, n$. Elementi matrike so

definirani kot najbližje celoštevilčne aproksimacije razmerja uteži $a_{ij} = w_i / w_j$. Tako je ključ primerjav lestvica absolutnih števil od ena do devet; stopnja 1 pomeni ekvivalenco in stopnja 9 najbolj izrazito, strogo prednost. Ker je za obratno relacijo med elementoma uporabljena recipročna vrednost, ima A vedno lastnosti recipročnosti ($a_{ji} = 1 / a_{ij}$), refleksivnosti ($a_{ii} = 1$) in pozitivnosti ($a_{ij} > 0$). Kadar velja tudi $a_{ij} \cdot a_{jk} = a_{ik}$, je matrika A konsistentna. Čeprav popolna konsistentnost ni zahtevana, je zgornja še priporočena meja odstopanja postavljena na deset odstotkov.

Razvitih je bilo več metod za izpeljavo vektorja $w = (w_1, \dots, w_n)$ iz matrike A . Običajni pristop temelji na iskanju lastnega vektorja, vezanega na največjo lastno vrednost kvadratne matrike: $A \cdot w = \lambda_{\max} \cdot w$. Kadar je A konsistentna, je vsaka njena vrstica konstanten mnogokratnik prve vrstice. Tedaj so vse njene lastne vrednosti z izjemo ene enake nič in problem se poenostavi v sistem $A \cdot w = n \cdot w$.

Glavni prednosti razmernostne lestvice sta, da so z deljenjem okrajšane enote, ki pripadajo količinam, in da je s konceptom proporcionalnosti odstranjen vpliv različnih domen atributov (razmerji a/b in c/d se lahko ujemata, četudi veljata neenakosti $a \neq c$ in $b \neq d$). Zato je možna enostavna večnivojska sinteza delnih ocen alternativ, izračunanih pri individualnih kriterijih, v skupno oceno, ki najpogosteje temelji na funkciji utežene vsote. Postopek sinteze je lahko izpopolnjen, tako da upošteva dvosmerne odvisnosti med utežmi pomembnosti kriterijev in variantami, kar je doseženo s posplošitvijo AHP, imenovano ANP (*Analytic Network Process*) (Saaty, 2005).

2.5.1.4.2 Absolutne in relativne meritve ter ohranjanje razvrstitve alternativ

AHP lahko aplicira dva tipa presoj – absolutne in relativne meritve (Saaty, 2006). Pri prvih je vsaka alternativa primerjana z eno samo idealno alternativo, ki je bodisi poznana bodisi namišljena. Takšen proces je normativen in se imenuje ocenjevanje. Zahteva definicijo stopenj intenzivnosti kakovosti in medsebojno neodvisnost obravnavanih alternativ, vendar pa predpostavka o neodvisnosti ne velja za ideal, ki je običajno dobljen na podlagi najboljših možnih kriterijskih vrednosti obstoječih alternativ. Na drugi strani stojijo relativne meritve, pri katerih je posamezna varianta primerjana z vsemi ali z nekaterimi drugimi variantami. Njena ocena in posledično tudi mesto v izpeljanem vrstnem redu sta zato odvisna od števila ter od kakovosti primerjanih alternativ. Gre za deskriptiven proces, v katerem je podanih

$n \cdot (n - 1) / 2$ presoj. Iz le-teh so ocene izpeljane z normalizacijo, ki predstavlja deljenje vsake matrične vrednosti z vsoto vseh vrednosti, ali idealizacijo, ki pomeni deljenje z največjo vrednostjo. V kontekstu normalizacije in idealizacije presoj je govora tudi o porazdeljeni ter idealni sintezi (Forman in Selly, 2001).

Neizpolnjevanje aksioma neodvisnosti alternativ je glavna pomanjkljivost metode AHP. V kolikor je namreč alternativa odstranjena iz obravnave ali so v množico vključene identične kopije alternativ, se utegne obstoječi vrstni red spremeniti in privedi do drugačne odločitve. To pa je v nasprotju z obema možnima definicijama neodvisnosti (Saaty, 2006):

- *Šibka definicija:* mesta neodvisnih alternativ morajo ostati glede na kriterije enaka, kadar so dodane enake nove alternative ali izločene obstoječe alternative, razen če dodajanje oziroma odzemanje alternativ spremeni kriterije in/ali presoje.
- *Stroga definicija:* razmerja prioritet izvornih alternativ morajo biti enaka pred in po dodajanju novih ali brisanju starih alternativ.

Navkljub očitkom, ki jih je deležna metoda AHP, pripisuje Saaty ohranjanju in spreminjanju mest pomembno vlogo. Zbral je reference na raziskave o ohranjanju mest (Saaty, 1987) in ugotovil, da je v tem kontekstu obnašanje alternativ odvisno od načina izpeljave prednosti. Pri absolutnem ocenjevanju z ozirom na ideal se morajo ob predpostavki neodvisnosti med alternativami mesta obvezno ohraniti, kar pomeni, da prisotnost ali odsotnost neke variante ne sme imeti učinka na ocene ostalih alternativ. Pri relativnih parnih primerjavah pa ohranitev mest ni niti zahtevana niti nujna, vendar je možna, če je namesto normalizacije uporabljena idealizacija. To je posledica strukturne odvisnosti, ki jo implicirajo parne primerjave in zaradi katere lahko pride do kakršnekoli zamenjave mest v vrstnem redu, kajti povečevanje števila kopij alternativ v splošnem zmanjšuje vrednosti le-teh, razen kadar obstaja med njimi sinergija, izhajajoča iz funkcionalne odvisnosti.

Iz podanih razlogov priporoča Saaty vzporedno uporabo obeh tipov sinteze – porazdeljene in idealne – ter kritičen razmislek, kadar privedeta sintezi do neskladnih rezultatov. Vsiljenemu ohranjanju mest z namenom popolne zadostitve pričakovanjem Saaty nasprotuje, ker lahko zaradi strukturne odvisnosti povzroči neustreznost rezultatov. Tako je velikokrat prepuščeno subjektivni presoji odločevalca, ali je bolj zaželeno vsiljevati ohranjanje mest ali dopustiti, da se le-ta po potrebi spremenijo.

Spreminjanje mest alternativ sta proučevala tudi Wang in Elhag (2006). Zamenjavo vrstnega reda sta pripisala spremembi lokalnih prioritet, do katere pride, kadar je alternativa izbrisana ali je dodana njena kopija. Ugotovila sta, da se to zgodi tako pri klasični normalizaciji uteži, pri kateri je utež deljena z vsoto vseh uteži, kakor pri Beton in Gearovi (1983) normalizaciji, ki deli utež z največjo izmed le-teh. Pokazala sta, da je mogoče ohraniti lokalne prioritete z normalizacijo glede na izvirne alternative, kar pomeni, da je potrebno vsako od $n-1$ ali $n+1$ novih uteži deliti z vsoto prvotnih n uteži.

2.5.1.4.3 Temeljna merska lestvica in konsistentnost presoj

Saaty (1999) izhaja iz dognanja, da lahko človeški um zaradi kapacitete kratkoročnega spomina z zadostno natančnostjo in veljavnostjo obdeluje le nekaj elementov naenkrat. Zato meni, da mora biti v izvajanju parnih primerjav število možnih odločevalčevih odzivov omejeno na 7 ± 2 . Če bi se namreč zgornja meja lestvice $[1, 9]$ povišala, bi večja raznolikost presoj, ki so izražene z elementi matrike, vodila k zmanjšanju konsistentnosti. Kljub temu je z gnezdenjem skupin kriterijev v hierarhiji vsaj teoretično mogoče dobiti odprt interval $[1, \infty)$.

Analogno naj ne bi bilo od 7 ± 2 večje število neposredno primerjanih elementov v skupini. Če je ta prag presežen, je rezultirajoča povečava nekonsistentnosti premajhna, da bi lahko odločevalec izločil tisti element, ki povzroča največjo nekonsistentnost, in popravil njegov odnos z ostalimi elementi (Saaty in Ozdemir, 2003). AHP namreč kot teorija merjenja priredi presojam visoko nekonsistentnost, če je število elementov majhno. Zato je tedaj preprosto poiskati najbolj neskladno presoj in jo prilagoditi z namenom izboljšanja skupne konsistentnosti. Pri mali nekonsistentnosti pa odločevalec težje ugotovi, katere neznatne spremembe presoj so najugodnejše, da se v zadostni meri izboljša tako veljavnost kot skladnost rezultatov. Posledično lahko pri skorajšnji konsistentnosti nezanesljive vsiljene spremembe pokvarijo ustreznost izpeljanega vektorja prioritet. Um je torej dovolj občutljiv na izboljšanje velikih nekonsistentnosti, ki pogojujejo znatne spremembe v kardinalnih presojah in povzročijo drastične razlike v razumevanju, ne pa tudi majhnih, ki praviloma sploh ne rezultirajo v preoblikovanju vzorcev razumevanja.

Ugotovljeno je bilo, da so pri obravnavi nekonsistentnosti presoj zanimive za en velikostni red manjše spremembe numeričnih vrednosti primerjav od tistih, ki jih odločevalec podaja z namenom izražanja preferenčnega mnenja. Zato je prag dovoljene nekonsistentnosti postavljen na 0.1. Vendar je v praksi ta mejna stopnja neredko presežena, kar kliče po prilagoditvi

izrazito neskladnih presoj. Odločevalec pa mora biti toliko razumen, da je vedno pripravljen iterativno validirati tudi skladnejše presoje in jih po potrebi na novo umeriti. Pri tem mora paziti, da ne vsiljuje nestvarne popolne konsistentnosti, kajti le-ta ne omogoča upoštevanja novega znanja, potrebnega za ostrenje in izboljšavo preferenc.

2.5.1.4.4 Alternativne merske lestvice in multiplikativni AHP

AHP lahko sloni na multiplikativni strukturi (Barzilai in Golani, 1992; Van Den Honert in Lootsma, 1996). Tedaj je namesto aditivne agregacije z metodo uteženega aritmetičnega povprečja (*weighted arithmetic mean method*) opravljena sinteza z metodo geometričnega povprečja (*geometric mean method*). Pri multiplikativnem AHP je razmerje a_{ij} ocenjeno v skladu z lestvico od 0 do 8, zaradi česar velja $a_{ji} = -a_{ij}$ in $a_{ii} = 0$. Parne presoje morajo biti pretvorjene v vrednosti na geometrični lestvici $r_{ij} = \exp(\gamma \cdot a_{ij})$, $\gamma = \ln 2$, na osnovi katerih so z izračunom geometričnega povprečja vrstic matrike dobljene uteži pomembnosti kriterijev ali zaželenosti alternativ.

Aull-Hyde idr. (2006) so raziskali vpliv konsistentnosti pri uporabi metode geometričnega povprečja v kontekstu skupinskega odločanja. Opredelili so pogoje, pod katerimi je agregacijska matrika, dobljena z uteženim geometričnim povprečjem, zadostno konsistentna, če za vse ali nekatere individualne matrike parnih primerjav, ki se združujejo, lastnost konsistentnosti ne velja. S simulacijo Monte Carlo so dokazali, da je pri velikem številu agregiranih matrik ne glede na njihove stopnje konsistentnosti za izpeljano agregacijsko matriko zagotovljena sprejemljiva konsistentnost. Ta torej ni vprašljiva, če je le dosežen ali presežen določen prag števila individualnih matrik, ki je odvisen od dimenzije le-teh.

Pri uporabi ene od izpeljank metode AHP je mogoče poseči po različnih lestvicah za parno primerjavo alternativ: geometrični, logaritmični, potenčni, uravnoteženi in klasični Saatyevi linearni lestvici kot tudi lestvici, temelječi na kvadratnem korenu. Vendar posamezna merska lestvica ni ustrezna za vse tipe odločitvenih problemov. To so dokazali Ishizaka idr. (2005), ki so simulirali izbiro med tremi variantami – dvema ekstremnima in superiorno kompromisno. Rezultati so pokazali naslednje:

- potenčna in geometrična lestvica nista primerni, ker nikdar ne izbereta kompromisne rešitve, ne glede na simulirane parne primerjave odločevalca;
- linearna in logaritmična lestvica dajeta le malo možnosti za izbiro kompromisa, zato se jima kaže izogibati;

- preostali lestvici sta v večini primerov sprejemljivi, ker pogosto izbereta nadvladajočo kompromisno alternativo.

2.5.1.4.5 Skupinski AHP

Metodo AHP je mogoče enostavno prilagoditi za reševanje problemov skupinskega odločanja (Saaty, 1989). Obstajajo tri skupinske tehnike za agregacijo preferenc. Pri prvi odločevalci ne opravijo individualnih ocenitev, pri drugi se v skupinsko matriko prenesejo zgolj individualne presoje prednosti alternativ, pri tretji pa model ustvari sestavljenega odločevalca, katerega kriterijske uteži so kompromis uteži vseh članov skupine in katerega parne primerjave variant so prav tako kompromis parnih primerjav posameznikov. Zaradi kompromisov prihaja do kršitve Pareto optimalnosti, saj agregirane točke alternativ ne predstavljajo reprezentativnega mnenja kateregakoli odločevalca. Agregacije namreč vodijo k temu, da so končne ocene, s katerimi je pogojen vrstni red alternativ, pripisane »združeni celoti« in tako ne odražajo stopnje konsenza, ki jo skupina doseže; ne ve se, ali izbrano varianto res sprejema večina odločevalcev ali je njena prednost zgolj odraz velikih razhajanj v skupini. Zato modeli iskanja konsenza definirajo naključne spremenljivke s pripadajočimi verjetnostnimi porazdelitvami (Van Den Honert, 1998). Izhajajo iz predpostavke, da tudi v skupini, ki išče konsenz, mnenja posameznikov niso povsem usklajena, pač pa med njimi obstaja določena stopnja variacije. Če se na skupino gleda kot na eno samo zaokroženo entiteto, je lahko ta variacija upoštevana kot negotovost skupine. Končne ocene so posledično tudi negotove in predstavljajo intervale, ki se lahko prekrivajo.

2.5.1.4.6 Ostale izpeljanke metode AHP

Izvorni AHP izpelje prioritete z deterministično metodo – dekompozicijo na osnovi lastnega vektorja. Navkljub dokazom, da naj bi bil takšen pristop učinkovit (Saaty, 2003), je veliko raziskovalcev mnenja, da se ne obnese, kadar so presoje podvržene napakam. Zato je bilo predlaganih nekaj različnih stohastičnih formulacij (Hahn, 2003), ki so bile deležne tudi že praktične uporabe (Banuelas in Antony, 2007). Pri stohastičnem AHP so lahko negotove tako parne primerjave kot model za izpeljavo prioritet. Hahn je izvedel sintezo le-teh z metodo Monte Carlo na temelju verige Markovega. Ugotovil je, da so dobljeni rezultati ne glede na velikost in konsistentnost matrike parnih primerjav skladni s tistimi, ki jih daje metoda

lastnega vektorja klasičnega AHP. Izpostavil pa je tudi mehanizem sklepanja o prioritetah, ki predstavlja glavno pridobitev pristopa.

Stohastičnemu AHP je soroden mehki AHP (Chen in Tzeng, 2004), ki omogoča specifikacijo uteži na podlagi negotovih oziroma netočnih osebnih presoj. Pri določitvi mehkih koristnosti alternativ in uteži kriterijev je kot mera uporabljen Sugenov interval. Dodatno je apliciran še model sivih relacij, ki temelji na konceptih metode TOPSIS.

Nepopolna informacija o utežeh in pragovih zadošča tudi v postopku modeliranja psevdokriterija s ternarnim AHP (Takeda, 2001). Le-ta razširja binarni AHP, ki izvaja parne primerjave na podlagi dvojiških vrednosti, kot sta recimo »dobro« in »slabo«, z vmesnim izidom »enako« oziroma »neodločeno«. Relacije stroge in šibke preference ter indiferece so tako formulirane s ternarnimi primerjavami. Za k -ti psevdokriterij je definirana matrika $T_k = (t_k(a_i, a_j))$, kjer v primeru stroge preference alternative a_i pred alternativo a_j velja $t_k(a_i, a_j) = \theta$ in $t_k(a_j, a_i) = 1 / \theta$, v primeru šibke preference $t_k(a_i, a_j) = \theta$ in $t_k(a_j, a_i) = 1$ ter indiferece $t_k(a_i, a_j) = t_k(a_j, a_i) = 1$. Celo število $\theta (\geq 2)$ je izbrano poljubno in določa moč stroge preference. V skladu s Saatyjevo metodo AHP je izračunan lastni vektor matrike $v = (v_j)$, katerega elementi so normalizirani. Ta vektor razvrsti alternative po prednosti: $v_1 \geq \dots \geq v_n$. Ob predpostavki, da so kriteriji aditivno neodvisni, so alternative ovrednotene po pravilu $u_j = w^T \cdot v_j$, pri čemer je vektor uteži $w = (w_i)$ element na podlagi matrike A definirane množice omejitev $W = \{w: A \cdot w \geq 0, w > 0\}$. Ker je lahko vrednost u_j izračunana glede na katerikoli vektor $w \in W$, mora algoritem razvrščanja za vsako varianto rešiti ustrezni linearni program, ki poišče optimalno razporeditev uteži w^* , pri kateri je ocena u_j bodisi maksimizirana bodisi minimizirana. Na ta način sta dobljena dva delna vrstna reda alternativ – padajoči $C_1 \rightarrow \dots \rightarrow C_q$ in naraščajoči $D_p \leftarrow \dots \leftarrow D_1$. Reda sta združena z operacijo preseka. Variante, katerim je dodeljeno isto mesto (recimo C_q ali D_p), so neprimerljive. Prednost metode – ovržena potreba po določanju natančnih vrednosti pragov in uteži – je lahko hkrati tudi njena slabost, ker ne omogoča dovolj visoke stopnje nadzora nad razvrščanjem. Poleg tega metoda ne upošteva učinka veta. Zato jo avtor predlaga le kakor dopolnjujoč zorni kot pristopom ELECTRE.

Beynon (2002) je definirala metodo DS/AHP, ki združi AHP z Dempster-Schaferjevo teorijo dokazov. DS/AHP povzema od AHP hierarhično strukturo in pristop k vrednotenju presoj, na osnovi Dempster-Schaferjeve teorije pa smejo biti alternative grupirane, kar pomeni, da veljajo presoje za eno varianto glede na (pod)množico vseh ostalih variant, ki so relevantne za

problem odločanja. Metoda dovoljuje ignoranco zaradi nezmožnosti razlikovanja preferenc, učinka omejene racionalnosti in pomanjkanja znanja. Odločevalec ima tako pravico izraziti presoje le za nekatere skupine alternativ.

2.5.1.5 Mehki agregacijski operatorji

Pri nekaterih problemih večkriterijskega odločanja se pojavi potreba po uporabi različnih preferenčnih formatov, zlasti kadar so informacije negotove in mehke (Zhang idr. 2004). Vsak odločevalec tako poda preference v tisti obliki, ki mu je blizu. Posebej prikladni so po mnenju Zhanga idr. lingvistični izrazi, ki naj bi bili intuitivno preprosti in priljudni. Poleg njih pa so v svojem modelu upoštevali še naslednje tipe preferenčnih formatov: ordinalno razvrstitev, koristnost, klasično in mehko podmnožico izbranih dominantnih in medsebojno enakovrednih kriterijev, multiplikativno in mehko prednostno relacijo ter parne primerjave. Predstavitve presoj posameznih odločevalcev so vselej pretvorjene v multiplikativne prednostne relacije. Z agregacijo geometričnega povprečja so nato iz le-teh izpeljane normirane uteži kriterijev:

$$w_i = \frac{d_i}{\sum_{j=1..n} d_j}, \quad d_i = \left[\prod_{j=1..n} \prod_{l=1..k} (p_{ij}^l)^{1/k} \right]^{1/n}, \quad i = 1, \dots, n,$$

pri čemer sta i in j indeksa kriterijev, l indeks odločevalca, k in n števili odločevalcev oziroma kriterijev, p_{ij} pa mehka prednost i -tega kriterija pred j -tim. Seveda je w_i normirana in d_i nenormirana utež.

Nadzorovana eksperimentalna študija na skupinah dodiplomskih študentov je pokazala, da so bili le-ti zmožni na enostaven način izraziti svoje preference. Zato je bila izmerjena visoka stopnja zadovoljstva z odločitvenim postopkom in njegovim izidom. Vendar pa so Zhang idr. zgolj nekoliko nadgradili delo Chiclane idr. (2001), ki so predlagali štiri komplementarne preferenčne formate: ordinalno razvrstitev, multiplikativno in mehko prednostno relacijo ter funkcijo koristnosti. Presoje odločevalcev so preslikali v enotno obliko in jih na podlagi koncepta mehke večine združili v skupno mehko prednostno relacijo. V ta namen so aplicirali operatorja OWA (*ordered weighted average operator*) in OWG (*ordered weighted geometric operator*) (Herrera idr., 2001). Herrera-Viedma idr. (2002) so model razširili tudi na iskanje skupinskega konsenza. Za vse te pristope velja, da ne služijo izpeljavi uteži.

Operatorje OWA je definiral Yager (1988). Gre za družino mehkih agregacijskih operatorjev (Zimmermann, 1996), ki imajo na enem ekstremu mehki »in« in na drugem ekstremu mehki »ali«. To dejansko pomeni, da zapolnijo vrzel med konjunkcijo in disjunkcijo. Operator OWA dimenzije n je funkcija $\phi: [0, 1]^n \rightarrow [0, 1]$, ki je vezana na vektor uteži. Če je $\{a_1, a_2, \dots, a_m\}$ množica agregiranih vrednosti, je operator OWA definiran kot:

$$\phi(a_1, \dots, a_m) = W \cdot B^T = \sum_{i=1..m} w_i \cdot b_i,$$

kjer je $W = (w_1, w_2, \dots, w_m)$ vektor normiranih uteži in B vektor urejenih vrednosti, v katerem je vsak element $b_i \in B$ i -ta največja vrednost iz množice $\{a_1, a_2, \dots, a_m\}$.

Uteženi agregacijski operatorji so v splošnem treh tipov. Poleg najpreprostejših operatorjev uteženega povprečja (WA – *weighted average*) (Keeny in Raiffa, 1976; Zeleny, 1982) in operatorjev urejenega uteženega povprečja (OWA) obstajajo še posplošeni mešani operatorji (*generalized mixture operators*) (Ribeiro in Pereira, 2003). Le-ti razširjajo operatorje WA na takšen način, da preidejo konstantne uteži v funkcije uteževanja, ki so definirane na domeni agregacije. Uteži torej niso več fiksne, temveč so odvisne od vrednosti agregacijskih spremenljivk. Tri družine operatorjev imajo različne lastnosti:

- operatorji uteženega povprečja so monotoni, zvezni, kompenzacijski in linearni;
- operatorji urejenega uteženega povprečja dopuščajo lingvistično kvantifikacijo in so monotoni, zvezni, kompenzacijski ter zaradi odsekoma konstantnih uteži nelinearni;
- posplošeni mešani operatorji so zvezni in kompenzacijski, vendar ne nujno monotoni in linearni.

Ribeiro in Pereira sta vpeljala dve ločeni družini splošnih mešanih operatorjev, ki generirata uteži na podlagi linearnih ali kvadratnih funkcij. Prav tako sta nakazala možnost uporabe sigmoidnih funkcij. Vsem je skupna definicija uteži, ki so odvisne od kriterijskih vrednosti alternativ, tako da so kaznovani slabi in nagrajeni dobri kriteriji. Če je vrednost alternative glede na kriterij neugodna in ima ta kriterij visoko utež, mora biti utež kaznovana, s čimer je skrhan doprinos pri ocenitvi alternative. V primeru m alternativ postane potemtakem učinek pomembnega kriterija manj signifikanten, kadar je m kriterijskih koristnosti nizkih. Utež kriterija z majhno izvirno pomembnostjo pa je nagrajena, kadar so koristnosti alternativ visoke.

Uteži so zvezno odvisne od stopenj zadovoljstva in so lahko podane v lingvistični obliki, na primer z »zelo pomemben«, »pomemben« ali »nepomemben«. Vsaka lingvistična utež ima

spodnjo in zgornjo mejo, ki sta integrirani v funkcijo generiranja uteži ter določata obseg vrednosti in naklon. Osnovni matematični zapis posplošenih mešanih operatorjev je:

$$W(\mathbf{x}^i) = \frac{\sum_{j=1..n} f_j(x_j^i) \cdot x_j^i}{\sum_{k=1..n} f_k(x_k^i)}.$$

Izraženo z utežmi je možen tudi ekvivalenten zapis:

$$W(\mathbf{x}^i) = \sum_{j=1..n} w_j(\mathbf{x}^i) \cdot x_j^i, \quad w_j(\mathbf{x}^i) = \frac{f_j(x_j^i)}{\sum_{k=1..n} f_k(x_k^i)}, \quad w_j(\mathbf{x}^i) > 0, \quad \sum_{j=1..n} w_j(\mathbf{x}^i) = 1.$$

V enačbah je i indeks alternative, j in k sta indeksa kriterijev, n je število vseh kriterijev, $\mathbf{x}^i$ predstavlja vektor enokriterijskih koristnosti alternative a_i , x_j^i je koristnost alternative a_i glede na j -ti kriterij, $f_j(\cdot)$ oziroma $f_k(\cdot)$ označujeta funkcijo za generiranje uteži kriterija, $w_j(\mathbf{x}^i)$ je normirana utež kriterija x_j za a_i , $W(\mathbf{x}^i)$ pa je končna izračunana ocena alternative a_i . Funkcije $f_j(\cdot)$ imajo dve temeljni obliki. Linearna je:

$$L(x) = \alpha \cdot \frac{1 + \beta \cdot x}{1 + \beta},$$

pri čemer $0 < \alpha \leq 1$ nadzira maksimalno vrednost, $0 \leq \beta \leq 1$ pa razmerje med maksimalno in minimalno vrednostjo. Če je $\beta = 0$, to ustreza klasičnim konstantnim utežem, saj je ulomek enak 1 in ostane samo člen α . To pomeni, da je klasično uteženo povprečje poseben primer posplošenih mešanih operatorjev.

Kvadratna funkcija generiranja uteži je definirana na podoben način:

$$Q(x) = \alpha \cdot \frac{1 + \gamma \cdot x^2}{1 + \gamma}.$$

Konstanta α ponovno nadzira maksimum, γ pa razmerje med maksimumom in minimumom. Linearna odvisnost je homogena za interval $x \in [0, 1]$, medtem ko je kvadratna odvisnost šibka za $x \in [0, \frac{1}{2}]$ in močna za $x \in [\frac{1}{2}, 1]$. Definirani operatorji so bili primerjani z operatorji WA in OWA. Pokazana je bila fleksibilnost in potencial glede korelacije z enokriterijskimi (delnimi) koristnostmi.

2.5.1.6 Nepopolne informacije ter dominanca in potencialna optimalnost

Namesto da bi izmeril natančne vrednosti uteži, odločevalec velikokrat lažje izrazi linearne relacije v prostoru uteži, ki določajo množico omejitev, označeno z W (Eum idr., 2001). Odločevalec noče ali ni zmožen podati točnih preferenčnih parametrov iz številnih razlogov – zaradi pomanjkanja informacij in/ali znanja, časovne stiske, straha pred zavezo, pomanjkanja koncentracije, neustreznega dojemanja kriterijev ali njihove definicije itd. Ker so informacije nepopolne, so parametri poznani samo do te mere, da ležijo njihove resnične vrednosti znotraj postavljenih mej ali zadoščajo ordinalnim pogojem. Relacije imajo tedaj obliko intervalov s fiksnimi ($w_i^- \leq w_i \leq w_i^+$) oziroma z razmernostnimi mejami ($\rho_i^- w_1^- \leq w_i \leq \rho_i^+ w_1^+$) ali pa obliko ordinalnih vrstnih redov, ki so bodisi šibki ($w_1 \geq \dots \geq w_n \geq 0$) bodisi strogi ($w_i - w_{i+1} \geq \varepsilon_i$) bodisi definirani glede na razlike uteži ($w_1 - w_2 \geq \dots \geq w_{n-1} - w_n \geq 0$). Eum idr. so ugotovili, da je katerikoli veljaven vektor $w = (w_1, \dots, w_n) \in W$ navkljub nenatančnosti konsistenten za vse neenakosti iz W . Prav tako so razširili koncept na obravnavo nepoznatih vrednosti ob upoštevanju dominace in potencialne optimalnosti. Vendar so s tem dobili nelinearni problem matematičnega programiranja.

Koncept dominace je definiran glede na prednostne relacije med stvarnimi alternativami, medtem ko gre pri potencialni optimalnosti za mešano oziroma konveksno dominanco s strani bodisi namišljene alternative bodisi kombinacije kriterijskih vrednosti večih razpoložljivih alternativ. Ta dva koncepta je z namenom iskanja najboljših alternativ v preteklosti apliciralo več raziskovalcev. Pionir med njimi je Fishburn (1965). Njegove in ostale sorodne pristope povzema Park (2004), ki je vpeljal tudi lastno na funkcijo koristnosti vezano metodo določitve dominace z mešanim celoštevilskim programiranjem (*mixed integer programming*). V sklopu metode nepopolne uteži implicirajo nedominirane alternative, med temi pa se skrivajo močno potencialno optimalne alternative. Vendar po drugi strani ne obstaja zanesljiva relacija med nedominiranimi in šibko potencialno optimalnimi alternativami. Pri tem je potencialna optimalnost šibka, če obstaja najmanj en vektor vrednosti iz prostora vseh vrednosti, za katerega je alternativa potencialno optimalna, in močna, če je alternativa potencialno optimalna za vse možne vrednosti, torej je učinkovita, kadarkoli je v celoti zadoščeno podanim omejitvam nepopolnih preferenčnih informacij.

Z nenatančnimi utežmi, opisanimi z nepopolnimi informacijami v obliki intervalov, in s preverjanjem dominace na osnovi takšnih uteži so se ukvarjali tudi Mateos idr. (2003).

Implementirali so sistem za podporo odločanju, ki obravnava nenatančne delne funkcije koristnosti in uteži, katere aproksimira z razredi. Ker naj bi bila zamišljena predstavitev za ljudi nezahtevna, je sistem prirojen skupinskemu odločanju. Posledično je definiranih več razredov intervalov uteži, ki pripadajo različnim odločevalcem kot odraz njihovih osebnih presoj. Iz unij intervalov so s simulacijo Monte Carlo (Clemen, 1996) naključno pridobljene fiksne uteži. Te so nato upoštevane pri agregaciji preferenc, ki rezultira v končni skupinski odločitvi. Pogajanje usmerja indeks divergence, ki nakazuje na kriterije, katerih omejitve uteži morajo biti prilagojene kot prve.

Miettinen in Salminen (1999) sta opredelila iskalni postopek v prostoru uteži kriterijev. Njuna metoda ne razvrsti alternativ, temveč najde vektorje uteži, za katere je varianta, ki jo izbere uporabnik, najboljša. Postopek je lahko interaktiven ali neinteraktiven. Če je neinteraktiven, so izračunani različni vektorji, ki osvetlijo problem iz različnih vidikov. Če je interaktiven, odločevalec postopno omejuje dopustna območja uteži oziroma relacije med njimi, tako da dodaja vse natančnejše informacije. Tako se s poglobljanjem odločevalčevega razumevanja problema povečuje tudi izrazna in razvrstitvena moč modela.

Temeljna ideja je poiskati vektor uteži $w = (w_1, \dots, w_n)$, za katerega je alternativa a_k najboljša glede na postavljene omejitve. V ta namen je potrebno rešiti optimizacijski problem, ki ima omejitve $\min S(a_k, a_j) - \min S(a_i, a_j) \geq \varepsilon, \forall i, j \neq k$ in v osnovni obliki konstantno ciljno funkcijo $\min 0$; pri tem je $S(a_i, a_j)$ stopnja prednosti a_i pred a_j . Parameter ε ima vlogo modeliranja neenakosti. Če je $\varepsilon > 0$, je a_k edina možna najboljša rešitev glede na dano toleranco ε , če je $\varepsilon = 0$, pa je dopustnih več enakovrednih rešitev. V kolikor problem nima rešitve, je alternativa izločena iz nadaljnje analize, saj ne more biti najboljša pri nobeni razporeditvi uteži, sicer je zgolj potencialno najboljša.

S prilagoditvijo ciljne funkcije je mogoče podati bolj selektivne deskriptivne informacije o utežeh. Optimizacijska programa s ciljema $\min w_l$ in $\min -w_l$ tako ugotovita, ali je lahko alternativa najboljša v želenem intervalu $[w_l^-, w_l^+]$. Podobno je z maksimiziranjem parametra ε poiskana alternativa, ki ima pri določenem naboru uteži največjo možno prednost. V praksi pa je najpomembnejša zagotovitev strogo pozitivnih uteži (z maksimizacijo najnižje vrednosti w_l : $\min -\min_{l=1..n} w_l$) ali čimbolj podobnih uteži (z upoštevanjem metrike najmanjših razlik: $\min \sqrt{\sum_{l=1..n} (w_l - 1/n)^2}$). To je zanimivo predvsem pri skupinskem odločanju, kjer lahko različni kriteriji predstavljajo poglede različnih odločevalcev. Če neka utež pri izbiri variante

ne presega bistveno vrednosti 0, pomeni, da mnenje določenega posameznika ni upoštevano. Zato je alternativa, ki ima vse uteži pozitivne in približno enako močne, boljši kompromis kot alternativa, ki je izbrana le na podlagi enega samega ali kvečjemu nekaj kriterijev.

2.5.1.7 Simosova procedura

Znana in dokaj pogosto uporabljena je Simosova procedura (Simos, 1990), ki je bila zaradi svojega praktičnega pomena deležna nekaj izboljšav (Figueira in Roy, 2002). Namenjena je zlasti ljudem brez velikih izkušenj z večkriterijskim odločanjem, saj jim omogoča povsem spontano in intuitivno delo. Sestoji iz treh korakov in sloni na množici kartic – po ena kartica pripada posameznemu kriteriju, nekaj kartic pa je praznih. Odločevalec prejme kartice z zapisanimi imeni kriterijev in jih postavi v naraščajoči vrstni red od najmanjše do največje pomembnosti. Kadar je več kriterijev isto pomembnih, so njihove kartice pripete oziroma postavljene skupaj. Odločevalec nato razmisli o dejstvu, da razlika v pomembnosti dveh zaporednih, sledečih si (skupin) kriterijev ni venomer enaka. Zato vstavi prazne kartice. Več kot je praznih kartic med sosednjima mestoma, večja je razlika v utežeh kriterijev. Če ni belih kartic, to pomeni enoto razdalje med utežmi, ena bela kartica pomeni razdaljo dveh enot, dve kartici razdaljo treh enot in tako naprej. V končni fazi so z matematičnim algoritmom položaji kartic preslikani v numerične kriterijske uteži, ki so normalizirane tako, da predstavljajo cela števila in da je njihova vsota enaka 100. Glavna težava Simosove tehnike je, kako učinkovito definirati enoto razlike, zato upošteva njena izboljšana verzija, ki sta jo vpeljala Figueira in Roy, razmerje med najbolj in najmanj pomembnim kriterijem v specificiranem vrstnem redu.

2.5.2 Posredna določitev uteži

Metode posredne določitve uteži kriterijev izvirajo iz psiholoških študij (Kaplan in Schwartz, 1975). Njihov temeljni namen je pridobiti eksplicitno kvantitativno sliko miselnega sistema odločevalca, na osnovi katerega so informacije integrirane v presoje. Uteži so tako izpeljane z analizo preteklih sprejetih odločitev, če teh ni, pa na podlagi množice umetno ovrednotenih vzorčnih alternativ. Gre torej za pristope k posrednemu poizvedovanju po človekovi globalni preferenčni hevristici, ki jih je v sedemdesetih letih prvič formalizirala teorija družbenega presojevalnega obnašanja (*Social Judgment Theory*) (Hammond idr., 1975). Kasneje je ta veja odločitvene analize doživela še nekaj nadgrajenij, med katerimi je daleč najpomembnejši

združitveno-razdružitveni princip. Le-ta iterativno kombinira korake neposredne in posredne specifikacije uteži (Bregar, 2005a; Jacquet-Lagrèze in Siskos, 2001) ter je bil v zadnjih nekaj letih vpeljan tudi v konvergentne procese skupinskega odločanja in pogajanj (Matsatsinis in Samaras, 2001; Matsatsinis idr., 2005).

2.5.2.1 Postopek posredne določitve uteži

Posredna specifikacija uteži temelji na aplikaciji regresijskih dekompozicijskih modelov. Regresijska analiza se prične z zbiranjem podatkov o odločitvah, ki so lahko bodisi stvarne bodisi eksperimentalne oziroma namišljene. Odločevalec identificira relevantne alternative in attribute, pri čemer mora biti po priporočilih alternativ vsaj toliko kot atributov. Odločevalec poda tudi rezultate odločitev, s tem da ovrednoti alternative. Holistične ocene so nato z regresijo transformirane v uteži atributov. Regresijski model je skladen s podatki, kar pomeni, da so lahko odločevalčevi rezultati obnovljeni z regresijsko funkcijo, ki ujame relacije med neodvisnimi spremenljivkami in izidi odločanja ter je dovolj dobra aproksimacija človekove odločitvene politike. Funkcija je najpogostejše linearna in omogoča agregacijo z uteženo vsoto, sme pa biti še konjunktivna, disjunktivna, logaritmična ali eksponentna (Zeleny, 1982). Prav tako lahko regresija upošteva različne metrike razdalje, med katerimi so najbolj osnovne absolutne razlike, vsote kvadratov razlik in največje oddaljenosti.

2.5.2.2 Pomanjkljivosti pristopa

Pomembna je zagotovitev konsistentnosti med odločevalčevim dejanskim razmišljanjem in modelom regresije. Dobljena funkcija namreč utegne biti za odločevalca tuja, zaradi česar je njena prediktivna moč vprašljiva. Poleg tega je regresijska analiza zmožna le predvidevanja, ne pa tudi pojasnjevanja. Prav tako se je potrebno zavedati, da so vsi regresijski modeli odvisni od dane problemske situacije in so podvrženi spremembam, če se spremeni množica razpoložljivih alternativ. Vendar pa to niso glavni problemi regresije. Mednje spadajo naslednje potencialne težave:

1. Neskončno mnogo krivulj, ki predstavljajo različne kombinacije uteži, lahko rezultira v enaki predikciji. Ker imajo globalni maksimum v isti točki, ujamejo glede na učni nabor alternativ na pravilen način odločitveno politiko. Toda katera kombinacija uteži bi bila prava v primeru posplošitve? Odgovor na to vprašanje zna dati zahtevna postoptimalnostna analiza (Beuthe in Scannella, 2001).

2. Pogosti so primeri, ko model ni zmožen pravilne predikcije, ker rešitev ne obstaja ali pa iste uteži odgovarjajo več kot eni rešitvi.
3. Medkriterijske odvisnosti utegnejo povzročiti, da so za različne nabore alternativ in enake nabore kriterijev izpeljane različne uteži, kar nakazuje na nekonsistentnost v odločanju.

2.5.2.3 Izpeljava uteži z regresijo v metodi ELECTRE TRI

Regresijska tehnika posredne specifikacije uteži je bila z namenom zmanjševanja miselnega bremena aplicirana tudi na metodo sortiranja ELECTRE TRI (Mousseau idr., 2001), ki zgradi netranzitivno prednostno relacijo med pari alternativ. Gre za interakcijo korakov izvajanja presoj in analize robustnosti. Specifikacija parametrov je zaradi zahteve po učenju postopna, saj lahko odločevalec le na takšen način zazna njihov doprinos k rezultatom (Dias idr., 2002). Omogočeno je interaktivno prilagajanje modela z brisanjem in dodajanjem alternativ iz učne množice A_R , spreminjanjem kategorij ter določanjem omejitev preferenčnih parametrov. Tako sestojijo vhodi iz omejitev, ki definirajo domeno T_w , in primerkov iz A_R , s čimer je definirana domena T_a . Presek $T = T_w \cap T_a$ pomeni množico vseh sprejemljivih kombinacij, skladnih z odločevalčevimi informacijami. Kadar je $T \neq \emptyset$, so podatki konsistentni, kadar je $T = \emptyset$, pa ne obstaja kombinacija, ki bi povsem pravilno obnovila razvrstitve učnih alternativ in zadostila intuitivno postavljenim omejitvam. Od konsistentnosti je odvisen potek postopka, kar zagotovi konvergenco akcij. Če je $T = \emptyset$, teži interakcija k odstranitvi nekonsistentnosti z ustrezno spremembo ali brisanjem omejitev. Če je $T \neq \emptyset$, sledi reduciranje množice možnih kombinacij vrednosti parametrov z dodajanjem novih ali ostrenjem obstoječih omejitev. Tako je izhod pri iteraciji k uporabljen kot vodstvo odločevalca pri diskusiji in reviziji vhodov v iteraciji $k+1$. Postopek se zaključi, ko je uporabnik zadovoljen z modelom in z dodelitvijo pravih kategorij variantam iz množice A_R .

2.5.2.4 Izpeljava uteži z odločitvenim sistemom Smart-Swaps

Mustajoki in Hämäläinen (2007) sta razvila spletno večkriterijsko odločitveno orodje Smart-Swaps. Odločevalčeve presoje so pridobljene z metodo parnih zamenjav, ki predstavlja proces izločanja na osnovi vrednostnega barantanja. Z uporabo modela preferenčnega programiranja lahko orodje odločevalcu predlaga, kako nadaljevati z izločitvenim postopkom.

Postopek je razdeljen v tri faze, ki sestojijo iz večih korakov. V prvi fazi se opredeli problem ter oblikujeta seznama ciljev in alternativ. V drugi fazi se definira tabela posledic, ki je nato s specifikacijo in prilagoditvijo zveznih ali diskretnih lestvic atributov inicializirana. Tretja faza pa podpira proces parnih zamenjav ter zajema identifikacijo dominiranih in delno dominiranih alternativ, iskanje nebitvenih atributov, samodejno določitev naslednjega koraka zamenjave s sočasnim preverjanjem nekonsistentnosti in sledenje procesu z izdelavo dnevnika vseh akcij. Zadnja faza se večkrat ponovi, s čimer je doseženo iterativno izločevanje alternativ. Končni rezultat takšnega strukturiranega postopka izvajanja odločevalčevih presoj je zato izbira ene same, najboljše alternative.

V tabeli posledic je učinkovitost posamezne alternative merjena glede na vsak atribut. Podprte so tako diskretne kot zvezne lestvice atributov, pri čemer smejo biti slednje tudi nemonotone. Izvedba zamenjave sloni na izbiri treh celic tabele, od katerih se dve spremenita. To so:

1. celica, v kateri je opravljena sprememba posledice,
2. celica, ki določa referenčno vrednost za barantanje glede posledice,
3. celica, v kateri je sprememba kompenzirana.

Glede na izbiro celic odločitveni sistem nakaže odločevalcu, kaj lahko doseže z zamenjavo. Ker so izpostavljene alternative, ki lahko postanejo dominirane, in atributi, ki lahko postanejo nebitveni, ima odločevalec možnost preučiti implikacije različnih možnih zamenjav, preden potrdi tisto, ki se bo izvršila ter bo povzročila izločitev alternativ in atributov. Orodje poišče primerne kandidate za zamenjavo na podlagi izračuna indeksa aplikabilnosti. Le-ta odraža učinkovitost potencialne zamenjave v smislu minimalnega števila nadaljnjih zamenjav, ki so potrebne, da bi postala katerakoli alternativa dominirana ali katerikoli atribut nebitven. Višji kot je indeks aplikabilnosti zamenjave, bolj verjetno je, da bo ena posledica nadvladala drugo in bo prišlo do relacije dominance.

Identifikaciji dominiranih alternativ služi preferenčno programiranje, ki določi omejitve sprva nepoznatih veljavnih razmerij uteži atributov $w_i / w_j \leq r, \forall i, j = 1, \dots, n, i \neq j$, pri čemer je $r \geq 1$ splošna dovoljena zgornja meja. Podobne omejitve so postavljene za obsege možnih vrednosti alternativ. Ob aplikaciji aditivne večatributne funkcije koristnosti obstaja med alternativama x in y parna relacija dominance, če ima x vsaj tako visoko koristnost kot y za vsako izvedljivo kombinacijo uteži in ocen:

$$\min_{w \in S} \sum_{i=1..n} w_i \cdot (\underline{v}_i(x) - \overline{v}_i(y)) \geq 0,$$

kjer je S dopustno območje uteži in kjer je zgornja izpeljana meja ocene variante y odšteta od spodnje meje za varianto x .

2.5.2.5 Strukturno modeliranje in sledenje postopku presoje

Harte in Koele (1995) delita večatributne odločitvene procese v dve paradigmi: strukturno modeliranje in sledenje postopku presoje. Strukturno modeliranje specificira relacijo med kriterijskimi vrednostmi ter odločevalčevimi odzivi s statističnimi tehnikami, najpogosteje z analizo linearne regresije. Le-ta izpelje enačbo, ki predstavlja strategijo odločevalca in je določena s standardiziranimi regresijskimi koeficienti, katerih vloga je aproksimacija uteži atributov, upoštevanih pri agregaciji prioritet. Zaradi približkov uteži se v presojah pogosto pojavi varianca, ki utegne voditi do neracionalne odločitve in posledično pomeni poglobljeno slabost strukturnega modeliranja. Kadar to sloni na linearnem modelu regresije, je dopuščena kompenzacija med atributi, medtem ko nelinearni modeli omogočajo vpeljavo nekompenzacijskih strategij.

Pri sledenju postopka presoje gre za opazovanje, katere informacije so upoštevane pri odločanju in v kakšnem zaporedju. Temeljni način odkrivanja informacij je glasno razmišljanje. Pogosto se zgodi, da so sistematična pravila izpeljana na podlagi nerelevantnih podrobnosti in nekonsistentnosti v presoji. Zato se ta pristop v praksi ne uporablja veliko.

2.5.3 Analiza občutljivosti uteži

Odločevalci v praksi veliko posegajo po tehnikah analize občutljivosti uteži, ki so integrirane v večino odločitvenih metod. Tako poišče metoda PROMETHEE intervale stabilnosti uteži (Mareschal, 1988). Ti so poleg »kaj-če« analize in različnih dvodimenzionalnih grafičnih prikazov podprti tudi v sklopu orodja Expert Choice, ki implementira metodo AHP (Forman in Selly, 2001). Na podoben način so analitičen pristop z definicijo trikotniškega grafa, ki odraža n -dimenzionalen prostor uteži na ravnini, dopolnili Hodgkin idr. (2005). Nenazadnje je bilo tudi v okviru lastnega raziskovalnega in projektnega dela definiranih in apliciranih nekaj izvirnih metrik, algoritmov in optimizacijskih programov za ugotavljanje robustnosti uteži v povezavi z večatributno funkcijo koristnosti (Bregar idr., 2008b).

2.6 Eksperimentalne in teoretične raziskave učinkovitosti metod

2.6.1 Študije metod za izpeljavo uteži

Harte in Koele (1995) sta z nadzorovano eksperimentalno študijo ovrednotila ter primerjala tehnike strukturnega modeliranja, sledenja postopku presoje in neposredne določitve uteži. Osredotočila sta se izključno na uteži relativne pomembnosti kriterijev, pri čemer ju je zanimalo, ali in v kolikšni meri se le-te ujemajo za različne pristope izpeljave. Opravila sta tri laboratorijske poizkuse, ki so se razlikovali glede na tip problema, tip subjektov in število kriterijev. Statistične uteži sta pridobila s prilagajanjem in iskanjem najboljšega ujemanja regresijskega modela, uteži verbalnega protokola z analizo le-tega, subjektivne uteži pa z neposrednim spraševanjem odločevalcev, kako pomembni se jim posamezni kriteriji zdijo za presojo. Skladnost dobljenih naborov uteži sta nato izmerila na dva načina: z izračunom korelacij in z ugotavljanjem, kako ustrezno linearna agregacija na osnovi različnih tipov uteži ujame človekove presoje. Prvi pristop določanja skladnosti se ni izkazal kot primeren, ker izračunane korelacije zaradi majhnega števila kriterijev niso bile stabilne. Drugi pristop pa je pokazal, da imajo vsi tipi uteži približno enako predikcijsko moč, ker privedejo do podobnih rezultatov kvantitativnega modela, ki so skladni z dejanskimi subjektivnimi odločitvami.

Fischer (1995) je proučeval učinek določitve uteži glede na najboljše in najslabše kriterijske vrednosti, pogojene z lokalnim odločitvenim kontekstom. Na osnovi takšne normalizacije naj bi uteži variirale kot funkcija obsega vrednosti kriterijev, katerim pripadajo (Zeleny, 1982). Večji je obseg, višja mora biti utež.

Normativni koncept občutljivosti uteži na obseg vrednosti je bil z dvema eksperimentoma testiran za tri pristope k izpeljavi uteži – metode neposredne določitve, ocenitve z barantanjem in SMART. Prvi poskus je služil testiranju uteži, pridobljenih z neposredno ocenitvijo in z barantanjem. V njem sta bili udeleženi dve skupini študentov. Vsi študenti so specificirali enokriterijske delne funkcije koristnosti in aplicirali obe proučevani metodi uteževanja, pri čemer je bil vrstni red uporabe metod za skupini ravno obraten. Obe skupini sta imeli opraviti z enakim fiksnim intervalom vrednosti prvega kriterija, medtem ko je bil interval vrednosti drugega kriterija za eno skupino večji, to je [5, 20] v primerjavi s [5, 10]. Rezultati udeležencev eksperimenta so dali odgovora na naslednji vprašanji:

1. Ali so uteži občutljive na obseg kriterijskih vrednosti? To velja za ocenitev z barantanjem, saj se mediana uteži za skupini signifikantno razlikujeta. Po drugi strani je pri metodi neposredne specifikacije median skoraj enak za obe skupini, kar nakazuje na neobčutljivost.
2. Kolikšna je stopnja občutljivosti glede na teoretično definiran model optimalne občutljivosti? Indeks občutljivosti na obseg razpoložljivih vrednosti, ki je izračunan kot kvocient globalnih in lokalnih uteži, ima za neposredno ocenitev vrednost 0.118, za ocenitev z barantanjem pa 0.783, kar je nekoliko manj od optimalne vrednosti 1.

Z drugim eksperimentom sta bili primerjani metodi barantanja in SMART. Scenarij je bil enak kot pri prvem eksperimentu, s tem da študenti, ki so sodelovali v poskusu 1, niso smeli sodelovati v poskusu 2. Ugotovljeno je bilo, da sta oba tipa uteži signifikantno občutljiva na obseg vrednosti, kar je bilo potrjeno z multivariatno analizo in predznačenimi neparametričnimi testi. V primerjavi s teoretično idealno občutljivostjo, ki jo predpostavlja normativni model, je bil za metodo barantanja izračunan indeks 0.632, za metodo SMART pa podoben indeks 0.616. Tudi Paersonova korelacija med rezultati metod je imela precej visoko vrednost 0.667, medtem ko je bil Paersonov koeficient za eksperiment 1 le 0.166. Z morda najbolj zanimivo ugotovitvijo pa je postregla primerjava med metodami. Pri vseh skupinah so presoje na osnovi barantanja privedle do večje ekstremnosti – pomembnim kriterijem so bile prirejene višje, manj pomembnim pa nižje uteži, kot to velja za metodi neposredne specifikacije in SMART. Učinek je bil izrazit in je impliciral precejšnjo nevarnost za nastop pristranskosti.

Doyle idr. (1997) so proučevali dve preprosti in pogosto uporabljeni metodi izpeljave uteži – metodo neposredne določitve in metodo razdelitve 100 točk med kriterije. Ugotovili so, da se pridobljene uteži znatno razlikujejo. To so predvideli s formalnim idealiziranim modelom uteževanja, ki je pokazal, da razdelitev točk precej odstopa od ideala, neposredna specifikacija pa ne. Do skladnih rezultatov so prišli tudi s tremi laboratorijskimi eksperimenti, v katerih so sodelovali ljudje.

Po Doyle idr. idealiziran odločevalec dodeljuje kriterijem uteži iz zaprtega intervala $[0, 1]$ in obravnava vsak kriterij neodvisno od ostalih, že ovrednotenih. Ker so v stvarnih situacijah vsi kriteriji do neke mere relevantni, pa utegne bolj realističen neidealiziran odločevalec zavračati del intervala in upoštevati le njegov podinterval $[\alpha, 1]$, pri čemer je $0 < \alpha \leq 1$. Kriterije, katerih uteži pomembnosti ne dosega α , takšen odločevalec zavrže. Prav tako so lahko njegove presoje glede uteži j -tega kriterija odvisne od specificiranih uteži predhodnih $j-1$ kriterijev.

Doyle idr. so v raziskavi vpeljali naslednjo korelacijo: če računalnik naključno izbira realna števila iz enakomerne porazdelitve na intervalu $[\alpha, 1]$ in če so opazovane samo uteži, ne pa tudi kriteriji, so pri zadostnem številu poskusov simulacije računalniško generirane povprečne uteži povsem enake odločevalčevim. Da bi pridobili ustrezen vzorec, so izvedli neke vrste Turingov test:

1. v 10000 poskusih simulacije so bile naključno generirane uteži devetih kriterijev;
2. uteži so bile normalizirane;
3. uteži so bile sortirane po velikosti in na ta način prirejene mestom.

Ne glede na izbiro α je bila korelacija med mestom in povprečno utežjo kriterija linearna, pri čemer razločevalnost uteži ni bila močna, kar pomeni, da je veljalo $w_1 \approx 0.16$ in $w_9 \approx 0.06$. Po drugi strani je metoda razdelitve točk povzročila večjo ekstremnost uteži, saj je dala povprečni vrednosti $w_1 \approx 0.21$ in $w_9 \approx 0.04$, ki v primerjavi z idealiziranim odločevalcem kažeta na izrazitejši doprinos najbolj pomembnega in manjši doprinos najmanj pomembnega kriterija. Korelacija med mestom in utežjo je bila zato bolj strma in konkavna ter se je s funkcijo, definirano na osnovi neposredne specifikacije uteži, približno ujemala za kriterij x_3 .

Pri metodi razdelitve točk je bila potrebna preslikava med odločevalčevo subjektivno notranjo lestvico in zunanjo lestvico, odvisno od predhodno dodeljenih točk. Temeljila je na naslednji zvezi: če je že bilo upoštevanih preveč točk, je odločevalec nezavedno prisiljen preostalom kriterijem prirediti nižje uteži, kot bi bile razumne, ker je omejen z razpoložljivimi točkami, in obratno. Ta učinek je simuliral produkt dveh naključnih numeričnih vrednosti, izbranih iz intervalov $[\alpha, 1]$ in $(\beta, 1)$.

Rezultati poskusov, v katerih so imeli ključno vlogo ljudje, so bili skladni s teoretičnim modelom in nanj vezano simulacijo. Za vse tri opravljene eksperimente so izpostavili izrazitejšo razločevalnost in konkavnost uteži, dobljenih z razdelitvijo 100 točk. V eksperimentu 1 so v študijo vključeni študenti razumeli pomen vnaprej izbranih kriterijev, vendar jih niso znali povezati s stvarno situacijo, v kateri bi bili sami prisotni. V eksperimentu 2 so sodelovali magistrski študenti z najmanj tremi leti delovnih izkušenj, ki so bili sposobni povezati iste kriterije, kot so bili upoštevani v eksperimentu 1, s svojimi izkušnjami, pridobljenimi v danem problemskem kontekstu. Zadnji eksperiment je služil ugotavljanju neodvisnosti značilnosti metod od problemske situacije. Vsak subjekt je izbral poljubnih 6, 9 in 12 kriterijev, vezanih na kakršen koli odločitveni problem. Za 12 kriterijev je ta eksperiment razkril precejšnjo

razločevalnost z razdelitvijo točk izpeljanih uteži, saj je rezultiral v povprečnih ekstremnih vrednostih $w_1 \approx 0.27$ in $w_{12} \approx 0.01$.

Bottomley in Doyle (2001) sta z namenom proučitve notranje konsistentnosti, ki odraža vpliv uteževanja na večkriterijske ocene alternativ, primerjala tri preproste tehnike določitve uteži:

- neposredno ocenitev (*direct rating*) uteži z vrednostmi med 0 in 100;
- metodo Max100, pri kateri je najpomembnejšemu kriteriju dodeljena utež 100, nato pa so glede na njo ocenjene uteži vseh ostalih kriterijev;
- metodo Min10, pri kateri je najmanj pomembnemu kriteriju dodeljena utež 10, nato pa so relativno uteženi vsi ostali kriteriji.

Študija je zajela test in ponovni test, v katerih je sodelovalo 108 študentov. V prvem testu so bile študentom metode uteževanja dodeljene naključno, v drugem pa je moral vsak uporabiti isto metodo kot v prvem. Naloga udeležencev raziskave je bila utežiti devet kriterijev, vezanih na specifično problemsko domeno. Kriteriji so bili v obeh testih enaki, vendar je bil premešan njihov vrstni red.

Z upoštevanjem specificiranih uteži je bilo ocenjenih in razvrščenih 5 do 9 alternativ, katerih kriterijske vrednosti so bile naključno generirane v 1000 poskusih simulacije. Razhajanja med rezultati testa in ponovnega testa so bila ugotovljena na osnovi treh metrik: vsote absolutnih razlik uteži posameznih kriterijev, odstotka primerov ujemanja najboljše ocenjene alternative in Kendallovega τ , ki je odražal podobnost ordinalnih vrstnih redov alternativ. Prva metrika je razkrila signifikantna odstopanja v zanesljivosti metod. Tako so bile razlike med utežmi testa in ponovnega testa pri metodi Max100 dvakrat manjše kot pri metodi neposredne ocenitve in trikrat manjše kot pri metodi Min10. Tudi pri izbiri najboljše alternative se je z 91-odstotnim ujemanjem kot najzanesljivejša izkazala metoda Max100. S 87-odstotnim ujemanjem ji sledi neposredno ocenjevanje, medtem ko naj bi bila najmanj notranje konsistentna metoda Min10, pri kateri se je izbrana alternativa ujemala v 75 odstotkih. Na precej večjo stopnjo podobnosti treh pristopov pa je mogoče sklepati iz vrednosti Kendallovega τ . Razpon le-teh je med 0.58 za Min10 in 0.64 za Max100, kar pomeni zgolj zmerno konsistentnost.

Študija je obravnavala tudi signature metod, to je profile korelacije uteži z mesti kriterijev v ordinalnem vrstnem redu. Vse metode so dale rahlo konveksno-konkavno krivuljo s prevojem na srednjem mestu. Pri Min10 je bil zaradi velike razločevalnosti uteži profil izrazito strm.

Po zaključenem testu je vsak študent izpolnil vprašalnik, s katerim je izrazil svoje mnenje o uporabljeni metodi. Avtorja raziskave sta zaznala pozitivno sprejemanje neposredne ocenitve in metode Max100. To naj bi bila posledica enostavnosti uporabe in pričakovanj o kakovosti rezultatov.

Ista raziskovalna skupina je v ločeni študiji primerjala metodo neposredne ocenitve z metodo razdelitve 100 točk (Bottomley idr., 2000). V testu in ponovnem testu je bilo udeleženih 113 študentov, ki so utežili devet naključno premešanih kriterijev. Na podlagi uteži je bilo v 1000 poskusih simulacije ovrednotenih sedem alternativ. Konsistentnost rezultatov obeh testov so razkrile štiri metrike: odstotek izbir iste alternative, vsota absolutnih razlik uteži posameznih kriterijev, Spearmanova korelacija mest ordinalnih vrstnih redov in Fisherjeva transformacija Paersonovega korelacijskega koeficienta med utežmi. Ugotovljena je bila večja zanesljivost uteži, pridobljenih z neposredno ocenitvijo. To metodo so študenti ocenili kot ustrežnejšo tudi na podlagi izpolnjevanja anket.

Metodi sta rezultirali v povsem različnih profilih uteži. Neposredna ocenitev je dala približno linearen profil, medtem ko je bil le-ta pri metodi razdelitve 100 točk konkaven. Nakazoval je na precejšnjo razločevalnost, saj je imel najpomembnejši kriterij skoraj za polovico višjo utež kot v primeru razdelitve točk.

Pöyhönen in Hämmäläinen (2000) sta proučevala dva tipa pristranskosti v uteževanju atributov vrednostnih dreves z izpeljanko Max100 metode SWING:

- učinek obsegov vrednosti atributov (*range effect*) – ko se spremenijo obsegi vrednosti, mora odločevalec prilagoditi uteži, sicer ne razume dovolj dobro pomena atributov;
- pristranskost delitve atributov (*splitting bias*) – kadar je atribut hierarhično razcepljen v podatribute, ne sme odločevalec niti zvečati niti zmanjšati njegove uteži, sicer pride do manipulacije rezultatov na osnovi strukture.

Avtorja raziskave sta želela ugotoviti, kakšen vpliv na kakovost odločanja ima seznanjenost s principi gradnje vrednostnih dreves. Zato sta vključila v študijo 42 podiplomskih študentov, ki so najprej poslušali predavanja iz odločitvene analize, nato pa so jim bile dodeljene naloge, v sklopu katerih so štirikrat utežili attribute – v povezavi s hierarhičnim strukturiranjem le-teh in za izvirne, podvojene ter prepolovljene obsege vrednosti. Primerjava uteži je razkrila, da:

- se je večina študentov odzvala na spremembe obsegov vrednosti s prilagoditvijo uteži, ki je bila v splošnem pretirana, zlasti pri podvajanju intervalov;

- se je uspel le en študent popolnoma izogniti delitveni pristranskosti, medtem ko so bila pri nadaljnjih dvanajstih odstopanja sprejemljiva, to je manjša od dvajsetih odstotkov.

Pöyhönen in Hämmäläinen sta z raziskavo pokazala, da lahko izboljšano razumevanje metode za specifikacijo uteži in zavedanje o pristranskostih omeji pojavljanje le-teh. Ugotovila sta, pod katerimi pogoji je to mogoče. Izvedla pa sta še dve sorodni raziskavi (Pöyhönen, 1998; Pöyhönen in Hämmäläinen, 2001). Prva od njiju je rezultirala v disertaciji, ki se je osredotočala na subjektivno pristranskost, kateri je odločevallec podvržen pri določevanju uteži hierarhično strukturiranih kriterijev. Z eksperimentalno študijo, ki je obravnavala situaciji individualnega in skupinskega odločanja, je bilo proučenih pet obstoječih metod za izpeljavo uteži – AHP, SMART, SWING, neposredno uteževanje in uteževanje z barantanjem. Ugotovljeno je bilo, da so uteži odvisne od metode, merske lestvice in hierarhije kriterijev.

Konvergenčno veljavnost istih petih metod za specifikacijo uteži kriterijev je razkrila študija iz leta 2001. V njej so prek svetovnega spleta sodelovali študenti iz različnih držav. Postopek raziskave je zajel šest korakov: opis naloge, definicijo alternativ in izbiro atributov iz vnaprej pripravljenega seznama, ocenjevanje alternativ, razvrščanje atributov, uteževanje atributov v naključnem vrstnem redu in evalvacijo rezultatov. Cilj je bil ugotoviti učinek zalog vrednosti in ocenitvenih lestvic na uteži s preveritvijo naslednjih hipotez:

1. Metode uteževanja rezultirajo v različnih utežeh.
2. Metode uteževanja privedejo do enakih ordinalnih razvrstitev.
3. Razločevalnost atributov, ki jo odraža obseg uteži, je enaka za vseh pet metod, vendar pa je odvisna od števila hkrati upoštevanih atributov.
4. Uteži, izpeljane z metodo AHP, so odvisne od uporabljene ocenitvene lestvice.
5. Eksplicitna predstavitev zalog vrednosti atributov vpliva na uteži.
6. Nekonsistentnost med izjavami je v primeru metode AHP odvisna od števila atributov in uporabljene ocenitvene lestvice.

Študija je dala naslednje ugotovitve:

- Stopnja zadovoljstva odločevalcev z izpeljanimi utežmi je bila podobna za vse metode in je bila razmeroma nizka. Povprečna ocena skladnosti uteži s subjektivnimi mnenji se je na minimizirani lestvici od 1 do 5 v odvisnosti od metode gibala okoli vrednosti 2.5.
- Izpeljane uteži se med metodami razlikujejo, ker le-te eksplicitno ali implicitno vodijo odločevalce k izbiri odgovorov/presoj iz omejene množice števil. Tako je z različnimi

metodami 69 odstotkov odločevalcev dobilo isto najboljšo alternativo in 56 odstotkov isti vrstni red alternativ, medtem ko so bile za različne metode korelacije vrstnih redov med 0.76 in 0.89.

- Metode neposrednega uteževanja, uteževanja z barantanjem in SWING so podobne po razločevalnosti, metodi AHP in SMART pa zaradi večje razpršenosti uteži odstopata. Ekstremni povprečni razmerji med utežema najbolj in najmanj pomembnega kriterija sta 1.67 oziroma 7.50, pri čemer razmerja, večja od 20, v povprečju niso upoštevana.
- Pri izražanju presoj z metodama SMART in SWING je le nekaj odstotkov študentov poseglo po številih, večjih od 100 oziroma manjših od 10. Približno polovica pa jih je upoštevalo zgolj večkratnike števila 10.
- Konsistentnost preferenčnih izjav je sorazmerna s številom atributov. V odvisnosti od le-tega in od ocenitvene lestvice je bila za metodo AHP izmerjena konsistentnost med 0.10 in 0.39. Nekoliko ožji interval je bil dobljen za uteževanje z barantanjem, in sicer od 0.15 do 0.29. Popolno konsistentnost 0 pa so dosegli izključno tisti odločevalci, ki so dodelili vsem atributom enako utež.

Eppel (1990) je z eksperimentalno študijo ovrednotil štiri obstoječe metode za strukturirano specifikacijo uteži – precenjevanje, barantanje, določanje razmerij in SWING. Učinkovitost je meril z ozirom na kriterije obsega množice izidov (intervala merske lestvice), invariantnosti opisov atributov in vrstnega reda obravnave atributov. Pokazal je, da obstaja med metodo in utežmi močna korelacija, saj naj bi dale različne metode medsebojno povsem neprimerljive rezultate.

León (1997) je primerjal metode SMART, SMARTS in GRAPA z ozirom na izpeljane uteži ter mesta alternativ. Ugotovil je, da metoda SMARTS ne more nadomestiti svoje osnovne različice SMART in da pomeni metoda GRAPA zaradi enostavnosti uporabe izboljšavo tako v primerjavi s SMART kot s SMARTS. Podal je tudi reference na nekaj drugih študij, ki so razkrile, da ima SMART precejšnjo notranjo konsistentnost ter da je specifikacija uteži z metodama SWING in SMARTS za odločevalca praviloma prezahtevna.

León je opravil dve študiji. Prva je zajela 30 prostovoljnih študentov, ki so izpolnili dva vprašalnika. S prvim so po pomembnosti ordinalno razvrstili vnaprej specificirane kriterije, z drugim pa so ocenili ponujene alternative, tako da so jim brez poznavanja osnov odločitvene analize priredili numerične vrednosti od 1 do 5. Tudi v sklopu druge študije so sodelovali študenti, ki pa niso bili isti kot v predhodni študiji. Po rangiranju kriterijev so bili ti subjekti v

petnajsturnem tečaju naučeni tehnik za izpeljavo uteži. Zato so lahko analitično ovrednotili dane alternative z aditivno funkcijo koristnosti ob uporabi metod SMART, SMARTS in GRAPA. Pri tem so vsi študenti aplicirali vse tri metode, toda v različnih vrstnih redih na podlagi treh ločenih skupin s po desetimi subjekti.

Meritve so upoštevale štiri spremenljivke:

- *Negotovost ljudi v postopku specifikacije uteži* je bila največja pri aplikaciji metode SMART, manjša pa za metodi SMARTS in GRAPA.
- *Skladnost uteži*, izpeljanih z različnimi metodami, je bila zelo izrazita, saj je bila korelacija za katerakoli dva pristopa večja ali enaka 0.99. Rahlo so odstopale samo uteži SMART, ki so bile nekoliko bolj razločevalne.
- *Ujemanje ocen alternativ* je bilo prav tako precejšnje. V 50 odstotkih primerov so vse metode izbrale isto najboljšo alternativo. Paersonove korelacije med metodami so bile visoke, in sicer med 0.78 in 0.89.
- *Kakovost metod* je bila subjektivno ocenjena po sprejeti odločitvi z ozirom na deset kriterijev – razumljivost, enostavnost, preprostost uporabe, sprejemljivost za uporabo, zanesljivost, zaupanje, pozitiven odnos, pomoč pri jasnem razmišljanju, hitrost dela in realnost numeričnih vrednosti. Vsak odločevalec, ki je sodeloval v študiji, je za posamezen kriterij in posamezno metodo v vprašalniku podal oceno od 1 do 5. Ocene so bile združene z operatorjem povprečja.

Olson (2004) je preizkusil metodo TOPSIS, ki minimizira razdaljo od idealne točke in maksimizira razdaljo od najslabše točke ter praviloma vključuje uteži relativne pomembnosti kriterijev, ob uporabi različnih shem uteževanja in različnih metrik razdalje. Pri tem je opravil primerjavo rezultatov, ki so bili dobljeni za različne nabore uteži ob upoštevanju stvarnih podatkov. Obravnaval je tri različice metode TOPSIS – s centroidnimi utežmi, z regresijsko izpeljanimi utežmi in z enakimi utežmi vseh n kriterijev – ter metodo SMART in centroidno uteževanje oziroma uteži ROC. Upošteval je tri metrike razdalje – mrežno L_1 , Evklidovo L_2 in Tchebycheffovo L_∞ , ki minimizira največjo razliko – ter dve meri učinkovitosti – ujemanje najboljših alternativ in ujemanje vseh mest v razvrstitvah primerjanih metod. Ugotovil je, da se glede točnosti za dejanske znane izide metode ne razlikujejo signifikantno ter da sta razdalji L_1 in L_2 dokaj učinkoviti, razdalja L_∞ pa rezultira v manjši natančnosti.

Disertacija, ki jo je pripravil Crain (2003), proučuje ustreznost metod za aproksimacijo uteži kriterijev, identificira tveganja, ki izvirajo iz uporabe teh metod, ter predlaga hevrstiko, ki z upoštevanjem strukture modela in kriterijskih vrednosti alternativ izbere najboljšo alternativo brez potrebe po specifikaciji uteži. Z eksperimentalno študijo je primerjanih pet obstoječih metod za aproksimacijo uteži iz ordinalne razvrstitve kriterijev – EW (*Equal Weights*), RS, ROC, RR in RE (*Rank Exponent*). Na osnovi zgodovinskih podatkov o stvarnih odločitvah so ugotovljene razlike med izpeljanimi ocenami in vrstnimi redi alternativ.

2.6.2 Študije miselnega procesa uteževanja

Izjave odločevalcev o relativni pomembnosti kriterijev so le redko skladne z utežmi, ki so izpeljane z regresijsko analizo dejanskih odločitev (Barlas, 2003). Ta razhajanja so posledica učinkov primarnih visokonivojskih ciljev odločanja na izbiro in na prepričanje o pomembnosti. Cilj pojasniti/upravičiti odločitev močnejše vpliva na prepričanje o pomembnosti kot na izbiro, medtem ko velja za vpliv cilja zagotavljanja točne ocenitve ravno obratno. Prav tako se učinki visokonivojskih ciljev na izjave o doprinosu kriterijev in na odločanje spreminjajo kot funkcija izkušenj in znanja ter glede na to, ali odločevalec nadzira tok informacij.

Ljudje, ki so sodelovali v Barlasovem poskusu, so pripisali racionalnim kriterijem večjo pomembnost pri utemeljitvi subjektivnih odločitev kakor pri dejanski končni izbiri, za uteži neracionalnih kriterijev pa je veljalo ravno nasprotno. To je dokazalo znatno razlikovanje v upoštevanju racionalnih in neracionalnih kriterijev ter je privedlo do naslednje ugotovitve: čeprav privlačni neracionalni kriteriji močno vplivajo na holistično odločitev, odločevalci pri njihovem neposrednem, dokumentiranem uteževanju tega niso pripravljeni priznati. Vendar so bila razhajanja nekoliko omiljena v prid racionalnih kriterijev, ko so bili odločevalci sposobni nadzirati tok informacij, hkrati pa niso mogli upoštevati predhodno nabranih izkušenj.

Bonaccio in Reeve (2006) sta proučevala, s kakšnim mehanizmom vplivajo spremembe v variabilnosti intervalov vrednosti atributov na navajanje odločevalca k prilagajanju uteži. Ugotovila sta, da se uteži kot posledica odločevalčevega osebnega zaznavanja pomembnosti spreminjajo v odgovor manipulaciji relativne variabilnosti, s čimer sta dokazala hipotezo o kontekstni odvisnosti atributov. Izpostavila sta še, da se večina odločevalcev ne zaveda ali ni sposobna z besedami izraziti učinka konteksta, saj so trdili, da so odločitve sprejemali zgolj na osnovi predhodnih lastnih prepričanj o pomembnosti, navkljub očitnemu dokazu o vplivu

konteksta. Kakor večina sorodnih študij je tudi ta slonela na pridobivanju informacij od študentov, kar je njena bistvena pomanjkljivost.

Fehr-Duda idr. (2006) so proučevali razlike med spoloma in so ugotovili, da se ženske bolj izogibajo tveganju kot moški. To implicira specifikacijo manj ekstremnih funkcij koristnosti ter razporeditev uteži kriterijev. Pri tem se bistvena odstopanja pojavijo zgolj pri dojemanju naključnosti v specifičnih situacijah.

2.6.3 Empirične študije odločitvenih metod in teorij

Birnbaum idr. (1999) so proučevali kumulativno in intervalno odvisnost, tranzitivnost ter stohastično dominanco teorij koristnosti, ki upoštevajo odvisnost vrednosti od mest. V študiji je sodelovalo 110 študentov, ki so se odločali med loterijami. Pod določenimi pogoji so bile ugotovljene nezaželjene sistematične kršitve aksiomov.

Triantaphyllou (2000) je opravil izčrpno statistično ovrednotenje večkriterijskih odločitvenih metod, ki je temeljilo na simulaciji ter je dalo poudarek na metodo AHP in njene izpeljanke. Triantaphyllou in Baig (2005) sta obravnavala eno od v praksi pogostih značilnosti problemov odločitvene analize – konfliktnost kriterijev, ki pomeni, da nekateri kriteriji odražajo korist, drugi pa strošek. Aplicirana sta bila dva pristopa za obravnavo konfliktnosti kriterijev – razmerje med koristjo in stroškom ter razlika koristi in stroška. Na njuni osnovi so bile preizkušene štiri metode – utežena vsota, uteženi produkt, klasični AHP in multiplikativni AHP. Empirična analiza je temeljila na simulaciji, pri čemer je bila signifikantnost rezultatov zagotovljena z 10000 poskusi za vsako kombinacijo vhodnih parametrov. Kombinacij je bilo sto, ker sta bili kot vhodna parametra upoštevani števili kriterijev in alternativ, ki sta lahko imeli po deset različnih vrednosti. Statistične mere kakovosti so bile aplicirane na dve ločeni razvrstitvi variant, dobljeni z razmerjem ter z razliko koristi in stroška. Zajemale so:

- odstotek primerov, v katerih pristopa izbereta različno najboljšo alternativo;
- število različnih razvrstitev, deljeno s številom alternativ;
- vsoto absolutnih razlik med mesti vrstnih redov;
- odstotek primerov, v katerih se vrstna reda razlikujeta, brez upoštevanja intenzitete odstopanj;
- oddaljenost, ki utežuje mesta in je podobna razdalji, definirani v sklopu disertacije.

Pri analizi rezultatov je bila upoštevana opisna statistika, medtem ko (ne)parametrični testi hipotez niso bili uporabljeni. Ugotovljeno je bilo, da:

- pristopa obravnave konfliktnih kriterijev pogosto rezultirata v različni izbiri najboljše variante in v različnih vrstnih redih alternativ za enak problem, lahko pa celo privedeta do popolnoma nasprotnih razvrstitev;
- so stopnje razhajanja vrstnih redov, dobljenih z različnima pristopoma obravnave konfliktnih kriterijev, v testih signifikantne in se večajo sorazmerno s številom alternativ;
- se metoda utežene vsote in AHP v testih obneseta skoraj identično;
- izkazuje multiplikativni AHP imunost na nekonsistentnosti v vrstnih redih.

Glavna kritika večkriterijskih odločitvenih metod je, da lahko v enaki problemski situaciji privedejo do različnih odločitev (Zanakis idr., 1998). Zato je bila opravljena raziskava, v sklopu katere je bilo eksperimentalno primerjanih osem metod: ELECTRE, TOPSIS, aditivna utežena agregacija, multiplikativna utežena agregacija in štiri različne verzije metode AHP. Učinkovitost metod je bila določena glede na njihove podobnosti in razlike. Izračuni so bili vezani na naslednje mere podobnosti:

- povprečno kvadrirano/absolutno napako uteži in mest,
- Kendallov korelacijski koeficient τ za uteži,
- Theilov koeficient U za uteži in mesta,
- Spermanovo korelacijo za mesta,
- uteženo razdaljo med dvema razvrstitvama,
- odstotek primerov izbire iste najboljše alternative in
- odstotek enakih mest z ozirom na število alternativ.

Uporabljena je bila simulacija s tremi vhodnimi parametri, in sicer številoma alternativ in kriterijev ter porazdelitvijo uteži, ki je bila bodisi enakomerna ali beta z U -obliko bodisi je implicirala enake uteži $w_j = 1/n$. Za vsako kombinacijo parametrov je bilo opravljenih 100 poskusov. Podana je bila deskriptivna statistika, rezultati pa so bili dodatno analizirani s parametričnim testom ANOVA in neparametričnim Kruskal-Wallisovim testom. Ugotovljene so bile stopnje odstopanja metod, ki so izpostavile, da je razlikovanje v utežeh, izpeljanih z drugačnimi pristopi, največje pri malo alternativah, medtem ko se razhajanja v razvrstitvah alternativ povečujejo sorazmerno s številom le-teh. Pokazano je tudi bilo, da porazdelitev uteži kriterijev ne vpliva na odstopanja metod tako signifikantno kot število alternativ.

Olson (2001) je primerjal metodi SMART in PROMETHEE II ter centroidno metodo v kontekstu, ko so znani izidi, niso pa na voljo popolni vhodni podatki. Iz tega razloga so bili podatki za preferenčno izbiro pridobljeni z regresijo, metode pa so bile ocenjene iz vidika ujemanja rezultatov z dejanskimi, stvarnimi izidi. Olson je dognal, da so vse metode koristne za podporo odločevalcu, pri čemer se posebej dobro obnese SMART in PROMETHEE II z Gaussovim pragom, medtem ko centroidna metoda in PROMETHEE II z ordinalnimi podatki zaostajata po natančnosti.

Aloysius idr. (2006) so raziskovali vpliv pristopov k specifikaciji preferenc na zadovoljstvo uporabnika z večkriterijskim odločitvenim sistemom. Ovrednotili in primerjali so dve pogosto aplicirani tehniki – absolutne meritve in parne primerjave. V raziskavo so vključili 153 študentov, katerim so na kratko obrazložili koncepte proučevanih metod in jih razdelili v dve skupini glede na to, katero metodo so obravnavali kot prvo. Študentje so izpolnili vprašalnike, v katerih so na Likertovi lestvici izrazili odgovore na vprašanja, namenjena merjenju odločitvenega konflikta, potrebnega vloženega truda, občutene točnosti in osebnega zadovoljstva z odločitvenim orodjem. Rezultati so razkrili, da so pri absolutnem ocenjevanju parne primerjave bolj konfliktne, manj natančne, manj sprejemljive iz vidika uporabe in zahtevajo več truda. Avtorji študije zato menijo, da mora biti normativna superiornost določene metode ali sistema za odločitveno analizo uravnovešena z uporabnikovim dožemanjem zaželenosti. Vzpostavitev tega ravnovesja služi ogrožje, ki so ga vpeljali.

2.6.4 Konceptualno-teoretične študije odločitvenih metod

Nekatere študije podajajo formalno-konceptualno primerjavo med metodami. Z obravnavo teoretično-simboličnih osnov skušajo z analitičnimi matematičnimi izpeljavami ugotoviti, ali in pod katerimi pogoji se formule oziroma iz smiselnega zaporedja le-teh sestavljeni algoritmi ujemajo ter posledično privedejo do enakih rezultatov. Van Huylbroeck (1995) je na ta način primerjal metodi ORESTE (Roubens, 1982) in PROMETHEE (Brans in Vincke, 1985) z lastnim definiranim modelom CAM (*Conflict Analysis Model*), ki temelji na principu parnih primerjav ter kombinira metodi ORESTE in ELECTRE (Maystre idr., 1994) s konfliktnostno analizo ločitve relacij prednosti, enakovrednosti in neprimerljivosti (test PIR). Podobno sta Opričović in Tzeng (2007) opravila primerjavo metodoloških konceptov metode VIKOR ter metod ELECTRE, PROMETHEE in TOPSIS (Hwang in Yoon, 1981). Salminen idr. (1998)

pa so izvedli formalno-konceptualno primerjavo metod ELECTRE III, PROMETHEE I in II ter SMART. Le-te so analizirali tudi na študiji primera.

2.6.5 Študije pristopov k skupinskemu odločanju in pogajanjem

Stapleton (2006) je z raziskavo, v kateri je sodelovalo 360 dodiplomskih študentov, ugotovil, da so heterogene skupine uspešnejše pri reševanju problemov kakor homogene skupine in da skupine, ki jih usmerja moderator, lažje dosežejo konsenz. Robertson (2002) je primerjal tri strategije skupinskega odločanja in njihove učinke na odločitveni proces. V študijo je vključil dodiplomske študente in opazovalce. S spremenljivkami eksperimentalnega modela je odrazil čustveni in miselni konflikt, predanost odločanju ter kakovost odločitve. Kot navaja Kray (1997), so presoje o pomembnosti kriterijev in zaželenosti alternativ odvisne od perspektive odločevalca. Sodelovanje z drugimi ljudmi tako vpliva na izbiro uteži, le-ta pa na ocenjevanje alternativ.

Srisoepardani (1996) je pripravil disertacijo s tremi cilji: (1.) dokazati zmožnost konstruiranja skupinskih preferenc iz presoj posameznih odločevalcev v kontekstu metode AHP z namenom ovržbe Arrowega teorema, (2.) vpeljati učinkovit pristop k dodajanju presoj v matriko parnih primerjav ter (3.) definirati ogrodje za ocenjevanje uporabnosti in konceptualne ustreznosti skupinskih odločitvenih metod. Ogrodje je zajelo 16 kriterijev, ki so se nanašali na vodenje skupine, abstrakcijo problema, strukturo modela, analizo, pravičnost in veljavnost, vendar je zanemarilo nekatere pomembne vidike skupinskega odločanja in pogajanj, zlasti konvergenco mnenj. Eksperimentalno je bilo primerjanih 16 obstoječih skupinskih odločitvenih metod, pri čemer je bilo vrednotenje deskriptivno in ni slonelo na statistični simulaciji ali na proučevanju odziva odločevalcev.

Hämäläinen idr. (1992) so opravili študijo primera, v kateri sta bili s ciljem iskanja konsenza uporabljeni metodi AHP in IAHP (intervalni AHP). Sodelovali sta dve skupini študentov, ki sta delali v odločitveni sobi in ju je usmerjal moderator. Prva je pri individualnem odločanju posegla po osnovni različici AHP, nato pa je iskala konsenz z združevanjem uteži po metodi IAHP. Druga se je neposredno soočala s skupinskim odločanjem, tako da je razpravljala o problemu in je aplicirala IAHP kot ogrodje za identifikacijo družno sprejetih izjav o presojah skupine.

Med fazo skupinskega odločanja so se nasprotja, ki jih je povzročila uporaba metode AHP, poglobljala. Vsak član skupine je vztrajal pri lastnem mnenju, prišlo je celo do pretiravanja in radikalnih izjav, s katerimi so posamezniki želeli poudariti svoj doprinos k odločitvi. Četudi je imel moderator nalogo opozarjati odločevalce z najbolj skrajnimi pogledi, so le-ti praviloma brezkompromisno zavrnili predlagane prilagoditve, saj se niso čutili zavezani h konsenzu. Kot posledica razhajanj in nezmožnosti doseganja konsenza je prenos presoj v IAHP rezultiral v velikih intervalih uteži in vrednosti alternativ.

Pri neposredni analizi z metodo IAHP se je razvila moderirana neformalna diskusija, katere udeleženci so specifikirali najožje še sprejemljive intervale uteži. Razprava je bila spontana, tako da so odločevalci samoiniciativno podajali predloge za približevanje kompromisu. To je imelo za posledico majhne razpone intervalov uteži in vrednosti alternativ, nekonfliktnost in učinkovito komunikacijo, hitro približevanje odločitvi ter visok nivo sprejemanja skupinskih preferenčnih struktur. Vendar pa se je lahko zgodilo, da so zaradi neposrednega združevanja presoj posamezni člani skupine narobe razumeli svoje lastne preference.

Študija je dala poudarek na sidranje presoj, v primeru katerega odločevalci niso pripravljeni spremeniti svojih preferenčnih izjav, ki so jih že javno predstavili ostalim odločevalcem. V tem kontekstu je bilo ugotovljeno, da IAHP z manjšo verjetnostjo kot AHP vodi k subjektivni pristranskosti, ki sloni na premočni težnji k ohranitvi določene vrednosti, od katere so odvisne ostale vrednosti. Raziskava je pokazala, da naj bi bile odločitvene metode, s katerimi izražajo odločevalci skupne presoje (IAHP, MEDIATOR), učinkovitejše od metod, ki se osredotočajo na individualno podporo odločanju in naknadno agregacijo v okviru skupine (PROMETHEE). Njena pomanjkljivost je, da so bili podatki o obnašanju in odnosu študentov pridobljeni zgolj iz ankete, v kateri so le-ti po zaključenem postopku odločanja izrazili subjektivne ocene.

Z metodo IAHP podajajo odločevalci nenatančne, ohlapne izjave v obliki intervalnih presoj. Le-te odgovarjajo linearnim omejitvam razmerij relativnih pomembnosti dejavnikov v parnih primerjavah. Namesto enoličnih vektorjev so tako dobljena zaprta dopustna območja prioritet kriterijev in alternativ. Dvoumnost intervalnih izjav odraža razhajanje mnenj odločevalcev ali subjektivno negotovost v njihovih presojah. Pri iskanju konsenza ima celotna skupina vpogled v vse intervale, s čimer je doseženo usmerjanje in prilagajanje. Praviloma so začetni intervali ocen preširoki, vendar pa se z iterativno revizijo postopoma ožijo. Alternativa sme biti izbrana šele, ko se njen interval, dobljen z agregacijo območij prioritet odločevalcev, pomakne strogo nad zgornje meje agregiranih intervalov vseh ostalih alternativ. Oddaljenost od konsenza meri

indeks dvoumnosti. Njegova vrednost je tem nižja, bolj kot so v smislu skladnosti intervalov poenotene presoje različnih odločevalcev.

S sistemi za podporo elektronskim pogajanjem odločevalci zgradijo formalne modele lastnih presoj. Vetschera (2007) je opravil študijo, s katero je ugotavljal, ali se presoje, vsebovane v takšnih modelih, resnično odražajo v obnašanju pogajalcev in v rezultatih pogajanj. Empirični rezultati raziskave so pokazali, da se elementi pogajalskega obnašanja, kot so višine začetnih ponudb in stopnje popuščanja, močno prekrivajo z individualnimi presojami. Podobno velja za strukturo kompromisa, medtem ko naj bi bil vpliv osebnih preferenc na doseganje soglasja precej šibek.

Raziskava je upoštevala tri temeljne faze pogajanja – podajanje začetnih ponudb, popuščanje in prilagajanje skozi pogajalski proces ter sprejem končnega kompromisa. Osredotočila se je na aditivno večatributno funkcijo koristnosti, pri čemer so bile individualne presoje izražene z utežmi ter z oblikami in monotonostjo delnih funkcij koristnosti. Atributi, glede na katere je nekaj čez 3000 udeležencev raziskave med leti 1996 in 2004 prek svetovnega spleta podajalo presoje, so bili predvideni vnaprej. Testirana so bila le bilateralna pogajanja med prodajalcem in kupcem, ki so lahko trajala do tri tedne. Če je bilo v posameznem krogu izmenjave ponudb, ponazorjenih z vrednostmi vseh atributov, ugotovljeno, da kompromis ni Pareto optimalen, je sistem prikazal dominirane in dominirajoče alternative ter sprožil naslednji krog pogajanja.

Raziskava je testirala šest hipotez, od katerih so se tri nanašale na obnašanje med pogajanjem, preostale pa na rezultate le-tega. Metrični podatki o pogajalskem procesu so bili pridobljeni na osnovi zgodovine ponudb, ki jo je beležil sistem, in prek zaprtega vprašalnika, ki ga je pred zaključkom sodelovanja izpolnil vsak udeleženec. Za obdelavo sta bili uporabljeni univariatna in bivariatna statistika.

Isti avtor (Vetschera, 2005) je proučil tudi učinkovitost metod, ki vrednotijo vzorce obnašanja pogajalcev brez obravnave njihovih funkcij koristnosti. Ugotovil je, da so zmožnosti takšnih metod omejene in da ukrepanje na podlagi opazovanega obnašanja v postopku pogajanja ne more izboljšati skladnosti z individualnimi koristnostmi. Po drugi strani pa naj bi bila bistvena težava izvabljanja funkcij koristnosti v empiričnih študijah sistemov za podporo pogajanjem pojav nezaželenega poseganja v ravnanje eksperimentalnih subjektov.

Liginlal in Ow (2006) sta s ciljem analize odnosa odločevalcev do tveganja aplicirala mehke metrike, vezane na informacije o skladnosti in vetu. Kot metodo agregacije preferenc članov skupine sta uporabila Choquetov integral. Ren in Anumba (2002) sta ugotovila, da je učenje integralni del vsakega pogajalskega mehanizma. Zmožnost učenja naj bi izboljšala pogajalsko moč agentov in pospešila konvergenco njihovih preferenc. Peniwati (2007) je vpeljal ogrodje za vrednotenje skupinskih odločitvenih metod, ki združuje množico kriterijev, upoštevanih v številnih predhodnih raziskavah. Shematizacija je bila mišljena predvsem kot izhodišče in naj bi dopuščala možnost dodajanja novih kriterijev in prilagajanja uteži. Dejansko ovrednotenje metod pa ni bilo opravljeno.

Gao idr. (2007) so vzpostavili sistem, v sklopu katerega je 12 agentov različnih zadolžitev sodelovalo z namenom podpore pri osebem odločanju. Opravili so raziskavo, v kateri je 62 študentov odgovarjalo na vprašanja zaprtega tipa. Ugotovili so, da je agentno zasnovan sistem zagotovil večjo učinkovitost odločanja v smislu razumljivosti in optimalnosti rešitve, števila upoštevanih kriterijev in alternativ ter subjektivnega zadovoljstva z odločitvijo.

3 Metodološke rešitve

Izhodišče za disertacijo predstavlja metoda iskanja skupinskega konsenza na osnovi koncepta psevdokriterija in lokaliziranega dvokategorijskega sortiranja alternativ, ki je bila definirana v sklopu predhodnega magistrskega dela (Bregar, 2002). Ta metoda mora biti izpopolnjena z uporabnimi metrikami robustnosti, nadgrajena v smislu avtomatiziranih večagentnih pogajanj in ovrednotena z upoštevanjem celovitega formalnega eksperimentalnega modela. Zato so v pričujočem poglavju vpeljane ustrezne teoretične rešitve, ki so bile predstavljene tudi že širši strokovni javnosti na več simpozijih (Bregar, 2003; Bregar, 2005b; Bregar in Györkös, 2003; Bregar idr., 2007a; Bregar idr., 2007b) in v dveh mednarodnih znanstvenih revijah, od katerih ima ena faktor vpliva (Bregar idr., 2003; Bregar idr., 2008a).

3.1 Postopek iskanja skupinskega konsenza

Vpeljani postopek upošteva naslednja dejstva:

- v skupinskem odločanju imajo vlogo vsi parametri in ne samo kriterijske uteži;
- sprejeta odločitev mora predstavljati konsenz ali zadovoljiv kompromis in ne izbire »navidezno najboljše« alternative, dobljene na osnovi povprečnih vrednosti, ki niso nujno skladne z željami kateregakoli člana skupine;
- znana mora biti dosežena stopnja konsenza;
- zaželeno je, da so člani skupine čim bolj enakopravni.

Povsem razumna predpostavka je, da obstajajo med začetnimi specifikacijami preferenc posameznikov občutna razhajanja, ki se utegnejo tekom diskusije in matematične analize še povečati. Potemtakem je doseganje sporazuma o podmnožici sprejemljivih alternativ težavna naloga, ki je ni mogoče udejanjiti v trenutku, temveč zahteva vztrajno, postopno, iterativno poglobljanje razumevanja problemske situacije in prilagajanje osebnega mišljenja z namenom delnega podrejanja drugim ljudem. Ključnega pomena za zagotavljanje konvergence mnenj k poenotenim individualnim izbiram je mehanizem aktivnega usmerjanja h konsenzu. Le-ta

mora biti sposoben povedati odločevalcu, kako naj spremeni svoje preferenčne parametre, da se bodo karseda ujemali s preferencami skupine (Herrera-Viedma idr., 2002).

3.1.1 Dvokategorijsko sortiranje alternativ

Doseganje konsenza z usklajevanjem mnenj zahteva visoko stopnjo prilagodljivosti modela in primerljivosti rezultatov posameznikov. Zagotovi jo problemski tip sortiranja alternativ, to je uvrščanja le-teh v urejene, vnaprej poznane kategorije ali razrede (Zopounidis in Doumpos, 2002). V nasprotju s sicer bolj običajnim razvrščanjem, pri katerem je potrebno obravnavati $m \cdot (m - 1)$ parnih primerjav med alternativami, zadošča le m podatkov o prireditvah variant kategorijam. A sortiranje samo po sebi še ni dovolj za izpolnjevanje obeh podanih pogojev. Zato je vpeljan princip lokalizacije. Globalni problem uvrščanja v $p + 1$ razredov, razmejenih s p profili – n -tericami referenčnih vrednosti na domenah kriterijev – je reduciran v problem razporejanja v le dve kategoriji – pozitivno C^+ , kateri so prirejene sprejemljive alternative, in negativno C^- , kateri pripadajo neustrezne alternative. Iz tega izvirajo naslednje prednosti:

- Ker je potrebno za vsak profil glede na posamezen vidik vrednotenja variant podati štiri parametre – referenčno vrednost ter pragove indifferenice, preference in veto, je namesto $4 \cdot p \cdot n$ vnesenih $4 \cdot n$ vhodnih podatkov. S tem je zmanjšano občutno, morda celo nedopustno informacijsko breme človeka.
- Človek se zaradi časovnih rokov in miselnih obremenitev le s težavo osredotoči na prilagajanje p profilov. Posledično težko ugotovi, kako posamezni profili vplivajo na ocenitev alternativ. Kadar vso pozornost osredotoči na en sam referenčni vektor, pa je sposoben enostavnega in učinkovitega iterativnega spreminjanja njegovih kriterijskih komponent. Z dviganjem in popuščanjem zahtev tako po potrebi širi ali oži pozitivno množico C^+ in opazuje, kakšen je vpliv postavljenih osebnih norm na selekcijo. Tedaj pogloblja razumevanje problema, modela ter prednosti in slabosti posameznih variant.
- Zaradi manjše razpršitve alternativ po razredih je povečana primerljivost rezultatov individualnih odločevalcev.
- Lažje je usklajevanje in poenotenje preferenc članov skupine zaradi manjšega števila zahtevanih parametrov.

Pogoj za udejanjenje principa lokalizacije problema je preprečitev relacije neprimerljivosti, do katere pride, kadar da alternativa a_i pri vsaj enem kriteriju veto profilu b , ki ločuje pozitivno

in negativno kategorijo, ter sočasno profil glede na vsaj enega od preostalih kriterijev veto alternativni. Takrat ni a_i niti boljša niti slabša od b , zaradi česar ni možno nedvoumno trditi, da se nahaja bodisi v C^+ bodisi v C^- . Posledično njena pripadnost ni določena.

Rešitev odpravljanja neprimerljivosti leži v nesimetrični obravnavi učinka veta, ki izvira iz eksplicitno upoštevanega primarnega zornega kota logičnega ovrednotenja resničnosti predpostavljene uvrstitve alternative v kategorijo C^+ . Ta fiksirani zorni kot implicitno določa komplementarno logično ovrednotenje, vezano na vidik resničnosti pripadnosti alternative razredu C^- . Ali z matematičnim zapisom: $a_i \in C^+ \Rightarrow a_i \notin C^-$ in $a_i \notin C^+ \Rightarrow a_i \in C^-$. Gre torej za izključno pozitivni vidik gledanja na uvrstitev variante. V smislu zadostitve odločevalčevih preferenčnih zahtev je zanimivo zgolj, ali je le-ta primerna za C^+ , in ne, ali je primerna za C^- . Pristop je povsem združljiv z Booleanovo logiko, pri kateri prav tako obstajata dva protipola; eksplicitno je potrebno preveriti enega, drugi je implicitno določen z njegovo negacijo.

Nesimetrija v praksi pomeni, da lahko profil z vetom izloči alternativo iz pozitivne kategorije, po drugi strani pa alternativa ne more dati veta profilu, saj ni na ta način niti potrjena njena pripadnost C^+ niti preprečena uvrstitev v C^- . Toda prednosti in slabosti, merjene glede na pragova indifferenice in preference, morajo biti zaradi soočanja z nenatančnostjo, negotovostjo in nedoločenostjo, nadomeščanja pomanjkljivosti ter nezmožnosti dojemanja majhnih razlik kompenzirane. Zato so obravnavane simetrično in zato je interpretacija kriterijskih informacij, ki sodelujejo pri potrditvi izjave »alternativa a_i je dovolj dobra za uvrstitev v kategorijo C^+ «, simetrično-nesimetrična. To pa naposled privede do pravila za ovrednotenje variante. Le-ta je primerjana s kriterijskimi referenčnimi vrednostmi profila $g_j(b)$. Razredu C^+ je prirejena, če je možno vse njene majhne slabosti, ki so pogojene s pragovoma indifferenice q_j in preference p_j , kompenzirati s prednostmi in če nobena slabost ne presega nekompenzacijske meje tolerance, izražene s pragovoma nesoglasja u_j in veta v_j .

Prag nesoglasja u_j je uveden, ker ni nujno, da točka, kjer postane prednost očitna, sovпада s spodnjo mejo nesprejemljivosti, kot je slučaj pri metodah iz družine ELECTRE (Mousseau in Dias, 2003). Te metode se izogibajo šibkemu učinku veta, tako da upoštevajo le podmnožico indeksov nesoglasja, ki presežejo skupno stopnjo skladnosti. Posledično povzročijo, da je veto implicitno odvisen od koncepta skladnosti in ga odločevalec ne more neposredno nadzirati.

Naj bo $s_j(a_i, b)$ stopnja prednosti a_i pred b in $s_j(b, a_i)$ stopnja prednosti b pred a_i z ozirom na j -ti kriterij. Ti stopnji sta izračunani glede na pragova indifferenice in preference:

$$s_j(a_i, b) = \max(\min((g_j(a_i) - g_j(b) - q_j)/(p_j - q_j), 1), 0),$$

$$s_j(b, a_i) = \max(\min((g_j(b) - g_j(a_i) - q_j)/(p_j - q_j), 1), 0).$$

Stopnja skladnosti s trditvijo »alternativa a_i pripada kategoriji C^+ glede na kriterij x_j « je sedaj dobljena z naslednjim operatorjem:

$$c_j(a_i) = \frac{1}{2} \cdot (s_j(a_i, b) + (1 - s_j(b, a_i))).$$

Ker so vsi operandi definirani na intervalu $[0, 1]$ in ker velja neenakost:

$$\min(s_j(a_i, b), 1 - s_j(b, a_i)) \leq c_j(a_i) \leq \max(s_j(a_i, b), 1 - s_j(b, a_i)),$$

ima $c_j(a_i)$ lastnosti mehkega operatorja povprečja (Klir in Yuan, 1995; Zimmermann, 1996). Jasno je, da morajo biti z namenom nadomeščanja majhnih slabosti indeksi $c_j(a_i)$, $j = 1, \dots, n$, združeni. Pri tem so kompenzacijska razmerja podana z utežmi pomembnosti kriterijev w_j :

$$c(a_i) = \sum_{j=1..n} w_j \cdot c_j(a_i), \text{ kjer je } \sum_{j=1..n} w_j = 1.$$

Na podlagi predlagane semantike in v nasprotju z metodami iz družine ELECTRE je namesto dveh indeksov nesoglasja za posamezen kriterij izračunan samo en takšen indeks $d_j(a_i)$. Le-ta odraža nenadomestljivo, nepreklicno kriterijsko stopnjo veta, ki jo prejme a_i :

$$d_j(a_i) = \max(\min((g_j(b) - g_j(a_i) - u_j)/(v_j - u_j), 1), 0).$$

Nesoglasje s trditvijo » a_i pripada C^+ « vrne eden od dveh možnih operatorjev:

$$\tilde{d}'(a_i) = \prod_{j=1..n} (1 - d_j(a_i)),$$

$$\tilde{d}''(a_i) = 1 - d(a_i), \text{ kjer je } d(a_i) = \max_{j=1..n} d_j(a_i).$$

Prvi operator upošteva vpliv veta vseh kriterijev, operator mehke unije pa se omeji na en sam kriterij. Veto, ki ga dobi alternativa a_i in je merodajen za njeno pripadnost kategorijama C^- ali C^+ , je tedaj enak največjemu kriterijskemu vetu. Ali drugače: varianta ne more biti izločena iz C^+ z večjo zanesljivostjo, kakor je izločena pri najslabšem kriteriju.

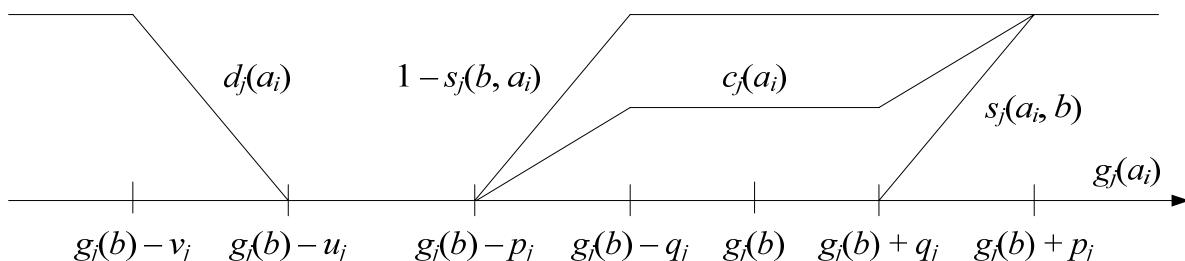
Indeks $\tilde{d}(a_i)$ zavoljo absolutnega, nenadomestljivega značaja ne rabi biti združen z indeksom $c(a_i)$, vendar je to običajno storjeno:

$$\sigma(a_i) = c(a_i) \cdot \tilde{d}(a_i), \text{ tako da je } \tilde{d}(a_i) = \tilde{d}'(a_i) \text{ or } \tilde{d}(a_i) = \tilde{d}''(a_i).$$

Indeksi $\sigma(a_i)$ zavzemajo vrednosti iz intervala $[0, 1]$ in morajo biti izostreni z λ -rezom, kjer je $\lambda \in [0.5, 1]$. Zgornji podinterval je izbran, ker pomeni 0.5 popolno enakovrednost alternative in profila. Torej velja:

$$a_i \in C^+ \Leftrightarrow \sigma(a_i) \geq \lambda, \text{ pri čemer je } \lambda \in [0.5, 1].$$

Zaradi vpeljane pozitivne semantike in definicije indeksa $c_j(a_i)$, ki kombinira indeksa $s_j(a_i, b)$ ter $s_j(b, a_i)$, ni potrebno posebej preveriti, ali je alternativa član negativne kategorije. S tem je preprečen logični nesmisel, ki se lahko po Bisdorffovem (2000) mnenju pojavi pri klasičnih metodah na osnovi psevdokriterija in prednostne relacije. Slika 3.1 ponazarja enokriterijske indekse skladnosti in nesoglasja, ki nastopajo pri logičnem ovrednotenju izjave »alternativa a_i pripada kategoriji C^+ «.



Slika 3.1: Enokriterijske stopnje skladnosti in nesoglasja z izjavo » a_i pripada C^+ «

3.1.2 Stopnje kompromisa, konsenza in strinjanja

Dvokategorijsko sortiranje zagotovi kompromis na zelo preprost način. Sprejemljiva varianta namreč pripada pozitivnemu razredu, s čimer prejme en glas. Ker operirajo člani skupine z isto množico variant, so lahko glasovi sešteti. Naj bo o število odločevalcev in C_k^+ množica alternativ, ki jih odobrava k -ti posameznik. Potem je seštevek glasov za i -to alternativo:

$$v_i = \text{card} (a_i \in C_k^+, k = 1, \dots, o).$$

Sedaj so lahko alternative razvrščene od najbolj zaželene, za katero velja $v_i = \max_{l=1..m} v_l$, do tiste, ki prejme najmanj glasov – $v_j = \min_{l=1..m} v_l$. Na ta način je jasno razvidno, koliko udeležencev postopka se strinja s posamezno izbiro, in ne more se zgoditi, da bi bila sprejeta rešitev, katere ne bi podpirala večina prisotnih ljudi.

Ker omogoča lokalizacija problema z delitvijo alternativ v dve izključujoči se kategoriji visoko primerljivost rezultatov posameznikov, je metriko konsenza enostavno definirati. Naj bo z_i stopnja konsenza za i -to alternativo. Potem je $z_i = 0$, če uvrsti natanko polovica odločevalcev varianto a_i v razred C^+ in druga polovica v C^- . V tem primeru je namreč razhajanje največje, zaradi česar nastopi popolna neodločenost glede ustreznosti izbire a_i . Nasprotno je $z_i = 1$, kadar razporedijo vsi udeleženci a_i v isto kategorijo. Tedaj je skupina povsem poenotena. Pri neparnem številu odločevalcev je i -ta delna stopnja konsenza z_i vedno večja od 0, saj v najbolj neugodnem slučaju $\rho = \lfloor o/2 \rfloor$ članov priredi varianto a_i eni in preostalih $\rho + 1$ članov drugi kategoriji, kar pomeni, da je ena »stran« v rahli prevladi. Naj določata spremenljivki $v_i^+ = v_i$ in $v_i^- = o - v_i$ število uvrstitev a_i v C^+ oziroma v C^- . Potem je stopnja konsenza, dosežena glede na alternativo a_i , izračunana z naslednjo enačbo:

$$z_i = \frac{v_i - \rho}{o - \rho}, \text{ pri čemer je } v_i = \max(v_i^+, v_i^-).$$

Skupna stopnja konsenza mora zagotavljati kompenzacijo, hkrati pa mora upoštevati tudi najšibkejši člen. Iz tega razloga je dobljena s funkcijskim predpisom, ki združuje operatorja povprečja ter mehkega preseka (Zimmermann, 1996):

$$Z = \gamma \cdot \min_{i=1..m} z_i + (1 - \gamma) \cdot \frac{\sum_{i=1..m} z_i}{m}, \gamma \in [0, 1].$$

Za mehanizem aktivnega usmerjanja človekovih preferenc v iterativnem procesu iskanja skupinskega konsenza pa je pomembna še ena metrika, in sicer stopnja strinjanja ζ_i^k . Le-ta pove, kolikšno je ujemanje med kategorijo, ki jo je alternativni a_i dodelil k -ti odločevalec, in mnenji o dodelitvi kategorije isti (i -ti) alternativni, ki so jih izrazili preostali udeleženci. Če uvrsti k -ti odločevalec varianto a_i v enak razred kot vsi drugi člani skupine, se povsem strinja z večinskim mišljenjem. Tedaj je $\zeta_i^k = 1$. Nasprotno je $\zeta_i^k = 0$, če je glede na podane vhodne parametre k -tega posameznika a_i razporejena v kategorijo, ki ni skladna s preferencami kogarkoli drugega, kajti ta odločevalec edini nasprotuje kolektivni oceni. Čim več ljudi

torej priredi neki alternativni isto kategorijo, kot jo priredi posameznik, tem višja stopnja strinjanja je s stališča tega posameznika dosežena:

$$\zeta_i^k = \begin{cases} \frac{v_i^+ - 1}{o - 1} & , a_i \in C_k^+ \\ \frac{v_i^- - 1}{o - 1} & , a_i \in C_k^- . \end{cases}$$

Skupna stopnja strinjanja ζ^k je izračunana z istim funkcijskim predpisom kot skupna stopnja konsenza. Parameter γ , ki združuje povprečje in mehki presek, je ponavadi postavljen na 0.5.

Značilnost vpeljanih metrik konsenza in strinjanja je, da vzpodbujata konvergenco alternativ, ki imajo na začetku odločitvenega postopka več kot $o/2$ glasov, proti zgornji meji o glasov, ki pomeni popolno soglasje odločevalcev o uvrstitvi v kategorijo C^+ , in konvergenco alternativ, ki imajo na začetku manj kakor $o/2$ glasov, proti spodnji meji 0 glasov oziroma poenotenosti glede uvrstitve v kategorijo C^- . Čeprav je takšen princip učinkovit v večini situacij, obstajata dva primera, v katerih se ne obnese:

1. Kadar začetna stopnja kompromisa mnogih alternativ presega $o/2$, se utegnejo za vse te alternative odločevalci zediniti, da pripadajo kategoriji C^+ . To znatno otežuje izbiro najboljše alternative, saj jih je veliko obravnavanih kot povsem ustreznih.
2. Kadar začetna stopnja kompromisa niti ene alternative ne dosega $o/2$, postanejo člani odločitvene skupine soglasni glede njihove neustreznosti. Nedvoumna uvrstitev vseh alternativ v kategorijo C^- pa popolnoma onemogoči izbiro tiste, ki bi bila primerna za implementacijo.

Iz navedenih razlogov je definiran komplementarni kriterij konvergence. Le-ta ni mišljen kot nadomestilo osnovnemu, temveč ga lahko odločevalci po lastni presoji uporabijo, če se jim to zdi smiselno. Po tem kriteriju konvergira proti soglasni uvrstitvi v kategorijo C^+ le najboljša alternativa ali nekaj najboljših alternativ, ki prekoračijo postavljena pragova kompromisa in robustnosti. Vse ostale alternative konvergirajo proti enotni klasifikaciji v kategorijo C^- . Da bi bilo to doseženo, morata imeti metriki konsenza in strinjanja naslednjo obliko:

$$z_i = \begin{cases} v_i^+ / o & , a_i \in C_k^+ \\ v_i^- / o & , a_i \in C_k^- , \end{cases}$$

$$\zeta_i^k = \begin{cases} 1 & , a_i \in C_k^+ \\ 0 & , a_i \in C_k^- . \end{cases}$$

Nekaj raziskovalcev zagovarja dodelitev različnih vplivov različnim članom skupine, saj naj bi imeli določeni posamezniki odgovornost in pravico implementirati odločitev (Jabeur idr., 2004; Leyva-López in Fernández-González, 2003; Zhang in Lu, 2003). V tem primeru so pripisane odločevalcem uteži ω_k , $k=1, \dots, o$, skladno s katerimi so na novo definirane metrike kompromisa, konsenza in strinjanja:

$$v_i = \frac{\sum_{k \in E} \omega_k}{\sum_{k=1..o} \omega_k}, \text{ kjer je } E = \{\forall k=1, \dots, o : a_i \in C_k^+\},$$

$$z_i = 2 \cdot (v_i - 1/2), \text{ kjer je } v_i = \max(v_i, 1 - v_i),$$

$$\zeta_i^k = \frac{\omega_k + \sum_{l \in F} \omega_l}{\sum_{l=1..o} \omega_l}, \text{ kjer je } F = \left\{ \forall l=1, \dots, o, l \neq k : \right. \\ \left. (a_i \in C_k^+ \wedge a_i \in C_l^+) \vee (a_i \in C_k^- \wedge a_i \in C_l^-) \right\}.$$

Edina bistvena razlika od demokratičnih definicij se nanaša na stopnjo strinjanja. Ta je vedno večja od 0, ker je predpostavljeno, da se odločevalec strinja s samim seboj. Če je namreč v skupini prisoten avtokratičen posameznik, ki nasprotuje ostalim članom skupine, odločitveni sistem od njega v splošnem ne sme zahtevati, da se kot prvi podredi mnenjem tovarišev. In če ne bi bila upoštevana njegova utež, bi se zgodilo prav to.

3.1.3 Mehanizem iskanja konsenza

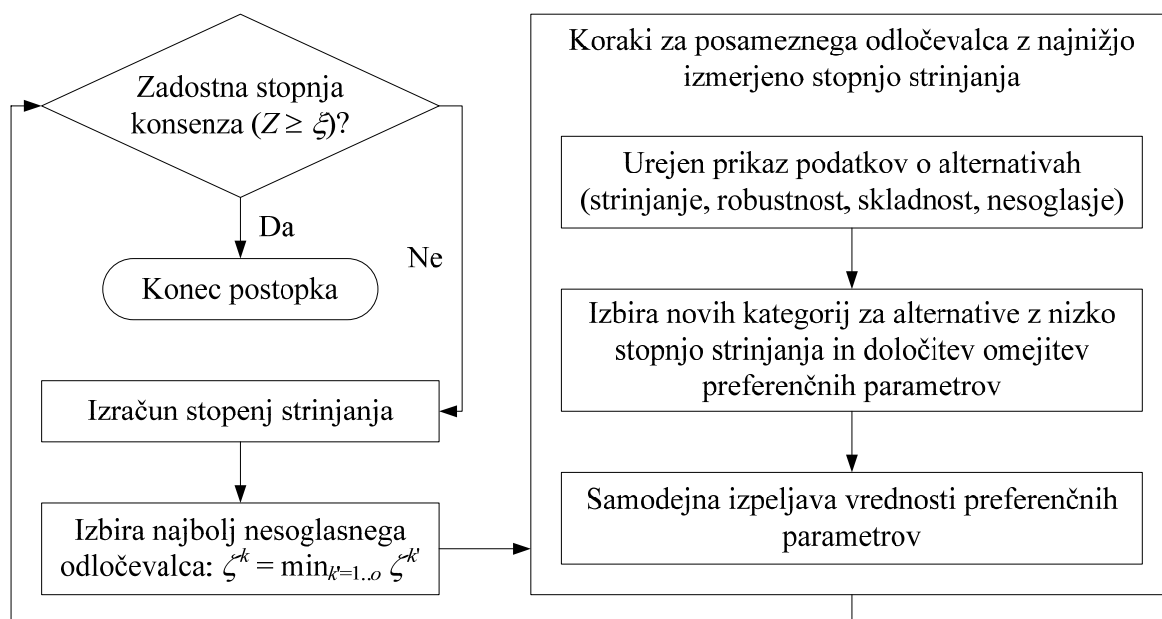
Aktivni mehanizem usmerjanja članov skupine k poenotenju mnenj temelji na zviševanju stopnje konsenza Z , to je na konvergenci vrednosti, izpeljanih z zaporednimi agregacijami indeksov z_i , $i=1, \dots, m$, proti postavljenemu pragu sprejemljivosti ξ . Na prvi pogled se zdi pri tem bistvena zagotovitev povišanja indeksov z_i za tiste alternative, katerih stopnja konsenza je nizka ($z_i \approx 0$). Kajti gre za alternative s povsem nedorečenim statusom. Ni jih mogoče z zanesljivostjo uvrstiti niti v pozitivno niti v negativno kategorijo, saj ne obstaja prevladujoča večina udeležencev postopka, ki bi imela zadostno moč potrditi ali ovreči ustreznost njihove izbire. Toda (skoraj) popolna neodločenost preprečuje učinkovito svetovanje posameznikom glede prilagajanja vhodnih preferenčnih parametrov. Prilagajanje namreč zahteva zamenjavo dodeljenih kategorij. In v katero smer naj se sprememba izvrši, če polovica odločevalcev uvrsti a_i v kategorijo C^+ ter druga polovica v C^- ? Zato je problem obravnavan iz obratne strani. Predpostavljeno je, da je najenostavneje in najverodostojneje zvišati stopnjo konsenza

tistih alternativ, ki imajo to stopnjo že precej visoko, vendar nižjo od 1. Za ta pristop veljata naslednji dejstvi:

- Jasno je, h kateri kategoriji se pri ocenitvi alternative z visoko stopnjo konsenza nagiba skupinsko mišljenje. Zato je upravičeno zahtevati spremembo kategorije od tistih nekaj posameznikov, ki temu mnenju nasprotujejo, saj so v absolutni, nevplivni manjšini.
- Skupina se najprej osredotoči na alternative, do katerih imajo njeni člani dokaj enoten odnos. Tako je hitro poiskan skupen jezik glede izrazito dobrih variant, ki praviloma zadoščajo za učinkovito odločitev. »Mejne« alternative so prihranjene za konec in v mnogih primerih niti ne rabijo biti obravnavane.

Postopek iskanja konsenza je razviden iz slike 3.2. Poiskan je odločevalec z najnižjo stopnjo strinjanja, kajti ta posameznik je v najmočnejšem nasprotju s preostalimi člani skupine, zaradi česar najizraziteje vpliva na prešibko stopnjo konsenza Z . Ta posameznik mora prilagoditi svoje preferenčne parametre do te mere, da prevzame nekdo drug vlogo najbolj nesoglasnega člana skupine. Ker je »na potezi« udeleženec z najnižjim izračunanim indeksom strinjanja, je doseženo dvoje:

- vrednosti ζ^k se nenehno dvigujejo, kar zagotovi konvergenco Z k pragu ξ ,
- odločevalci so popolnoma enakopravni, saj je edino merilo prilagajanja, upoštevano v vsaki iteraciji, odmik od kolektivnega mnenja, ta pa je lahko največji pri komerkoli.



Slika 3.2: Postopek iskanja skupinskega konsenza

Smiselno je, da odločevalec spremeni kategorijo tisti alternativni, katere indeks ζ_i^k je nizek in katere klasifikacija ni robustna. V nasprotnem primeru je bodisi že dosežen zadosten nivo strinjanja glede ustreznosti izbire variante bodisi je posameznikovo mnenje, ki je izraženo s parametri modela, tako trdno izoblikovano, da ni potrebno podrejanje skupini, četudi je nesoglasje z njo občutno. Zato mora odločitveni sistem prikazati udeležencu postopka vse indekse ζ_i^k , razvrščene od najnižjega do najvišjega, zraven pa za pripadajoče variante a_i tudi podatke o njihovi občutljivosti. Ti podatki omogočijo ročno določitev alternativ, podvrženih prerazporeditvi. Neizogibno je namreč, da ima posameznik priložnost zavrniti predlagano zamenjavo kategorije; kadar je prepričan v svoj prav, lahko z vztrajanjem pri lastni izbiri vzpodbudi preostale člane skupine, da dodatno premislijo o problemu, osvetlijo razumevanje še iz kakšnega zornega kota in upoštevajo pomembna dejstva, ki so jih morda spregledali.

Denimo, da odločevalec specificira, katerim nerobustnim alternativam z nizko stopnjo ζ_i^k je pripravljen dodeliti drugo kategorijo:

$$a_i \in C_k^+ \rightarrow a_i \in \tilde{C}_k^- \text{ ali } a_i \in C_k^- \rightarrow a_i \in \tilde{C}_k^+.$$

S C_k^+ in C_k^- sta označeni izvorni ter s $\tilde{C}_k^+$ in $\tilde{C}_k^-$ novi kategoriji. Sedaj so lahko samodejno izpeljane vrednosti parametrov odločitvenega modela – referenčne vrednosti profila $g_j(b)$, pragovi q_j , p_j , u_j in v_j ter uteži w_j – za vsakega od n kriterijev, tako da so doseženi zahtevani prehodi $C_k^+ \rightarrow \tilde{C}_k^-$ in/ali $C_k^- \rightarrow \tilde{C}_k^+$ za izbrane alternative $a_i \in A$ ter da so hkrati ohranjene uvrstitve ostalih alternativ. Prilagoditev parametrov praviloma poteka v dveh ločenih fazah – razrešitve relacij veta in spremembe stopenj skladnosti $c(a_i)$.

Najprej so poiskane variante, za katere velja: $a_i \in C_k^- \rightarrow a_i \in \tilde{C}_k^+$ in $d(a_i) > 0$. Pogoj za njihovo prireditev pozitivni kategoriji je popustitev pragov u_j in v_j za vse tiste kriterije, pri katerih nastopi vsaj šibki veto, to je neenakost $g_j(a_i) < g_j(b) - u_j$. Odstranitev vpliva veta pa ni nujno dovolj za menjavo kategorije. V kolikor je alternativa še vedno element podmnožice C_k^- , je potrebno poskrbeti tudi za dvig indeksa $c(a_i)$, kar je doseženo bodisi s prerazporeditvijo uteži w_j bodisi z zvišanjem indeksov $s_j(a_i, b)$ ali znižanjem indeksov $s_j(b, a_i)$. Analogne spremembe, le da v obratni smeri, privedejo do menjave razreda C_k^+ s $\tilde{C}_k^-$. Problem določitve parametrov na osnovi klasificiranih alternativ je rešen z optimizacijskim matematičnim programom:

maksimiziraj $\min \{\tau_i^+, \tau_i^-\}_{i=1..m}$

glede na

$$\sigma(a_i) - \tau_i^+ = \lambda, \forall a_i \in \tilde{C}_k^+,$$

$$\sigma(a_i) + \tau_i^- = \lambda, \forall a_i \in \tilde{C}_k^-,$$

$$0 \leq q_j \leq p_j \leq u_j \leq v_j \leq b_j - D_j^-, \forall j = 1, \dots, n,$$

$$lw_j \leq w_j \leq uw_j, \forall j = 1, \dots, n,$$

$$\sum_{j=1..n} w_j = 1,$$

$$\lambda \in [0.5, 1].$$

Program je zaradi oblike funkcij $s_j(a_i, b)$ in $s_j(b, a_i)$ nelinearen. Predpostavljeno je, da se kategorija zamenja pri $\sigma(a_i) = \lambda$. Spremenljivka τ_i^+ oziroma τ_i^- mora biti pozitivna ali vsaj enaka 0, da zagotovi uvrstitev alternative v ustrezno kategorijo. Jasno je, da igrajo pri ugodno ocenjenih alternativah vlogo le spremenljivke τ_i^+ , pri negativno ocenjenih pa τ_i^- . Program maksimizira najnižjo od doseženih relevantnih vrednosti τ_i^+ in τ_i^- . S tem zagotovi robustnost razporeditve alternativ. Če robustnost ni pogoj, sme biti uporabljena tudi drugačna ciljna funkcija, recimo takšna, ki poskrbi za najmanjše razhajanje med izvornimi in izpeljanimi vrednostmi parametrov. Kadar obstaja a_i , da je $\tau_i^+ < 0$ ali $\tau_i^- < 0$, problem ni rešljiv. Tedaj je nujno opraviti drugačno delitev množice A v $\tilde{C}_k^+$ in $\tilde{C}_k^-$. Seveda so kategorije alternativ, ki jih ni mogoče presortirati, pri novi delitvi samodejno ohranjene.

Ker so kriteriji tako glede vpliva skladnosti kot nesoglasja medsebojno neodvisni, je možno kompleksnost optimizacije na podlagi klasificiranih alternativ nekoliko zmanjšati. Vrednosti preferenčnih parametrov so izpeljane za vsak kriterij posebej. Združitev lokalnih optimumov, pri katerih so stopnje skladnosti in nesoglasja alternativ glede na množico $n-1$ neaktivnih kriterijev obravnavane kot konstante, vselej privede do globalnega optimuma.

Za zagotovitev verodostojnih rezultatov, izpeljanih z optimizacijskim programom, je smotno, da odločevalec poda še dodatne omejitve za parametre modela, recimo intervale sprejemljivih uteži. Na ta način je preprečeno spreminjanje preferenčnih informacij, ki so v skladu s pogledi posameznika. Čeprav je aktivno nakazano, katerih alternativ le-ta ni ustrezno ovrednotil, je presoja o prerazporeditvi še vedno na njegovih ramenih. Zato je nujno izmeriti robustnost, ki pove, ali je prireditev drugemu razredu potrebna/smiselna ali ne.

3.2 Metrike robustnosti odločitve

Analiza občutljivosti/robustnosti je eden ključnih konceptov področja večkriterijske podpore odločanju (Saltelli idr., 1999). Vpeljanih je bilo veliko pristopov k njej (Vincke, 1999). Ker pa so le-ti vezani na specifične obstoječe odločitvene metode, je potrebna izvirna tehnika analize robustnosti, ki omogoča povsem avtomatizirano iskanje skupinskega konsenza in večagentna pogajanja na osnovi psevdokriterija.

Definirani so trije tipi metrik razdalje, ki odražajo minimalne spremembe vektorjev uteži, veta in preference, katere povzročijo prireditve alternative drugi, sosednji kategoriji. Kadar je ob upoštevanju alternative a_i katerakoli od teh mer nizka, članstvo a_i ni robustno, saj privede le majhno razhajanje v presojah do drugačne odločitve. Zato se morajo odločevalci osredotočiti predvsem na mejne alternative in razjasniti razloge za njihovo izbiro. V kolikor je odločitveni postopek popolnoma avtomatiziran z večagentno arhitekturo, pa postane interpretacija stopenj robustnosti temeljni predpogoj za konvergenco. Samo na ta način je namreč možno pravilno prilagoditi preferenčne parametre in posledično povečati stopnjo konsenza kakor tudi pričeti novo iteracijo.

Najpreprostejša naloga je iskanje najmanjše spremembe vektorja uteži $w = (w_1, \dots, w_n)$, zaradi katere pride do prerazporeditve variante v drugo kategorijo, tako da velja: $a_i \in C_k^+ \rightarrow a_i \in \tilde{C}_k^-$ ali $a_i \in C_k^- \rightarrow a_i \in \tilde{C}_k^+$. Problem je rešen z optimizacijskim programom:

$$\Delta_w(a_i) = \min \left[\sum_{j=1..n} \left(w_j - \tilde{w}_j \right)^P / \Delta_w^{\max} \right]^{1/P}$$

z izpeljavo

$$w_j, \forall j = 1, \dots, n$$

glede na

$$\sigma(a_i) = d(a_i) \cdot \left(\sum_{j=1..n} w_j \cdot c_j(a_i) \right) = \lambda,$$

$$\sum_{j=1..n} w_j = 1,$$

$$lw_j \leq w_j \leq uw_j, \forall j = 1, \dots, n,$$

pri čemer so $\tilde{w}_j$ obstoječe in w_j na novo izpeljane uteži, lw_j in uw_j pa so spodnje in zgornje meje dovoljenih intervalov uteži. Vrednost parametra P , kjer je $1 \leq P \leq \infty$, pove, katera od metrik razdalje je uporabljena. Zaradi najlažje interpretacije sta najpogosteje aplicirani metriki norma Manhattan (L_1), ki podaja pravokotno razdaljo med dvema vektorjema, in Evklidova

norma (L_2), ki podaja razdaljo po hipotenuzi pravokotnega trikotnika. Dobljena razdalja je normalizirana glede na maksimalno možno spremembo vektorja uteži $\Delta_w^{\max}$. V primeru, kadar lahko vsaka utež zavzame katerokoli vrednost iz intervala med 0 in 1 ($\forall j: dw_j = uw_j - lw_j = 1$), rezultira sprememba vektorja v največji razdalji, ko natanko dve od n uteži preideta iz enega ekstrema v drugega. To je možno zapisati v matematični notaciji na naslednji način:

$$w_i = 1, \forall k \neq i: w_k = 0 \rightarrow w_j = 1, i \neq j, \forall k \neq j: w_k = 0.$$

Zato je v tej posebni situaciji $\Delta_w^{\max} = 2$. Za poljubne razlike dw_j , za katere velja $\neg \forall j: dw_j = 1$, pa mora biti rešen naslednji matematični program:

$$\Delta_w^{\max} = \max \sum_{j=1..n} \left(w_j^{\text{end}} - w_j^{\text{start}} \right)^p$$

z izpeljavo

$$w_j^{\text{start}}, w_j^{\text{end}}, \forall j = 1, \dots, n$$

glede na

$$\sum_{j=1..n} w_j^{\text{start}} = 1,$$

$$\sum_{j=1..n} w_j^{\text{end}} = 1,$$

$$lw_j \leq w_j^{\text{start}} \leq uw_j, \forall j = 1, \dots, n,$$

$$lw_j \leq w_j^{\text{end}} \leq uw_j, \forall j = 1, \dots, n.$$

Nekoliko težji problem je določitev robustnosti pragov nesoglasja in veta. Recimo, da so delni indeksi nesoglasja združeni na najbolj enostaven način: $d(a_i) = \max_{j=1..n} d_j(a_i)$. Naj bo α tista stopnja reza, ki je nujna, da je alternativa a_i izločena iz pozitivne kategorije C^+ zaradi vpliva veta: $a_i \in C^- \Leftrightarrow d_j(a_i) \geq \alpha$. Potem je $\delta_j(a_i)$ razdalja med j -to enokriterijsko vrednostjo $g_j(a_i)$ in dejanskim pragom veta (mejno točko, kjer začne učinkovati ostri veto), dobljenim s projekcijo funkcije $d_j(\cdot)$ na x -os glede na specificirano stopnjo α . Če je domena j -tega kriterija $[D_j^-, D_j^+]$, so normalizirane razdalje združene z enačbo:

$$\Delta_v(a_i) = \left[\sum_{j=1..n} \left(\delta_j(a_i) / (D_j^+ - D_j^-) \right)^p \right]^{1/p}.$$

Toda ta pristop pomeni prekomerno poenostavitev, ker:

- ne dopušča agregacije delnih indeksov nesoglasja z operatorjem produkta $\tilde{d}'(a_i)$, ki je bil vpeljan v podpoglavju 3.1;

- ne izpostavlja najmanjših sprememb pragov nesoglasja in veta, ki povzročijo drugačno klasifikacijo opazovane alternative.

Iz navedenih razlogov je potrebna bolj napredna metrika. Definira jo naslednji optimizacijski program:

$$\Delta_v(a_i) = \min \left[\sum_{j=1..n} (\delta_j)^p / \sum_{j=1..n} (2 \cdot (g_j(b) - p_j - D_j^-))^p \right]^{1/p}$$

z izpeljavo

$$u_j \text{ in } v_j, \forall j = 1, \dots, n$$

glede na

$$\sigma(a_i) = c(a_i) \cdot \prod_{j=1..n} (1 - \max(\min((g_j(b) - g_j(a_i) - u_j)/(v_j - u_j), 1), 0)) = \lambda,$$

$$\delta_j = |u_j - \tilde{u}_j| + |v_j - \tilde{v}_j| + |(v_j - u_j) - (\tilde{v}_j - \tilde{u}_j)|, \forall j = 1, \dots, n,$$

$$p_j \leq u_j \leq v_j \leq b_j, \forall j = 1, \dots, n.$$

Program minimizira razdalje med novimi in predhodnimi vrednostmi pragov veta in analogno pragov nesoglasja. Upošteva tudi razdalje med različnimi pragovi ($|v_j - u_j|$), s čimer prepreči anomalije, do katerih pride, če konvergirajo pragovi proti isti vrednosti. Dobljena razdalja je ponovno normalizirana glede na najmanj zaželeno situacijo, ki nastopi, kadar preide en prag – u_j ali v_j – iz enega možnega ekstrema v drugega (to je od spodnje meje domene kriterija do vrednosti $g_j(b) - p_j$ ali obratno), medtem ko drugi prag ostane na začetni ekstremni poziciji.

Pričujoči program nazorno ponazarja problematiko iskanja najmanjše spremembe pragov u_j in v_j , ki rezultira v menjavi razreda variante. Vendar se sooča z odsekoma linearnimi funkcijami z nepoznanimi segmenti. Posledično ni rešljiv z običajnimi optimizacijskimi algoritmi. Iz tega razloga je nadomeščen z drugačnim matematičnim programom. Ta poišče za vsako kriterijsko vrednost $g_j(a_i)$ alternative a_i ustrezno delno stopnjo nesoglasja $\tilde{d}_j(a_i)$, tako da je produkt teh stopenj enak zahtevanemu skupnemu nesoglasju $\tilde{d}(a_i) = \lambda/c(a_i)$, izračunanemu z deljenjem fiksirane stopnje reza λ s fiksiranim indeksom skladnosti. Nato je za vsak kriterij x_j z ozirom na $g_j(a_i)$ (x -os) in $\tilde{d}_j(a_i)$ (y -os) izpeljan koeficient k_j naklona linearne funkcije. Inducirana funkcija določa prag nesoglasja u_j v točki, kjer je $y = 0$, in prag veta v_j v točki, kjer je $y = 1$, ter minimizira metriko razdalje:

$$\Delta_v(a_i) = \min \left[\sum_{j \in F} (\delta_j)^p / \sum_{j \in E} (2 \cdot (b_j - p_j - D_j^-))^p \right]^{1/p}$$

z izpeljavo

$$\tilde{d}_j(a_i) \text{ in } k_j, \forall j \in F$$

glede na

$$E = \{1, \dots, n\}, F \subseteq E,$$

$$\prod_{j \in F} (1 - \tilde{d}_j(a_i)) \cdot \prod_{j \in E \setminus F} (1 - d_j(a_i)) = \tilde{d}(a_i),$$

$$0 \leq \tilde{d}_j(a_i) \leq 1, \forall j \in F,$$

$$\delta_j = \delta_j^u + \delta_j^v + \delta_j^{uv}, \forall j \in F,$$

$$\delta_j^u = u_j - g_j(a_i) + \tilde{d}_j(a_i)/k_j, \forall j \in F,$$

$$\delta_j^v = v_j - g_j(a_i) - (1 - \tilde{d}_j(a_i))/k_j, \forall j \in F,$$

$$\delta_j^{uv} = v_j - u_j - 1/k_j, \forall j \in F,$$

$$(1 - \tilde{d}_j(a_i)) / (b_j - D_j^- - g_j(a_i)) \leq k_j \leq \tilde{d}_j(a_i) / (g_j(a_i) - p_j), \forall j \in F.$$

Ker je optimizacijski problem precej kompleksen, je razbit v manjše podprobleme in rešen z algoritmom:

če $\tilde{d}(a_i) \leq 1$

$$E = \{1, \dots, n\}$$

za vsak $k = 1, \dots, n$

za vsako k - podmnožico od E

$F \leftarrow$ trenutna k - podmnožica

$$\tilde{d}_j(a_i) = d_j(a_i), \forall j \in F$$

minimiziraj $\Delta_v(a_i)$ s ponavljanjem

$$\text{najdi nov } \tilde{d}_j(a_i), \forall j \in F, \text{ tako da } \prod_{j \in F} (1 - \tilde{d}_j(a_i)) \cdot \prod_{j \in E \setminus F} (1 - d_j(a_i)) = \tilde{d}(a_i)$$

za vsak $j \in F$

najdi k_j , ki minimizira δ_j glede na $g_j(a_i)$ in $\tilde{d}_j(a_i)$

$$\Delta_v(a_i) = \left\| (\delta_{F(1)}, \dots, \delta_{F(k)}) \right\|_p$$

če (rešitev za F je izvedljiva) $\wedge (\Delta_v(a_i)$ pada)

$$\bar{F} = F$$

$$\bar{d}_j(a_i) = \tilde{d}_j(a_i), \forall j \in F$$

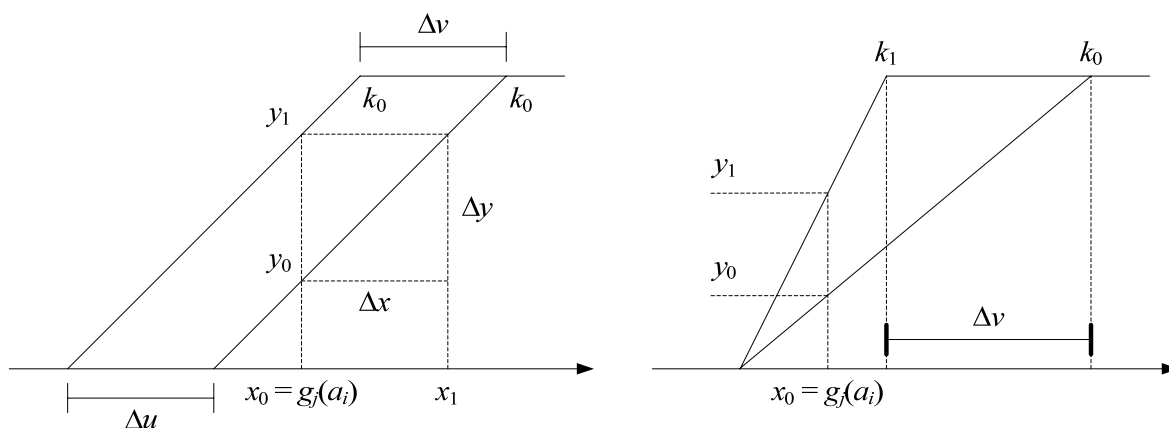
$$\bar{k}_j = k_j, \forall j \in F$$

$$u_j = g_j(a_i) - \bar{d}_j(a_i) / \bar{k}_j, \forall j \in \bar{F}$$

$$v_j = g_j(a_i) + (1 - \bar{d}_j(a_i)) / \bar{k}_j, \forall j \in \bar{F}$$

Ker ni vedno nujno izpeljati novih pragov u_j in v_j za vsak kriterij, so obravnavane vse možne kombinacije kriterijev. Na koncu je obdržana samo tista, ki je izvedljiva in vrne najmanjšo razdaljo. Če je $\tilde{d}(a_i) > 1$, se algoritem ne začne, ker v tem primeru alternativa a_i ne more biti prirejena drugi kategoriji zgolj na osnovi neodvisnega prilagajanja pragov u_j in v_j , temveč je neobhodno, da so hkrati upoštevani tudi pragovi q_j in p_j ter/ali uteži w_j .

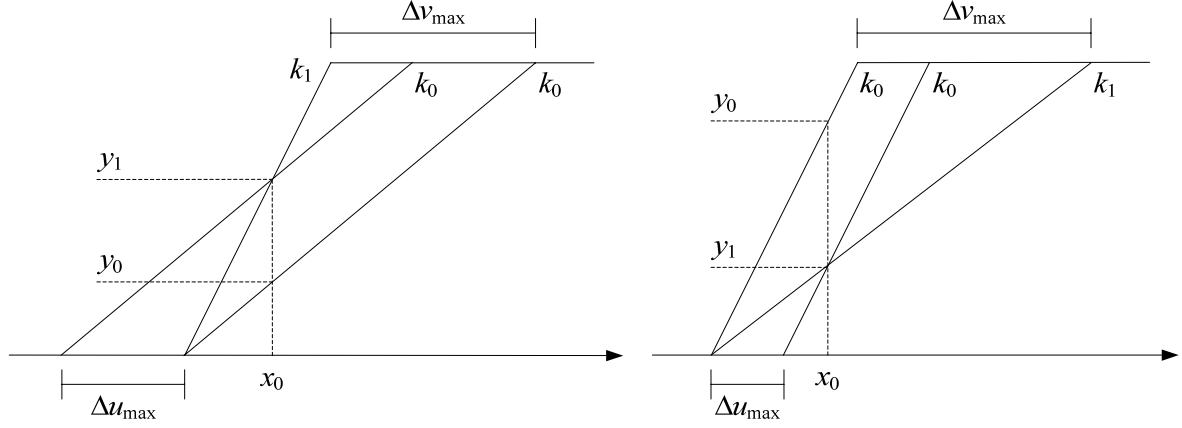
Grafično interpretacijo izpeljave novih pragov u_j in v_j prek indukcije koeficienta k_j podajata sliki 3.3 in 3.4. Iz slike 3.3 je razvidno, da je mogoče praga prilagoditi bodisi z vzporednim zamikom funkcije za Δx (levo) bodisi s spremembo koeficienta naklona k_j (desno). V prvem primeru je $\Delta x = \Delta u = \Delta v = |u_j - \tilde{u}_j| = |v_j - \tilde{v}_j| > 0$ in $\Delta uv = |(v_j - u_j) - (\tilde{v}_j - \tilde{u}_j)| = 0$, v slednjem pa $\Delta u = 0$, $\Delta v > 0$ in $\Delta uv > 0$. Torej se ohrani bodisi razdalja med različnima pragovoma ali izhodiščna postavitev preferenčnega parametra u_j . Obstaja tudi tretja možnost, ki je slika ne nakazuje – s kombinacijo vzporednega zamika in spremembe naklona k_j postanejo pozitivne vse razdalje med pragovi Δu , Δv in Δuv .



Slika 3.3: Izpeljava novih pragov nesoglasja in veta z zamikom (levo) oziroma s spremembo naklona linearne funkcije (desno)

Na slikah označuje k_0 začetni in k_1 ekstremni možni inducirani naklon linearne funkcije ter x_0 kriterijsko vrednost alternative $g_f(a_i)$. Prav tako je y_0 oznaka za izhodiščno kriterijsko stopnjo nesoglasja $d_j(a_i)$, y_1 pa za zahtevano prilagojeno stopnjo $\tilde{d}_j(a_i)$. Če je alternativa a_i član pozitivne kategorije C_k^+ , se mora pri merjenju robustnosti zaradi menjave pripadnosti stopnja nesoglasja povečati. Zato je $y_1 > y_0$. Sicer je $y_1 < y_0$. Kot izpostavlja slika 3.4, preseže v obeh primerih največji možni odklon praga veta maksimalni odklon praga nesoglasja. Ta lastnost je lahko tudi matematično dokazana, vendar je dokaz izpuščen, ker nima neposrednega vpliva na

izvedljivost algoritma za izračun robustnosti. Neenakost $\Delta u_{\max} < \Delta v_{\max}$ bo postala zanimiva v sklopu nadaljnjih raziskav pri empiričnem ovrednotenju ter časovni in prostorski optimizaciji vpeljanih metrik.



Slika 3.4: Izpeljava novih pragov nesoglasja in veta v primeru povečanja stopnje nesoglasja (levo) oziroma njenega zmanjšanja (desno)

Problem iskanja mejnih odklonov pragov indifferene in preference, ki povzročijo klasifikacijo alternative v drugo kategorijo, je podoben zgoraj opisanemu. Zahtevana stopnja skladnosti je $\tilde{c}(a_i) = \lambda/d(a_i)$. Optimizacija je nekoliko težavnejša, ker mora obravnavati simetrijo delnih indeksov skladnosti. S to se sooči tako, da pripiše vsakemu indeksu $\tilde{c}_j(a_i)$ predznak, določen na osnovi primerjave vrednosti $g_j(a_i)$ in $g_j(b)$:

$$\Delta_p(a_i) = \min \left[\sum_{j \in F} (\delta_j)^p / \sum_{j \in E} (2 \cdot u_j)^p \right]^{1/p}$$

z izpeljavo

$$\tilde{c}_j(a_i) \text{ in } k_j, \forall j \in F$$

glede na

$$E = \{1, \dots, n\}, F \subseteq E,$$

$$\frac{1}{2} \cdot \sum_{j \in F} w_j \cdot (1 + \text{sgn}(g_j(a_i) - g_j(b)) \cdot \tilde{c}_j(a_i)) + \sum_{j \in E \setminus F} w_j \cdot c_j(a_i) = \tilde{c}(a_i),$$

$$0 \leq \tilde{c}_j(a_i) \leq 1, \forall j \in F,$$

$$\delta_j = \delta_j^q + \delta_j^p + \delta_j^{qp}, \forall j \in F,$$

$$\delta_j^q = q_j - g_j(a_i) + \tilde{c}_j(a_i)/k_j, \forall j \in F,$$

$$\delta_j^p = p_j - g_j(a_i) - (1 - \tilde{c}_j(a_i))/k_j, \forall j \in F,$$

$$\delta_j^{qp} = p_j - q_j - 1/k_j, \forall j \in F,$$

$$\tilde{c}_j(a_i)/g_j(a_i) \leq k_j \leq (\tilde{c}_j(a_i) - 1)/(g_j(a_i) - u_j), \forall j \in F.$$

Stopnje $\Delta_w(a_i)$, $\Delta_v(a_i)$ in $\Delta_p(a_i)$, izražene na zaprtem intervalu $[0, 1]$, so združene z mehkim operatorjem uteženega povprečja (Ribeiro in Marques-Pereira, 2003). Manj kot so namreč določeni parametri robustni, večji vpliv morajo imeti na krhanje skupne robustnosti:

$$r(a_i) = \varpi_{(j)} \cdot \Delta_w(a_i) + \varpi_{(k)} \cdot \Delta_v(a_i) + \varpi_{(l)} \cdot \Delta_p(a_i),$$

$$\text{kjer je } j \neq k \neq l \text{ in } \varpi_{(\phi)} = (4 - \phi) / \sum_{\phi=1}^3 \phi.$$

Kot dopolnilo metrikam robustnosti bodo v sklopu nadaljnjih raziskav vpeljani še mehanizmi, ki so že bili aplicirani na funkcijo koristnosti (Bregar idr., 2008b) in bodo dali vpogled v:

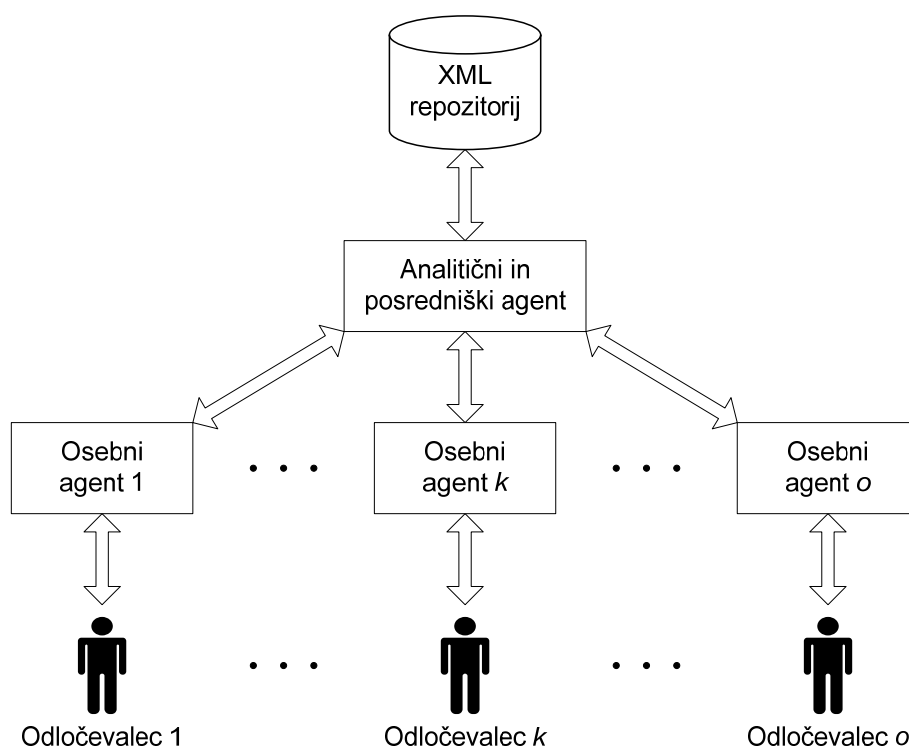
- vpliv vhodnih parametrov na ocene alternativ, pri čemer bodo učinki preiskani bodisi z analizo tipa »kaj-če« bodisi s samodejnim višanjem vrednosti parametrov iz spodnjih proti zgornjim mejam domen;
- vpliv izbranih klasifikacij alternativ na preferenčne parametre z ugotavljanjem:
 - za kateri konveksni polieder vrednosti parametrov je lahko opazovana varianta sortirana v določeno kategorijo,
 - za kateri konveksni polieder je alternativa izbrana kot edina ustrezna,
 - za katere konveksne preseke poliedrov so različne alternative enako sortirane;
- oddaljenost (pod)množice alternativ od enotne klasifikacije v isto kategorijo glede na osebne presoje vseh odločevalcev.

Izčrpne analize robustnosti je zaradi večdimenzionalne kompleksnosti težko predložiti ljudem (Hodgkin idr., 2005). Iz tega razloga bodo implementirana tudi interaktivna vizualna orodja, ki bodo izboljšala proces reševanja problemov in bodo izpostavila tako presoje posameznikov in njihovih agentov kakor značilnosti poenotenja celotne skupine. Zajemala bodo tri vidike:

1. Preferenčni podatki bodo skupaj z odgovarjajočimi rezultati ponazorjeni tabelarično in grafično. Podprte bodo večdimenzionalne operacije, katere bodo nudile odločevalcem možnost, da se osredotočijo zgolj na relevantne informacije ter primerjajo alternative iz različnih zornih kotov in glede na različne nivoje podrobnosti.
2. Dimenzionalnost presoj bo zmanjšana z analizo po glavnih komponentah. Informacije bodo podobno kot pri tehniki GAIA (Brans in Mareschal, 1997) prikazane na ravnini.
3. Poudarek bo dan na vizualizaciji rezultatov analize. Grafi bodo slikali poliedre prostoro vrednosti, za katere bo dosežena zahtevana klasifikacija alternativ. Prav tako bodo grafično izpostavljene najmanjše spremembe parametrov, ki rezultirajo v prerazporeditvi alternativ, in položaji individualnih presoj z ozirom na skupinsko ocenitev.

3.3 Arhitektura in protokol integrativnih večagentnih pogajanj

Za učinkovito skupinsko odločitveno metodo je bistveno, da je miselno breme odločevalcev in moderatorja zmanjšano na minimum. Zaželeno je, da so dolžnosti in pravice slednjega celo povsem odpravljene, saj je v mnogih situacijah pristranski ter podvržen omejitvam glede časa in znanja. Implementirani sistem mora biti zato sposoben avtonomno in samodejno usmerjati postopek reševanja problema. Poleg tega ljudje niso vedno pripravljeni neposredno sodelovati v (a)sinhroni komunikaciji. Obstaja veliko problemov in storitev, v kontekstu katerih izrazijo svoje izhodiščne preference, nato pa pričakujejo od informacijskega/odločitvenega sistema, da sam poišče najboljšo razpoložljivo rešitev in na ta način zastopa njihove interese (Bichler idr., 2003; Lomuscio idr., 2003; Raiffa idr., 2002). Posledično je nujno podpreti postopke agentno zasnovanega skupinskega odločanja in pogajanj. V ta namen je vzpostavljena centralizirana arhitektura, modelirana na sliki 3.5.



Slika 3.5: Arhitektura večagentnih pogajanj

Osrednja vloga je dodeljena analitično-posredniškemu agentu. Ta je odgovoren za:

- združevanje preferenc in sortiranje alternativ na nivoju posameznega odločevalca;
- izračun stopenj kompromisa, konsenza, strinjanja in robustnosti;
- prilagajanje preferenčnih parametrov;

- usmerjanje pogajalskega procesa;
- upravljanje in uporabo repozitorija zgodovinskih odločitev v XML obliki.

Analitični in posredniški agent komunicira z osebnimi agenti, ki niso medsebojno povezani. Vsak od njih pripada natanko enemu odločevalcu, od katerega prejema zahteve in preferenčne informacije ter v imenu katerega se pogaja. Razumljivo je, da je temu odločevalcu obvezan posredovati tudi rezultate pogajanja.

Centralizirana arhitektura ima dve pomembni prednosti:

- Sodelovanje med agenti je poenostavljeno, ker le-ti ne rabijo obveščati drug drugega o opravljenih aktivnostih. Število medagentnih interakcij se na ta način močno zmanjša, sploh v primerjavi z modelom, ki ga vpeljujejo Choudhury idr. (2006).
- Samo analitično-posredniški agent implementira logiko odločanja z optimizacijskimi zmogljivostmi in zagotovi podporo XML repozitoriju. Osebni agenti imajo tako vlogo lahkih odjemalcev. Njihova pristojnost je omejena zgolj na uporabniški vmesnik in na nadzor izpolnjevanja pričakovanj odločevalcev.

V nekaterih primerih so ključne časovne omejitve sinhronega združevanja in razdruževanja osebnih preferenc, zlasti v navezavi na optimizacijske algoritme (Dzemyda in Petkus, 2001). Tedaj je računska obremenitev porazdeljena med vse agente v omrežju. Vsak osebni agent je odgovoren za sortiranje alternativ, izračun stopenj robustnosti in izpeljavo parametrov modela za odločevalca, katerega zastopa. Vendar pa takšni agenti ne morejo biti implementirani kot lahki odjemalci, temveč kot storitve za .NET ali Javo, ki so sposobne izvajanja kompleksnih matematičnih optimizacij. To pa presega zmožnosti večine razpoložljivih prosto dostopnih in komercialnih programskih knjižnic.

Ko agenti iščejo konsenz, je njihovo obnašanje kooperativno in integrativno. To pomeni, da se trudijo prinesiti korist vsem udeležnim osebam ali drugim entitetam in zagotoviti strinjanje glede splošno sprejemljive rešitve. Protokol večagentnih pogajanj je nadgradnja mehanizma iskanja skupinskega konsenza, ki je bil opisan v podpoglavju 3.1. Definiran je z algoritmom, v katerem so zaradi preglednosti uporabljene naslednje okrajšave:

- DM_k označuje k -tega odločevalca,
- PA_k označuje k -tega osebnega agenta,
- MAA označuje analitično-posredniškega agenta.

za vsak $k = 1, \dots, o$

DM_k specificira začetne vrednosti preferenčnih parametrov in dovoljena odstopanja

PA_k posreduje začetne vrednosti parametrov MAA

ponavljanje

MAA sortira alternative za vsakega PA_k v kategoriji C_k^+ in C_k^-

MAA izračuna stopnje strinjanja, konsenza in robustnosti $\zeta_i^k, \zeta^k, z_i, Z$ in r_i^k

če $Z < \xi$

MAA naraščajoče sortira PA_k , tako da odraža $PA_{(l)}$ l -to najmanjšo stopnjo ζ^k

prilagoditev $\leftarrow$ false

dokler $l \leq o$ in *prilagoditev* = false

prerazporeditev $\leftarrow$ false

za vsak $i = 1, \dots, m$

če $\zeta_i^l < \frac{1}{2}$ in $r_i^l < \psi$

MAA sortira a_i tako, da velja: $a_i \in C_l^+ \rightarrow a_i \in \tilde{C}_l^-$ ali $a_i \in C_l^- \rightarrow a_i \in \tilde{C}_l^+$

prerazporeditev $\leftarrow$ true

če *prerazporeditev* = true

MAA izpelje robustne vrednosti preferenčnih parametrov glede na $\tilde{C}_l^+$ in $\tilde{C}_l^-$

MAA posreduje izpeljane parametre in začetna/nova članstva kategorij $PA_{(l)}$

če dovoljena odstopanja $PA_{(l)}$ niso prekršena

prilagoditev $\leftarrow$ true

sicer // opcijsko

$DM_{(l)}$ pretehta in prilagodi vrednosti parametrov in dovoljena odstopanja

če $DM_{(l)}$ sprejme zahtevane spremembe

prilagoditev $\leftarrow$ true

$PA_{(l)}$ posreduje nove vrednosti parametrov MAA

če *prilagoditev* = false

$l \leftarrow l + 1$

če $l > o$ in $\exists l' = \min l : \textit{prerazporeditev} = \text{true}$

$PA_{(l')}$ je prisiljen k prilagoditvi vrednosti parametrov in/ali dovoljenih odstopanj

dokler $Z \geq \xi$ ali $\forall k = 1, \dots, o : \textit{prerazporeditev} = \text{false}$

če $Z < \xi$

alternative so razvrščene glede na stopnje kompromisa v_i in robustnosti r_i

Analitično-posredniški agent odstrani potrebo po človeškem moderatorju ter hkrati minimizira miselno breme in aktivnost posameznega odločevalca. Edina obvezna zadolžitev slednjega je specifikacija začetnih vrednosti preferenčnih parametrov in njihovih dovoljenih odstopanj, ki ne smejo biti presežena v postopku indukcije parametrov, za katerega je odgovoren analitični in posredniški agent. Te informacije je možno priskrbeti v nekaj oblikah:

- z določitvijo točnih izhodiščnih vrednosti parametrov b_j, q_j, p_j, u_j, v_j in w_j ter natančnih spodnjih oziroma zgornjih mej $b_j^-, b_j^+, q_j^-, q_j^+, p_j^-, p_j^+, u_j^-, u_j^+, v_j^-, v_j^+, w_j^-, w_j^+$ za vsak kriterij $x_j, j=1, \dots, n$, pri čemer smeta biti spodnja in zgornja meja, ki za posamezen parameter v komplementu tvorita skupen interval, postavljeni glede na enoten, vendar različno predznačen odmik od odgovarjajoče izhodiščne vrednosti;
- le z določitvijo točnih izhodiščnih vrednosti b_j, q_j, p_j, u_j, v_j in w_j , kar pomeni, da išče optimizacijski algoritem pri indukciji parametrov z razdružitveno analizo v celotnem večdimenzionalnem prostoru kriterijskih domen ob upoštevanju temeljnih generičnih omejitev $0 \leq q_j \leq p_j \leq u_j \leq v_j, D_j^- \leq b_j - v_j, b_j + p_j \leq D_j^+$ in $0 \leq w_j \leq 1$;
- le z določitvijo natančnih spodnjih in zgornjih mej dovoljenih intervalov parametrov, pri čemer k -ti osebni agent postavi začetne vrednosti b_j, q_j, p_j, u_j, v_j in w_j kot središčne točke teh intervalov;
- s specifikacijo lingvističnih modifikatorjev vnaprej izbranih relativnih velikosti štirih pragov.

V zadnjem primeru so velikosti pragov q_j, p_j, u_j in v_j izražene z decibeli (Rogers in Bruen, 1998a). Ker je decibel po definiciji količina brez dimenzije in fizikalne enote, je primeren za modeliranje kriterijev v kontekstu širokega spektra odločitvenih problemov. Prepreči lahko subjektivnost v presojah ter s tem neracionalno razumevanje nenatančnosti in negotovosti. Z izračunom logaritma razmerja opredeli relacijo med spremenljivko S in poznano referenčno vrednostjo S_0 :

$$\text{dB} = 10 \cdot \log_{10}(S/S_0).$$

Na osnovi dopolnitve in prilagoditve predlogov Rogersa in Bruena so velikosti pragov podane na naslednji način:

$$q_j = \Omega \cdot 2 \text{ dB}, p_j = \Omega \cdot 5 \text{ dB}, u_j = \Omega \cdot 10 \text{ dB} \text{ in } v_j = \Omega \cdot 15 \text{ dB},$$

ob upoštevanju praktičnih izkušenj, pridobljenih z implementacijo in aplikacijo pogajalskega mehanizma, ter rezultatov simulacije pa v bistveno manj intenzivni obliki:

$$q_j = \Omega \cdot 1 \text{ dB}, p_j = \Omega \cdot 1.5 \text{ dB}, u_j = \Omega \cdot 2 \text{ dB} \text{ in } v_j = \Omega \cdot 2.5 \text{ dB},$$

kjer je $\Omega \in \{0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1\}$ numerični modifikator, dobljen z neposredno transformacijo lingvistične stopnje vpliva $\varsigma \in \{\text{zelo šibek, šibek, zmeren, močen, zelo močen}\}$. Odločevalec sme za različne pragove izbrati različne stopnje vpliva. Specificirati mora modifikatorje za začetne vrednosti pragov Ω_j ter za spodnje in zgornje meje dopustnih intervalov Ω_j^- in Ω_j^+ . Na podlagi teh vrednosti k -ti osebni agent relativno glede na referenčne profile $b_j, j=1, \dots, n$, izračuna izhodiščne, minimalne in maksimalne velikosti pragov. Tako je j -ti prag indifferene postavljene na:

$$q_j = b_j \cdot (e^Q - 1), \text{ kjer je } Q = \frac{2 \cdot \Omega_j}{10 \cdot \log_{10} e}.$$

Analogno so izračunane velikosti $q_j^-, q_j^+, p_j^-, p_j^+, u_j^-, u_j^+, v_j^-, v_j^+$ in v_j^+ .

Naloga k -tega osebnega agenta je zagotoviti, da so izpolnjene zahteve k -tega odločevalca. Leta ima priložnost v vsaki iteraciji pogajalskega procesa revidirati svoje presoje. Vendar pa ni brezpogojno obvezan k temu, saj je mehanizem pogajanj sposoben napredovati brez človeške interakcije. Čim odločevalci posredujejo izhodiščne vrednosti parametrov in njihove omejitve, lahko agenti avtonomno sodelujejo in samodejno dosežejo skupno odločitev.

Agent je pozvan k podreditvi skupini z ozirom na alternativo a_i le, če a_i ni robustno sortirana in če njeno ovrednotenje nasprotuje presoji več kot polovice agentov. Z namenom ugotovitve merodajnosti mehke stopnje občutljivosti je vpeljan prag ψ . Alternativa a_i je torej robustno sortirana v kategorijo C^+/C^- , kadar njena stopnja $r(a_i)$ presega vrednost ψ .

Razumno je, da je podreditvi podvržen najbolj samovoljen osebni agent, ki odraža najnižjo stopnjo ζ^k . Vendar pa sme biti v primeru, ko robustno sortira vse alternative ali ko prilagojeni preferenčni parametri kršijo omejitve k -tega odločevalca, tudi izpuščen. Takrat je za pogajanje izbran naslednji najbolj nesoglasen agent. Lahko se zgodi, da je analitično-posredniški agent primoran nasloviti več osebnih agentov, preden najde tistega, ki je pripravljen brezpogojno sprejeti predlagane spremembe. V najslabšem primeru povzroči neuspešna iteracija prekinitev

postopka pogajanja, brez da bi bil dosežen konsenz. Vendar je tudi tedaj sklenjen kompromis, in sicer tako, da so variante padajoče razvrščene glede na indekse v_i . Morebitna neodločenost med dvema ali več alternativami, ki je posledica enakosti $v_i = \dots = v_j$, je razrešena na podlagi večagentnih stopenj robustnosti Γ_i . Višja kot je stopnja Γ_i , boljša/slabša je alternativa a_i , ki jo sortira v kategorijo C^+ vsaj polovica oziroma manj kakor polovica agentov. Formalno torej veljata ekvivalenci:

$$a_i \succ a_j \Leftrightarrow (v_i > v_j) \vee \left((v_i = v_j) \wedge \begin{cases} \Gamma_i > \Gamma_j, & v_i \geq o/2 \\ \Gamma_i < \Gamma_j, & v_i < o/2 \end{cases} \right),$$

$$a_i \approx a_j \Leftrightarrow (v_i = v_j) \wedge (\Gamma_i = \Gamma_j),$$

pri čemer označujeta $\succ$ in $\approx$ relaciji prednosti in enakovrednosti. Vrednost Γ_i je izračunana kot absolutna razlika med pozitivno in negativno stopnjo robustnosti:

$$\Gamma_i = |\Gamma_i^+ - \Gamma_i^-|,$$

tako da je

$$\Gamma_i^+ = \frac{\sum_{k \in E} r_i^k}{o}, \text{ kjer je } E = \{\forall k = 1, \dots, o : a_i \in C_k^+\},$$

in

$$\Gamma_i^- = \frac{\sum_{k \in F} r_i^k}{o}, \text{ kjer je } F = \{\forall k = 1, \dots, o : a_i \in C_k^-\}.$$

Osebni agenti komunicirajo z analitično-posredniškim agentom prek XML sporočil. To je običajni pristop k proženju spletnih storitev in izmenjavi odločitvenih modelov (Kim, 2001). Zaradi kompaktnosti predstavitve so podatkovne strukture teh sporočil definirane v notaciji DTD (W3C, 2006). Osebni agenti pošiljajo odločevalčeve preferenčne parametre analitično-posredniškemu agentu v podatkovni strukturi PA_parametri, medtem ko slednji vrne izpeljane vrednosti parametrov kakor tudi izvirne in nove rezultate sortiranja z uporabo korenskega elementa MAA_parametri_klasifikacije.

```

<!ENTITY % skupni_parametri "
  <!ELEMENT kriteriji (kriterij+)>
  <!ELEMENT kriterij (b, q, p, u, v, w)>
  <!ELEMENT b (#PCDATA)>
  <!ELEMENT q (#PCDATA)>
  <!ELEMENT p (#PCDATA)>
  <!ELEMENT u (#PCDATA)>
  <!ELEMENT v (#PCDATA)>
  <!ELEMENT w (#PCDATA)>
  <!ELEMENT lambda (#PCDATA)>
  <!ELEMENT alternative (alternativa+)>
  <!ATTLIST kriterij k_indeks ID #REQUIRED>
  <!ATTLIST alternativa a_indeks ID #REQUIRED>
">

```

```

<!ELEMENT PA_parametri (kriteriji, alternative, lambda)>
<!ELEMENT alternativa (g+)>
<!ELEMENT g (#PCDATA)>
<!ATTLIST g k_referenca IDREF #REQUIRED>

```

%skupni_parametri;

```

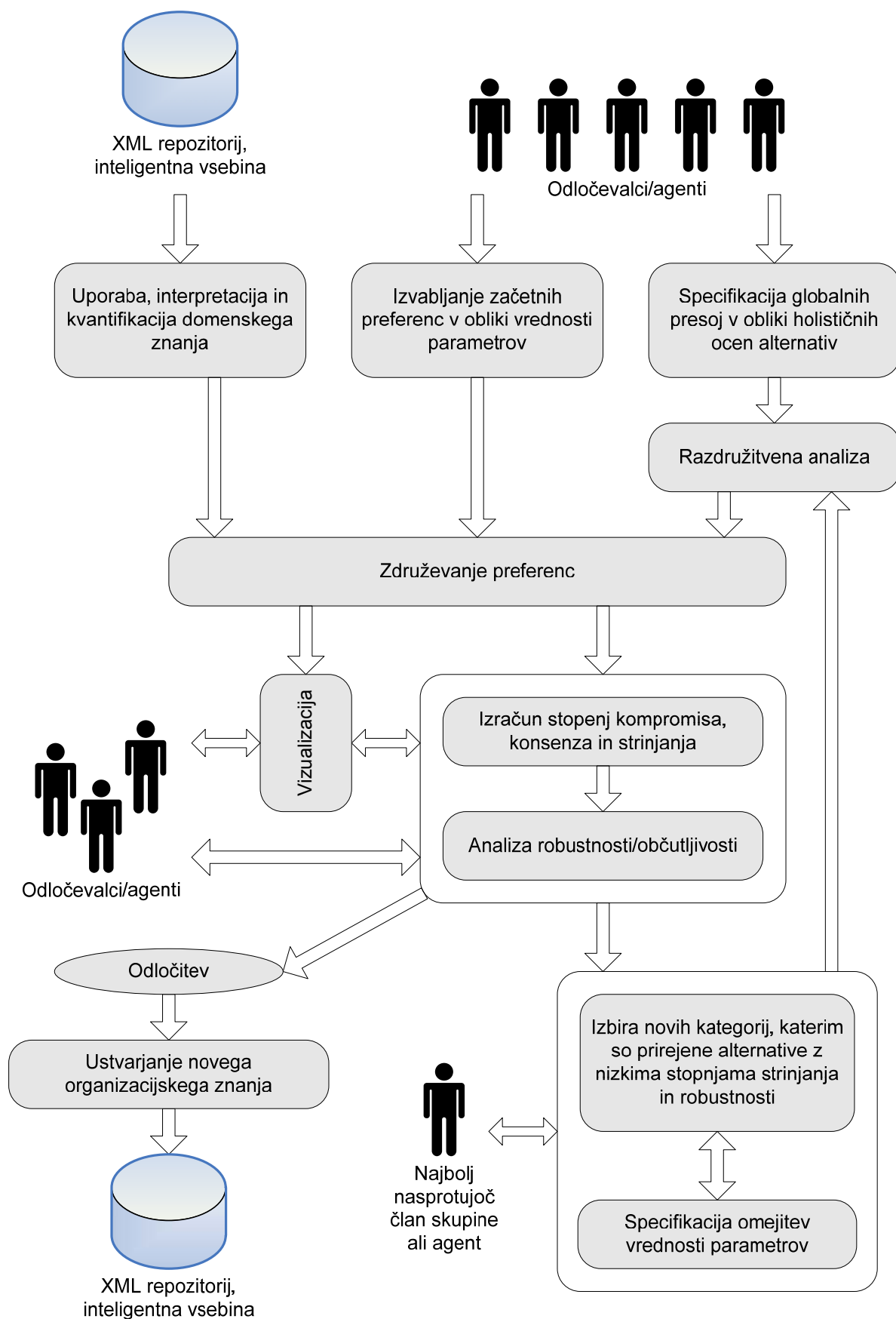
<!ELEMENT MAA_parametri_klasifikacije (kriteriji, alternative, lambda)>
<!ELEMENT alternativa (izvorna_kategorija, nova_kategorija?)>
<!ELEMENT izvorna_kategorija (#PCDATA)>
<!ELEMENT nova_kategorija (#PCDATA)>

```

%skupni_parametri;

Analitično-posredniški agent lahko dostopa do XML repozitorija, v katerem je shranjenih več komponent odločitvenih modelov. Te zajemajo:

- splošne podatke o odločevalcih in/ali osebnih agentih;
- numerične kriterijske vrednosti alternativ;
- numerične kriterijske vrednosti preferenčnih parametrov za vsakega osebnega agenta in za vsako iteracijo;
- klasifikacije alternativ za vsakega osebnega agenta in za vsako iteracijo, dopolnjene s pripadajočimi merami kompromisa, konsenza, strinjanja in robustnosti;
- končno odločitev in njeno stvarno zaznano učinkovitost, ovrednoteno po (ne)uspešni implementaciji.



Slika 3.6: Razširjeni mehanizem iskanja skupinskega konsenza

Zgodovinski podatki o reševanju problemov so uporabljeni pri oblikovanju organizacijskega znanja v kasnejših situacijah skupinskega odločanja in pogajanja. Vsak aktualen odločitveni model je na osnovi mehkih mer podobnosti primerjan z obstoječimi, ki so že bili aplicirani. Kadar doseže podobnost postavljen prag, je mehanizem pogajanja oziroma iskanja konsenza sposoben izpeljati zanesljive zaključke in predlagati optimalno izvedljivo odločitev, ne da bi sploh izvedel proces poenotenja mnenj ali zgolj z majhnim deležem sicer zahtevanih iteracij. Prav tako je poleg znanja o predhodnih pogajalskih situacijah z namenom delne ali popolne samodejne specifikacije odločitvenega modela, ki vključuje opredeljevanje in strukturiranje kriterijev, opisovanje alternativ ter določitev vrednosti preferenčnih parametrov, upoštevano še poljubno drugo znanje o problemski domeni.

Jasno je, da zahtevajo omenjeni koncepti podporo naprednih tehnologij semantičnega spleta, kot sta RDF (W3C, 2004a) in OWL (W3C, 2004b), ter da predstavljajo zelo široko področje nadaljnjih raziskav. Zato presegajo obseg pričujočega dela in niso podrobneje obravnavani. Na njihovi osnovi kot tudi na osnovi tehnik analize robustnosti in vizualizacije kvantitativnih modelov je mehanizem iskanja konsezna, ki je bil predstavljen na sliki 3.2, razširjen, kakor prikazuje slika 3.6.

3.4 Metode izpeljave uteži in preslikave v matriko parnih primerjav

3.4.1 Povezava med pragom veta in utežjo kriterija

Že v preteklosti je bila izpostavljena zveza med pragom veta in utežjo pomembnosti kriterija (Rogers in Bruen, 1998a). Lastnosti povezave niso bile matematično utemeljene, temveč so bile opredeljene le intuitivno. Prav tako v literaturi ni mogoče zaslediti navedb o aplikaciji koncepta soodvisnosti, niti v smislu samodejnega določanja uteži niti v smislu aktivne pomoči odločevalcu pri njihovi specifikaciji. To vrzel so premostile lastne raziskave (Bregar, 2002; Bregar in Györkös, 2003; Bregar idr., 2003; Bregar idr., 2008a).

Prag veta je osnova za koncept nesoglasja. Odraža pogoje, pod katerimi je posamezen kriterij zmožen brez upoštevanja preostalih kriterijev dati veto prednostni relaciji. Tako je prednost alternative pred referenčnim profilom ali drugo alternativo ovržena v primeru nedopustnih pomanjkljivosti glede na najmanj en kriterij.

Ker določa prag p_j (ali u_j) mejo šibkega in prag v_j mejo strogega veta, narašča nesoglasje nad pragom preference (nesoglasja) in doseže maksimalno vrednost pri pragu veta. Vpliv veta je zato odvisen od razdalje $v_j - p_j$. Kadar je ta razdalja majhna, se stopnja nesoglasja hitro veča in alternative, ki so slabše od profila b , prej postanejo nesprejemljive. Tedaj kriterijski vpliv veta praviloma prepreči velikemu številu alternativ prednost pred profilom. Posledično ima kriterij večjo moč, saj izraziteje posega v rezultate sortiranja.

Iz navedenih dejstev je izpeljana naslednja recipročna zveza: ko oddaljenost med pragovoma p_j in v_j narašča, utež kriterija w_j pada. Če je torej kriterij nepomemben, je prag v_j postavljen precej višje kot prag p_j , kar zagotavlja majhen vpliv na ovrednotenje alternativ. In obratno, pri pomembnih kriterijih z razmeroma veliko utežjo morata biti pragova p_j in v_j čim bližje. Veto je tako kritičen dejavnik samo za bistvene kriterije, medtem ko je pri ostalih kriterijih njegov vpliv nevtraliziran.

Parametra v_j in w_j sta pokazatelja celostne pomembnosti j -tega kriterija. Kljub temu da sta soodvisna, je potrebno preprečiti, da bi en popolnoma določal drugega, in poskrbeti za medsebojno dopolnjevanje. Njuno enačenje ni dopustno, ker ima veto – v nasprotju z utežjo – zgolj negativen vpliv na prednostno relacijo in s tem na alternative.

Par pragov p_j (ali u_j) in v_j , pripadajočih j -temu kriteriju, ima nekompenzacijsko naravo, zaradi česar lahko ne glede na vrednosti ostalih parametrov prepreči katerikoli alternativni uvrstitev v pozitivno kategorijo C^+ . In več alternativ kot izloči iz C^+ , močnejši selektivni vpliv ima j -ti kriterij. Le-ta zato doprinese v večji meri k postopku ocenitve in posledično k odločitvi. Toda bistveno je, da ne pogojujeta pomembnosti kriterija praga indifferene in preference, ki tvorita odločitveno informacijo znotraj kriterija, katere učinek mora biti kompenziran zaradi soočanja z nenatančnostjo, nadomestitve majhnih slabosti in zanemarjanja nerelevantnih razlik. Uteži so namreč ravno tisti koncept, ki opredeli kompenzacijska razmerja. Torej je njihova naloga usmerjanje vpliva omenjenih pragov in ne obratno.

V sklopu lastnih raziskav sta bila definirana dva izvirna pristopa k samodejni izpeljavi uteži. Oba konstruirata mehko relacijo veta, tako da upoštevata delne indekse nesoglasja:

$$V = \{((x_j, a_i), \mu_V(x_j, a_i)) \mid (x_j, a_i) \in X \times A\},$$

$$\text{kjer je } \mu_V(x_j, a_i) = d_j(a_i), i = 1, \dots, m, j = 1, \dots, n.$$

3.4.2 Pristop na osnovi selektivnih moči

Postopek sestoji iz naslednjih korakov:

1. Za vsak α -rez mehke relacije V so izračunane delne selektivne moči kriterijev.
2. Delne moči so združene z algoritmom, ki upošteva gotovost veta in podobnosti med vmesnimi rezultati.
3. Razlike skupnih selektivnih moči so preslikane z linearno ali eksponentno funkcijo, tako da so z matriko parnih primerjav izražena razmerja uteži kriterijev.
4. Na podlagi osebnih presoj odločevalec prilagodi razmerja v matriki parnih primerjav.
5. Iz ustrezno spremenjene matrike so z multiplikativno metodo ali z metodo največjega lastnega vektorja izpeljane uteži.

Najprej so poiskani vsi α -rezi mehke relacije veta V . S tem je mehki problem določitve uteži kriterijev pretvorjen v več odgovarjajočih podproblemov, izraženih v klasičnem ostrem smislu. Za vsako ostro relacijo V_α so s heurističnim pravilom dobljene selektivne moči kriterijev. Tako je skupna selektivna moč j -tega kriterija izračunana z ozirom na število alternativ, ki so izločene iz pozitivne kategorije C^+ zaradi učinka pragov nesoglasja u_j in veta v_j , ter glede na število drugih kriterijev iz množice $X \setminus \{x_j\}$, ki dajejo veto prireditvi istih alternativ razredu C^+ . Delna selektivna moč kriterija x_j pa upošteva le i -to alternativo in posamezno stopnjo reza α_k . Enaka je 0, če se praga u_j in v_j strinjata z izjavo $a_i \in C^+$ ali če nasprotuje tej izjavi vseh n kriterijev. Nakazuje torej, v kolikšni meri nek kriterij presega najbolj šibek kriterij:

$$\phi_{ji}^k = \begin{cases} \text{card}(x_l \in X \setminus \{x_j\} : d_l(a_i) < \alpha_k) & , d_j(a_i) \geq \alpha_k \\ 0 & , d_j(a_i) < \alpha_k \end{cases}$$

Jasno je razvidno, da je delna moč j -tega kriterija, ki izloči i -to alternativo, enaka številu kriterijev, ki te alternative ne izločijo. Dva najbolj očitna načina agregacije delnih selektivnih moči temeljita na uporabi funkcije utežene vsote ali mere razdalje med šibkimi vrstnimi redi. Naj bo $\phi_j^k = \sum_{i=1..m} \phi_{ji}^k$ selektivna moč kriterija x_j z ozirom na vse alternative in posamezno stopnjo reza $\alpha_k \in L(V)$. Ker odraža vektor $l = |L(V)|$ kardinalnih vrednosti $(\phi_j^1, \dots, \phi_j^l)$ različne izločevalne moči kriterija x_j , je lahko skupna moč izračunana z naslednjo enačbo:

$$\Phi_j = \sum_{k=1..l} \alpha_k \cdot \phi_j^k.$$

Stopnje reza α_k , $k = 1, \dots, l$, imajo vlogo uteži. Večja je stopnja, bolj zanesljiva je ostra relacija veta. Zato so selektivne moči, ki so vezane na reze s stopnjami $\alpha_k \gg 0$, bolj bistvene za dani problem kakor tiste, ki odgovarjajo nizkim stopnjam $\alpha_k \approx 0$. Posledično smejo v večji meri doprinesiti k združenim močem.

Za vsak α -rez so lahko delne selektivne moči kriterijev ϕ_j^k tudi razvrščene od najvišje do najnižje. Na ta način je dobljenih l šibkih vrstnih redov. Poiskati je potrebno vektor skupnih moči $\Phi = (\Phi_j)$, kar je problem minimizacije oddaljenosti od elementov množice vektorjev $\{\phi^k = (\phi_j^k)\}_{k=1..l}$:

$$\min \sum_{k=1..l} \alpha_k \cdot f_P(\Phi, \phi^k).$$

Funkcija razdalje f_P med dvema vektorjema moči, ki pripadata različnima šibkima vrstnima redoma, je član družine L_P -metrik, $1 \leq P \leq \infty$, in je definirana na naslednji način:

$$f_P(\phi^1, \phi^2) = \left[\sum_{j=1..n} (\phi_j^1 - \phi_j^2)^P \right]^{1/P}.$$

Aplikacija utežene vsote je poenostavitev problema agregacije, medtem ko je implementacija funkcije razdalje računsko zahtevna, razen za $P=1$. Iz tega razloga je vpeljan algoritem, ki združuje indekse ϕ_{ji}^k , izpeljane za različne alternative in stopnje reza. Ne računa povprečij, temveč upošteva zanesljivost stopenj veta in podobnosti med α -rezi. Zato sloni na naslednjih principih:

- Kriterij x_j ima največjo moč glede na alternativo a_i pri prvem rezu, pri katerem njegov veto $d_j(a_i)$ preseže prag α_k . Pri vseh ostalih stopnjah $\alpha_{k'} > \alpha_k$ so moči enake 0 in niso obravnavane, medtem ko za $\alpha_{k'} < \alpha_k$ velja $\phi_{ji}^{k'} \leq \phi_{ji}^k$, saj se moč kvečjemu skrha, kajti lahko se zgodi, da dobi alternativa a_i veto tudi od drugih, do sedaj zanjo neaktivnih kriterijev.
- Če velja $\phi_{ji}^{k_1} = \dots = \phi_{ji}^{k_h}$ za sosednje $\alpha_{k_1} > \dots > \alpha_{k_h}$, je obravnavan samo rez z najvišjo stopnjo, kar izvira iz koncepta logičnega maksimuma: največja verjetnost, da moč ϕ_{ji}^k , $k = k_1, \dots, k_h$, učinkuje na skupno moč Φ_j , je α_{k_1} , zato manjše razpoložljive zanesljivosti $\alpha \in [\alpha_{k_h}, \alpha_{k_1})$ ne morejo podkrepiti vpliva ϕ_{ji}^k .

- Kadar za $\alpha_k < \alpha_k$ razlika $\delta = \varphi_{ji}^k - \varphi_{ji}^{k'}$ preseže 0, pade skupna moč kriterija x_j , merjena pri i -ti alternativni, za $\alpha_k \cdot \delta$, tako da je vrednost δ zmanjšana s faktorjem zanesljivosti rezultatov. To je posledica nastopa šibkejšega – a še vedno pozitivnega – veta enega ali več dodatnih kriterijev.

Ker skupna selektivna moč Φ_j kriterija x_j ne sloni na povprečnih vrednostih delnih rezultatov, temveč na podobnostih med α -rezi, je konsistentnejša od rezultatov, ki so dobljeni z uteženo vsoto. Algoritem je zapisan v psevdokodu, pri čemer velja: $\forall i, j = 1, \dots, l : i < j \Rightarrow \alpha_i > \alpha_j$.

$$\begin{aligned}
 &\phi_{ji} = 0, \varphi_{ji}^0 = 0 \text{ za } \forall i = 1, \dots, m, \forall j = 1, \dots, n \\
 &\forall k = 1, \dots, l : \{ \\
 &\quad \forall i = 1, \dots, m, \forall j = 1, \dots, n : \{ \\
 &\quad \quad \delta = \varphi_{ji}^{k-1} - \varphi_{ji}^k \\
 &\quad \quad \text{če } \delta \neq 0, \text{ potem } \phi_{ji} = \phi_{ji} - \alpha_k \cdot \delta \\
 &\quad \quad \} \\
 &\quad \} \\
 &\Phi_j = \sum_{i=1..m} \phi_{ji}
 \end{aligned}$$

Algoritem je mogoče izraziti tudi v obliki kompaktnejših matematičnih agregacijskih operatorjev. V ta namen sta podani dve izpeljavi. Prva izhaja iz koraka upada moči zaradi nastopa šibkejšega veta enega ali več dodatnih kriterijev:

$$\phi_{ji} = \phi_{ji} - \alpha_k \cdot (\varphi_{ji}^{k-1} - \varphi_{ji}^k).$$

Ker je začetni $\phi_{ji} = 0$, je:

$$\phi_{ji} = \sum_{k=1..l} -\alpha_k \cdot (\varphi_{ji}^{k-1} - \varphi_{ji}^k) = \sum_{k=1..l} \alpha_k \cdot (\varphi_{ji}^k - \varphi_{ji}^{k-1}).$$

Zdaj je skupna selektivna moč kriterija x_j izračunana z naslednjim agregacijskim operatorjem:

$$\Phi_j = \sum_{k=1..l} \sum_{i=1..m} \alpha_k \cdot (\varphi_{ji}^k - \varphi_{ji}^{k-1}) = \sum_{k=1..l} \alpha_k \cdot \left(\sum_{i=1..m} \varphi_{ji}^k - \varphi_{ji}^{k-1} \right), \varphi_{ji}^0 = 0.$$

Druga izpeljava privede do nekoliko manj elegantnega ekvivalentnega operatorja:

$$\begin{aligned}
\Phi_j &= \sum_{k=1..l} \sum_{i=1..m} \alpha_k \cdot \varphi_{ji}^k - \sum_{k=1..l} \sum_{i=1..m} \alpha_k \cdot \varphi_{ji}^{k-1} = \\
&= \sum_{k=1..l} \sum_{i=1..m} \alpha_k \cdot \varphi_{ji}^k - \sum_{k=0..l-1} \sum_{i=1..m} \alpha_{k+1} \cdot \varphi_{ji}^k = \\
&= \sum_{i=1..m} -\alpha_1 \cdot \varphi_{ji}^0 + \alpha_l \cdot \varphi_{ji}^l + \sum_{k=1..l-1} (\alpha_k - \alpha_{k+1}) \cdot \varphi_{ji}^k = \\
&= \sum_{i=1..m} \alpha_l \cdot \varphi_{ji}^l + \sum_{k=1..l-1} (\alpha_k - \alpha_{k+1}) \cdot \varphi_{ji}^k.
\end{aligned}$$

Velja namreč:

$$\delta' = \begin{cases} -\alpha_1 \cdot \varphi_{ji}^0 = 0 & , k = 0 \\ \alpha_k \cdot \varphi_{ji}^k - \alpha_{k+1} \cdot \varphi_{ji}^k = (\alpha_k - \alpha_{k+1}) \cdot \varphi_{ji}^k & , 1 \leq k \leq l-1 \\ \alpha_l \cdot \varphi_{ji}^l & , k = l, \end{cases}$$

kjer je δ' s faktorjem zanesljivosti prilagojena razlika selektivnosti.

Izračunane moči Φ_j služijo v pomoč odločevalcu pri specifikaciji uteži, saj odražajo korelacije med pomembnostmi kriterijev. Poleg tega v primeru previsoke ali prenizke vrednosti Φ_j izpostavijo prevlado oziroma zapostavljenost kriterija x_j . S tem odločevalcu nakažejo, da mora prilagoditi vhodne parametre modela, če želi zagotoviti zadosten doprinos vseh kriterijev v postopku ocenitve alternativ.

Vendar selektivne moči ne smejo prevzeti neposredne vloge uteži. Razlogi so trije:

1. Kadar kriterij x_j z vetom ne izloči niti ene alternative, je njegova moč Φ_j enaka 0, kar pa še ne pomeni, da mora biti njegova utež w_j prav tako enaka 0.
2. Selektivna moč Φ_j ne ujame v zadostni meri posameznikovih osebnih pogledov, ki se zrcalijo skozi njegovo kulturno, psihološko, socialno ter z okoljem in s problemsko domeno pogojeno ozadje.
3. Razlike med izračunanimi vrednostmi Φ_j morajo biti ustrezno tolmačene. Upoštevan mora biti odnos do najvišje možne dosežene vrednosti $\Phi_{\max} = m \cdot (n-1)$ kakor tudi pomen števila 0.

Zeleny (1982) je pred leti pisal o atributih v smislu informacijskih virov. Več informacije je posredovane skozi posamezen vir (to je j -ti kriterij), bolj je ta bistven za dano odločitev. Torej vstopata v izpeljavo uteži w_j naslednji dve komponenti:

- Stabilen koncept pomembnosti kriterijev ω_j , ki zrcalijo posameznikove preference, predstavlja eksplicitno izražene vhodne podatke.

- Nestabilen, od konteksta odvisen koncept pomembnosti informacij, izražen z močmi Φ_j , sloni na obnašanju alternativ v dejanski odločitveni situaciji. Te moči so občutljive na spremembe v množici A kakor tudi na postavitev preferenčnih pragov p_j , u_j in v_j ter posledično na pretoke notranjih informacij, katerih bogatost lahko bodisi raste bodisi izgineva.

Ker je selektivna moč implicitna informacija, ki veliko pove o učinku kriterija in mora biti obogatena z eksplicitno posredovanimi vhodnimi podatki, se pojavita dva povezana problema:

1. pretvorba moči Φ_j v uteži $w_j, j = 1, \dots, n$, ter
2. predstavitev moči Φ_j na takšen način, da so čimbolje odražene pomembnosti kriterijev in da lahko odločevalec karseda enostavno prilagodi predlagane pomembnosti svojim pogledom.

Problema sta lahko sočasno rešena s preslikavo selektivnih moči v relacije med kriteriji, ki so predstavljene z notacijo ene od obstoječih strukturiranih tehnik za izpeljavo uteži. Figueira in Roy (2002) sta mnenja, da je v povezavi z odločitvenimi modeli na temelju psevdokriterija in prednostne relacije najprimernejša Simosova procedura, medtem ko so Macharis idr. (2003) predlagali uporabo matrik parnih primerjav v sklopu nadgradnje metode PROMETHEE z mehanizmom določanja uteži. Slednja »filozofija« je vkomponirana tudi v lastno metodo, ker ima Simosova procedura kar nekaj pomanjkljivosti, med katerimi gre izpostaviti predvsem težavno izbiro ustrezne enote razdalje, ki je potrebna, da enemu kriteriju pripada višja utež kot drugemu.

Razlike Δ_{ij} parov selektivnih moči Φ_i in Φ_j so transformirane na takšen način, da so v obliki razmerij uteži kriterijev zajete v matriki parnih primerjav, ki ima velikost $n \times n$ in je skladna s koncepti metode AHP (Saaty, 1980) – je refleksivna, recipročna in omejena na lestvico od 1 do 9. Zaradi navedenega problema tolmačenja največje možne moči $\Phi_{\max}$ in zaradi zmožnosti izračuna razmerja Φ_i/Φ_j le pod pogojem, da je $\Phi_j \neq 0$, je apliciran pristop, ki kombinira razmerja in intervale.

Naj bo razmerje uteži označeno z $r_{ij} \approx w_i/w_j$. Temeljna predpostavka postopka je, da razmerja r_{ij} med utežmi naraščajo linearno z razliko selektivnih moči $\Delta_{ij} = \Phi_i - \Phi_j$:

$$r_{ij} = a \cdot \Delta_{ij} + b.$$

Razmerje r_{ij} je enako za vse možne vrednosti Φ_i in Φ_j , če je le razlika Δ_{ij} konstantna. Dodatna moč $d\Phi_j$, ki jo pridobi kriterij x_j k osnovni moči Φ_j , zato enako vpliva na povečanje uteži ne glede na to, kolikšna je začetna vrednost Φ_j . Jasno je, da ima $\Phi_{\max}$ največjo možno prednost pred $\Phi_{\min}=0$. Potem velja $r_{\max}=9$ za $\Delta_{\max}=\Phi_{\max}-\Phi_{\min}$. Glede na to razmerje so lahko izražena vsa dejanska razmerja:

$$r_{ij} = \frac{8}{\Delta_{\max}} \cdot \Delta_{ij} + 1.$$

Upoštewane so samo nenegativne razlike, medtem ko so za negativne $\Delta_{ij} < 0$ vzete recipročne vrednosti $r_{ij} = 1 / r_{ji}$. Konstanta $b=1$ poskrbi, da se razlika $\Delta_{ij}=0$ preslika v razmerje $r_{ij}=1$, ki pomeni enakovrednost kriterijev. Linearna funkcija ne zagotovi konsistentnosti matrike, ker velja za razmerja r_{ij} , r_{jk} in r_{ik} , izračunana pri poljubnih vrednostih Δ_{ij} , Δ_{jk} in $\Delta_{ik}=\Delta_{ij}+\Delta_{jk}$, naslednja zveza:

$$\begin{aligned} r_{ik} &= a \cdot \Delta_{ik} + b = a \cdot (\Delta_{ij} + \Delta_{jk}) + b = (r_{ij} - b) + (r_{jk} - b) + b, \\ r_{ik} - b &= (r_{ij} - b) + (r_{jk} - b). \end{aligned}$$

Za zagotovitev konsistentnosti je definirana tudi eksponentna funkcija:

$$r_{ij} = (r_{\max})^E, \quad E = \frac{\Delta_{ij}}{\Delta_{\max}}.$$

Takšna funkcija vrne:

$$\begin{aligned} r_{ij} &= 1, \text{ če } \Delta_{ij}=0, \\ r_{ij} &= r_{\max}=9, \text{ če } \Delta_{ij}=\Delta_{\max}, \text{ in} \\ r_{ik} &= r_{ij} \cdot r_{jk} \text{ za } \Delta_{ik}=\Delta_{ij}+\Delta_{jk}. \end{aligned}$$

Njena tranzitivnost je dokazana nadvse enostavno:

$$r_{ij} \cdot r_{jk} = (r_{\max})^{\Delta_{ij}/\Delta_{\max}} \cdot (r_{\max})^{\Delta_{jk}/\Delta_{\max}} = (r_{\max})^{(\Delta_{ij}+\Delta_{jk})/\Delta_{\max}} = (r_{\max})^{\Delta_{ik}/\Delta_{\max}} = r_{ik}.$$

Poleg metode največje lastne vrednosti, s katero so vektorji prioritet izpeljani iz skoraj konsistentnih pozitivnih recipročnih matrik parnih primerjav, obstajajo še druge različice AHP. Med njimi je najbolj znana metoda geometričnega povprečja. Pri multiplikativnem AHP (Van den Honert, 1998) so lahko preferenčna razmerja $r_{ij}=(8/\Delta_{\max}) \cdot \Delta_{ij}$ s predpisom $\exp(\gamma \cdot r_{ij})$,

kjer je $\gamma = \ln 2$, pretvorjena v vrednosti na geometrični lestvici. Matrike presoje so asimetrične, zato zanje velja, da je $r_{\max} = 8$, $r_{ii} = 0$ in $r_{ji} = -r_{ij}$.

3.4.3 Pristop na osnovi mehke binarne relacije in indeksov dominance

Postopek sestoji iz naslednjih korakov:

1. Konstruirana je mehka binarna relacija na množici kriterijev.
2. Poiskano je tranzitivno zaprtje mehke binarne relacije.
3. Rezi tranzitivnega zaprtja so analizirani, s čimer je za vsakega dobljena enolična delna razvrstitev kriterijev po pomembnosti.
4. Delni vrstni redi so združeni v en sam šibki vrstni red.

Mehko binarno relacijo

$$B = \{((x_i, x_j), \mu_B(x_i, x_j)) | (x_i, x_j) \in X \times X\}$$

pojasni izjava: »Kriterij x_i je vsaj tako izločevalen kot kriterij x_j .« Konstruirana je iz mehke relacije veta V z uporabo Bandler in Kohoutovega (1997) trikotniškega nadprodukta:

$$B = V * V^T,$$

$$\mu_B(x_i, x_j) = \bigcap_{k=1..m} (\mu_V(x_i, a_k) \leftarrow \mu_V(x_j, a_k)).$$

Kot notranji mehki operator služi Lukasiewiczova implikacija (Klir and Yuan, 1995). Le-ta primerja dva kriterija v smislu njunega omejevalnega učinka veta na posamezno alternativo:

$$\mu_B^k(x_i, x_j) = \mu_V(x_i, a_k) \leftarrow \mu_V(x_j, a_k) = \min(1 - \mu_V(x_j, a_k) + \mu_V(x_i, a_k), 1).$$

Kot zunanji agregacijski operator je izbran Wernersov mehki »in« (Zimmermann, 1996):

$$\mu_B(x_i, x_j) = \gamma \cdot \min_{k=1..m} \mu_B^k(x_i, x_j) + (1 - \gamma) \cdot \frac{\sum_{k=1..m} \mu_B^k(x_i, x_j)}{m}, 0 \leq \gamma < 1.$$

Ker je vrednost γ postavljena na znatno manj od 1, je dosežena kompenzacija, ki je v danem kontekstu nujna. Če je namreč stopnja $\mu_B(x_i, x_j)$ izpeljana v skladu z logičnim minimumom, kakor je običajno pri aplikacijah teorije mehkih množic, se relativna pomembnost kriterija x_i glede na kriterij x_j reducira na tiste alternative, katere izraziteje selekcioniira x_j . V tem primeru

je moč pogojena z najslabšim členom, alternativ, ki jih kriterij dejansko izloča, pa praviloma ne upošteva.

Predpogoj za analizo relacije B je, da je najmanj mehka relacija kvazireda, kar pomeni, da ima lastnosti refleksivnosti in tranzitivnosti. Refleksivnost je posledica trikotniškega nadprodukta, medtem ko tranzitivnost ni zagotovljena. Zato je potrebno poiskati tranzitivno zaprtje Q . Slednje je analizirano z ozirom na različne stopnje reza $\alpha_k \in L(Q)$. Za vsak α -rez obstajajo štiri tipi relacij med kriteriji:

$$x_i \succ x_j \Leftrightarrow (x_i Q_\alpha x_j) \wedge \neg(x_j Q_\alpha x_i),$$

$$x_i \prec x_j \Leftrightarrow \neg(x_i Q_\alpha x_j) \wedge (x_j Q_\alpha x_i),$$

$$x_i \approx x_j \Leftrightarrow (x_i Q_\alpha x_j) \wedge (x_j Q_\alpha x_i),$$

$$x_i ? x_j \Leftrightarrow \neg(x_i Q_\alpha x_j) \wedge \neg(x_j Q_\alpha x_i).$$

Za vsak α -rez je izpeljan drugačen delni vrstni red kriterijev. Razvrstitve so lahko grafično prikazane s Hassejevimi diagrami (Van de Walle idr., 2001). Čeprav daje niz diagramskih struktur dober splošen vpogled v odnose med kriteriji in je sam po sebi že zadostna pomoč pri odločanju, zahteva izpeljava enoličnega vrstnega reda kar nekaj neprikladnega usklajevanja. Zato je bolj učinkovito in enostavno samodejno združiti vrstne rede z algoritmom, ki temelji na metriki razdalje med relacijami enakovrednosti, prednosti in neprimerljivosti (Xu idr., 2001). Postopek izračuna in primerja indekse dominance ter temelji na predpostavki, da je kriterij x_i toliko vplivnejši, kolikor bolj so relacije z ostalimi kriteriji $x_j \in X \setminus \{x_i\}$ oddaljene od protiideala ob upoštevanju vseh stopenj reza $\alpha_k \in L(Q)$:

$$\theta_k(x_i) = \sum_{j \neq i} \pi(\prec, R_{ij}^k), \text{ kjer je } R_{ij}^k \in \{\succ, \prec, \approx, ?\},$$

$$\Theta(x_i) = \sum_k \alpha_k \cdot \theta_k(x_i).$$

Jasno je, da je kriterij z najvišjim indeksom dominance Θ_j najbolj pomemben in tako naprej. Dobljeni rezultati so vezani na realno pozitivno konstanto a (Ben Khélifa in Martel, 2001):

$$\pi(\succ, \prec) = 2 \cdot a, \pi(\succ, ?) = \frac{5}{3} \cdot a, \pi(\approx, ?) = \frac{4}{3} \cdot a, \pi(\approx, \succ) = a.$$

Enolična šibka ordinalna razvrstitev je poiskana z algoritmom, napisanim v psevdokodu.

$$\begin{aligned}
& X = \{x_1, \dots, x_n\} \\
& I_1 = \{1, \dots, n\} \\
& l = 1 \\
& \text{dokler } |I_l| > 1 \{ \\
& \quad \forall i \in I_l: \{ \\
& \quad \quad \theta_k(x_i) = \sum_{j \in I_l, j \neq i} \pi(\prec, R_{ij}^k) \\
& \quad \quad \Theta_l(x_i) = \sum_k \alpha_k \cdot \theta_k(x_i) \\
& \quad \} \\
& \quad X_l = \{x_i \mid \Theta_l(x_i) = \max_{j \in I_l} \Theta_l(x_j)\} \\
& \quad X = X - X_l \\
& \quad I_{l+1} = \{i \in I_l \mid x_i \in X\} \\
& \quad l = l + 1 \\
& \} \\
& \text{če } |I_l| = 1, \text{ potem } X_l = \{x_i \mid i \in I_l\}
\end{aligned}$$

Algoritem se ustavi po največ $n - 1$ iteracijah. Kriteriji, ki pripadajo isti množici X_l , so enako močni. Indeks l določa mesto pomembnosti. Iz ordinalnega vrstnega reda je mogoče pridobiti kardinalne uteži bodisi ob upoštevanju razmerij indeksov dominanc bodisi s centroidno metodo, imenovano tudi ROC (*Rank Order Centroid*) (Olson, 2001; Shepetukha in Olson, 2001).

3.5 Posplošitev obravnave veta na različne tipe odločanja

Metode izpeljave uteži pomembnosti kriterijev na podlagi učinka veta so bile v podpoglavju 3.4 definirane za specifičen problemski tip odločanja, in sicer za sortiranje alternativ v dve vnaprej poznani izključujoči se kategoriji ustreznih in neustreznih izbir. Toda dihotomijsko oziroma lokalizirano sortiranje ni edina možna ter v praksi obravnavana problematika odločanja. Zato je nujna posplošitev na:

- sortiranje v več kategorij glede na poljubno mnogo absolutnih preferenčnih profilov in
- razvrščanje alternativ od najboljše do najslabše na osnovi relativnih parnih primerjav.

Posplošitev na omenjeni problematiki predpostavlja, da so odločevalčeve presoje izražene v obliki psevdokriterijev in prednostne relacije, kar je temelj evropske šole odločitvene analize.

Vendar pa je bolj priljubljena in pogosta uporaba večatributne teorije koristnosti. Zanj velja, da ne pozna veta in nanj vezane nekompenzacije, temveč odraža agregacija presoj popolnoma kompenzacijsko obnašanje. Šele v zadnjih letih so se pojavile prve ideje o vpeljavi učinka veta v večatributno funkcijo koristnosti, a niso bile podprte z ustreznimi metodološkimi rešitvami (Stewart in Losa, 2003). Zato predstavlja pričujoče delo izviren doprinos v tej smeri.

Metodi izračuna selektivnih moči in indeksov dominance nista uporabljivi samo v kontekstu izpeljave uteži. V kolikor sta vlogi kriterijev in alternativ zamenjani, dopuščata ovrednotenje slednjih z ozirom na poljubno mehko relacijo. Postaneta torej splošna operatorja agregacije preferenc, izraženih na zaprtem intervalu $[0, 1]$.

3.5.1 Uteževanje v kontekstu večrazrednega sortiranja in razvrščanja

3.5.1.1 Sortiranje alternativ glede na poljubno mnogo profilov

Pri sortiranju alternativ v $p + 1$ kategorij glede na p profilov je kriterijski vpliv veta lokalno omejen na dve sosednji kategoriji. To pomeni, da lahko različne postavitve praga veta vplivajo na spremembo razvrstitve kvečjemu za eno kategorijo. Razporejanje alternativ je zato globalno precej bolj pogojeno s postavljenimi vrednostmi profilov.

Teorem:

Učinek veta je samo pri enem referenčnem profilu odvisen od praga veta v_j , pri vseh ostalih pa izključno od absolutne vrednosti profila $g_j(b_h)$.

Za $p \geq 2$ in maksimizirajoč kriterij so profili urejeni v naraščajočem vrstnem redu, tako da zanje velja $g_j(b_1) < g_j(b_2) < \dots < g_j(b_p)$ in $g_j(b_h) < g_j(b_{h+1}) - v_j < g_j(b_{h+1})$. Vrednost, ki pripada alternativni pri kriteriju x_j , se v splošnem nahaja na enem izmed intervalov $[g_j(b_{h-1}), g_j(b_h)]$; izjema sta intervala $[D_j^-, g_j(b_1)]$ in $[g_j(b_p), D_j^+]$, pri čemer sta D_j^- in D_j^+ spodnja in zgornja meja domene j -tega kriterija. Tedaj je h indeks edinega profila, pri katerem je veto odvisen od praga v_j . Očitno je namreč, da varianta ne glede na izbiro v_j ne more dobiti veta od spodnjih $h - 1$ zaporednih profilov, saj je:

$$g_j(a) > g_j(b_i), \forall i = 1, \dots, h - 1.$$

Analogno je razvidno, da nastopi veto pri zgornjih $p-h$ profilih za vsako dopustno vrednost v_j :

$$g_j(a) < g_j(b_h) \Rightarrow g_j(a) < g_j(b_i) - v_j, \forall i > h, \forall v_j < g_j(b_i) - g_j(b_{i-1}).$$

Potemtakem izbira višine praga veta v_j vpliva samo na uvrstitev v kategoriji C_h in C_{h+1} , zaradi česar se lahko pri poljubni spremembi vrednosti v_j uvrstitev vsake variante zamenja (poslabša ali izboljša) za največ eno kategorijo. Če ima prag v_j veliko moč, kar pomeni, da je blizu praga p_j , je alternativam, ki so z ozirom na kriterij x_j rahlo slabše od profila b_h , dodeljena nižja kategorija C_h . In obratno, če je v_j bolj oddaljen od p_j , je lahko tistim alternativam, ki so izrazito slabše od vrednosti $g_j(b_h)$, dodeljena kategorija C_{h+1} . Kadar odločitveni problem vključuje veliko razredov, ima prag veta zato globalno majhno vlogo.

Na podlagi teorema in njegovega dokaza postane očitno, da samodejna izpeljava uteži pri poljubno mnogo absolutnih preferenčnih profilih zaradi omejenega lokalnega vpliva veta ni smiselna. Vendarle pa je izvedljiva. Poiskati je potrebno profil, za katerega velja učinek veta. Če takšen profil obstaja, je upoštevan na enak način kot v primeru dihotomijskega sortiranja.

3.5.1.2 Razvrščanje alternativ na osnovi relativnih parnih primerjav

Pri razvrščanju alternativ od najboljše do najslabše na osnovi relativnih parnih primerjav je problem prilagoditve mehanizmov izpeljave uteži kriterijev zahtevnejši. Tedaj daje posamezna varianta glede na i -tega od n kriterijev veto nič ali večim drugim variantam. Ker je število alternativ m , je potrebnih za kombinacijo i -tega kriterija in j -te med njimi prav toliko stopenj nesoglasja. Tako je indeks $d_i(a_j)$, $i = 1, \dots, n$, $j = 1, \dots, m$ nadomeščen z m indeksi $d_i(a_j, a_k)$, $i = 1, \dots, n$, $j, k = 1, \dots, m$, ki odražajo mehko nasprotovanje nizu trditev: »Alternativa a_j je glede na kriterij x_i vsaj tako dobra kot alternativa a_k .« To pa pomeni eno dimenzijo več kot pri dihotomijskem sortiranju oziroma skupno tri dimenzije. Z njimi se je moč soočiti na naslednja načina:

- z neposredno obravnavo vseh dimenzij, to je z ostrenjem mehke relacije veta v triraz-sežnem prostoru;
- z redukcijo na dve dimenziji ob uporabi mehkega agregacijskega operatorja.

Upoštevan je drugi pristop, ker je prvi računsko težavnejši in zahteva izrazitejšo prilagoditev metod za izpeljavo uteži. Definirana je preslikava

$$d_i(a_j, a_k) \rightarrow d_i(a_j),$$

ki privede do klasične dvodimenzionalne relacije veta z interpretacijo: »Kriterij x_i daje veto alternativni a_j .« Le-ta izhaja iz dejstva, da pri uteževanju ne gre za merjenje vpliva alternativ, temveč kriterijev. Ni namreč pomembno, koliko alternativ in s kakšno intenzivnostjo izloča isto alternativo a_j oziroma kako posamezna alternativa a_k izloča ostale v smislu moči alternativ, ampak zgolj v smislu moči kriterijev. Iz tega razloga je za kriterij bistveno:

1. koliko alternativam da veto;
2. koliko alternativ izloči z vetom glede na eno alternativo a_k in s kakšno intenzivnostjo;
3. z ozirom na koliko alternativ izloči eno alternativo a_j in s kakšno intenzivnostjo;
4. koliko drugih kriterijev da veto isti alternativni a_j .

Jasno je, da je kriterij močen, če:

- izloči z vetom veliko alternativ;
- ne dajejo veta istim alternativam tudi ostali kriteriji ali je njihov veto šibek;
- posamezno alternativo a_j glede na njega izloči veliko drugih alternativ a_k ;

Kot posledica nesimetrije

$$a_j V_i a_k \Rightarrow \neg(a_k V_i a_j)$$

sta druga in tretja postavka soodvisni. Prav tako je od njiju odvisna prva postavka, zadnjo pa razrešujeta že v sklopu dihotomijskega sortiranja definirani metodi izpeljave selektivnih moči in indeksov dominance. Zato sme biti postopek redukcije dimenzionalnosti poenostavljen na osnovi dejstva, da kriterij izloča alternativo a_j prek drugih alternativ a_k , tako da je $k = 1, \dots, m$ in $j \neq k$. Če torej vseh $m - 1$ alternativ da veto alternativni a_j glede na kriterij x_i , ima le-ta veliko selektivno moč nad a_j . Potemtakem je možno agregirati matrike veta z mehkim operatorjem. Zanj je izbran Wernersov mehki »ali«:

$$d_i(a_j) = \gamma \cdot \max_{k=1..m} d_i(a_j, a_k) + (1 - \gamma) \cdot \frac{\sum_{k=1..m} d_i(a_j, a_k)}{m},$$

kjer ima vezni člen vrednost $\gamma = 0.5$. Kompenzacija med maksimumom in povprečjem je nujna, ker sta z njo odpravljeni dve težavi:

- Lahko se zgodi, da izloči glede na kriterij x_i s stopnjo veta v_1 alternativo a_1 samo alternativa a_k , alternativo a_2 pa s stopnjo veta v_2 več različnih alternativ. Če je vrednost

v_2 neznatno nižja od v_1 in je apliciran le operator logičnega maksimuma, je kriterij x_i selektivnejši za a_1 kakor za a_2 . To pa ni smiselno, ker je slednja alternativa v parnih primerjavah dominirana večkrat.

- Močnejše je nesoglasje, bolj je relevantno. Zato srednja vrednost nekaj šibkih stopenj veta ne sme nadomestiti izrazitega veta izključno ene alternative. To pa pomeni, da operator povprečja ne zadošča.

Zgornja funkcija torej izraža mehki veto kriterija x_i na ustreznost alternative a_j . Veto je zrcaljen skozi stopnje nestrinjanja vsake od preostalih $m - 1$ alternativ s prednostjo a_j pred njo izključno ob upoštevanju kriterija x_i . Dobljena je dvodimenzionalna matrika veta V , ki ima identične elemente in interpretacijo kot pri dihotomijskem sortiranju. To omogoča dosledno uporabo pristopov, definiranih v podpoglavju 3.4.

3.5.2 Vpeljava učinka veta v večatributno funkcijo koristnosti

3.5.2.1 Koncepti prednostne relacije

Dva izmed temeljnih pristopov k odločitveni analizi sta prednostna relacija (Roy, 1996; Vincke, 1992) in teorija koristnosti (Keeney in Raiffa, 1976). Prva izhaja iz treh bistvenih konceptov, katerih slednja ne upošteva (Stewart in Losa, 2003). To so:

- konstruktivizem,
- nekompenzacija in delna kompenzacija na osnovi učinka veta ter
- neprimerljivost alternativ.

Šele v zadnjih letih so se pojavile prve težnje po nadgradnji teorije koristnosti z omenjenimi koncepti. Stewart in Losa sta podala kar nekaj idej in formalnih izhodišč. Vendar le-ta po večini niso podprta z metodološkimi rešitvami ali imajo aplikativne pomanjkljivosti, zaradi česar njihova praktična uporaba ni mogoča. Pričujoče delo zapolnjuje to vrzel. Osredotoča se zlasti na koncept delne kompenzacije in popolne nekompenzacije.

3.5.2.1.1 Konstruktivizem

Izhodišče teorije koristnosti je dogma racionalnega obnašanja. Njeni aksiomi razvrstljivosti, kontinuitete, zamenljivosti, monotonosti in redukcije sestavljenih loterij so obravnavani kot

strategija, katere naj bi se ljudje držali pri sprejemanju razumnih odločitev. Zagotovili naj bi takojšnjo in neoporečno veljavnost modeliranih preferenc. Vendar dosedanje raziskave niso razkrile indikatorjev, da bi odločevalci pri svojih dejanjih aplicirali takšne mere koristnosti, kot jih vpeljujejo aksiomi. Poleg tega so le-ti vezani na pojem loterije, ki predstavlja nabor izidov s pripadajočimi verjetnostmi nastopa. Zato ima specifikacija funkcije koristnosti značaj tveganja, ki pa ni skladen z dejanskim tveganjem, prisotnim v dani problemski situaciji.

Filozofija konstruktivizma po drugi strani predpostavlja omejeno racionalnost. Glede na njo niso posameznikove presoje niti povsem definirane niti stabilne, kar pomeni, da ob pričetku postopka odločanja zaradi pomanjkljivega znanja o problemski situaciji ne morejo biti dobro podane ter da se spreminjajo skozi čas. Takšna izhodišča pa zahtevajo dinamično izvajanje preferenc. Zato se model stvarnosti neprenehoma prilagaja in razvija. Vhodne informacije se lahko kadarkoli spremenijo in poskrbijo za od konteksta odvisno predstavitev problema, ki je rezultat učenja. Težava je, da je v posamezni iteraciji nujno utemeljiti preskriptivno veljavnost kvantitativnega modela ter njegovo sprejemanje s strani odločevalca. Gre za zahtevno nalogo, za katero ni vedno jasno, kako k njej pristopiti.

3.5.2.1.2 Delna in popolna nekompenzacija na osnovi učinka veta

Agregacija z večatributno funkcijo koristnosti ima značilnost popolne kompenzacije. Zaradi nje je lahko poljubna pomanjkljivost pri enem kriteriju nadomeščena z ugodnimi vrednostmi pri ostalih kriterijih, če so te dovolj izrazite. Jasno je, da v praksi takšen pristop pogosto ni ustrezen, ker je nujno preprečiti izbiro alternativ z zelo slabimi, potencialno nesprejemljivimi kriterijskimi vrednostmi.

Metode, osnovane na prednostni relaciji, vpeljujejo pragove, ki tvorijo psevdokriterij. Pragova indifferenca q_j in preference p_j dovoljujeta majhno kompenzacijo slabosti pri nekaj kriterijih s prednostmi pri drugih kriterijih. Vendar celo znatne pridobitve pri nekaterih atributih nimajo pravice do nadomestitve nedopustnih izgub. Z namenom preprečevanja kompenzacije takšnih pomanjkljivosti, do katerih pride, če je alternativa boljša od druge pri podmnožici kriterijev, toda bistveno slabša pri najmanj enem od preostalih kriterijev, je definiran prag veta v_j . To je največja pozitivna razlika med variantama a in b glede na kriterij x_j , pri kateri a neodvisno od $X \setminus \{x_j\}$ ni več obravnavana kot boljša od b : $b \succ_j a \Leftrightarrow g_j(a) \leq g_j(b) - v_j$.

Pragova q_j in p_j omogočata koncept skladnosti, ki je imenovan tudi pravilo večine ter temelji na uteževanju in kompenzacijskem združevanju kriterijev. Prag v_j pa je odgovoren za koncept nesoglasja, ki predstavlja pravilo manjšine in z absolutnim, nenadomestljivim učinkom skrha ali celo ovrže verodostojnost pravila večine. Nesoglasje je zasnovano kot pomembno orodje v modeliranju delne ali popolne nekompenzacije. Prag v_j tako opredeljuje pogoje, pod katerimi lahko nesoglasen kriterij sam, brez upoštevanja kateregakoli drugega kriterija, uveljavi veto na prednostni relaciji. Če je torej vrednost v_j pri vsaj enem kriteriju x_j presežena, je zahtevana negacija prednostnih relacij, izpeljanih za $X \setminus \{x_j\}$. Motivacija za negacijo leži v dejstvu, da v stvarnih problemih alternative, ki imajo izrazito slabe vrednosti, niso vzete v obravnavo ali so spremenjene/prilagojene z namenom izboljšave vrednosti.

Zaradi kompenzacijske narave sta pragova q_j in p_j obravnavana kot preferenčna informacija znotraj posameznega kriterija, medtem ko ima prag veta v_j nekompenzacijski, absolutni in izključno negativni učinek ter je zato pojmovan kot medkriterijska preferenčna informacija. Natančna določitev pragov je zelo težavna in jo nekoliko lajšajo nekatera priporočila, ki pa so na splošno veljavna le za omejen tip problemov (Rogers in Bruen, 1998a). Dodatna pomanjkljivost koncepta delne kompenzacije v sklopu metod, temelječih na prednostni relaciji, je nezvezno spreminjanje ocene alternative, če se izboljšujejo njene kriterijske vrednosti.

3.5.2.1.3 Neprimerljivost alternativ

Prvi in najpomembnejši aksiom teorije koristnosti uvaja razvrstljivost. Le-ta zahteva obstoj linearne in tranzitivne preferenčne relacije med možnimi izidi loterije oziroma alternativami. Če označuje $u(a) \geq u(b)$, da je alternativa a bolj ali enako zaželjena kot alternativa b , velja:

$$u(a) \geq u(b) \vee u(b) \geq u(a) \text{ (linearnost),}$$

$$u(a) \geq u(b) \wedge u(b) \geq u(c) \Rightarrow u(a) \geq u(c) \text{ (tranzitivnost).}$$

Zaradi teh lastnosti se nahaja par alternativ (ali analogno izidov) v eni od dveh relacij:

$$u(a) \geq u(b) \wedge \neg(u(b) \geq u(a)) \Rightarrow u(a) P u(b) \text{ (preferenca),}$$

$$u(a) \geq u(b) \wedge u(b) \geq u(a) \Rightarrow u(a) I u(b) \text{ (ekvivalenca, indiferenca).}$$

Kompleksni odločitveni problemi pogosto vključujejo konfliktna kriterija oziroma cilje, saj so numerične vrednosti alternativ podvržene nenatančnosti, negotovosti in nedoločenosti. Ti trije pojavi so posledica težavnega podajanja subjektivnih in objektivnih preferenčnih informacij

kakor tudi dejstva, da se vrednosti parametrov s časom spreminjajo. Upoštevata jih koncepta psevdokriterija in prednostne relacije, ki ne zahtevata značilnosti linearnosti in tranzitivnosti, temveč dovoljujeta neprimerljivost:

$$\neg(u(a) \geq u(b)) \wedge \neg(u(b) \geq u(a)) \Rightarrow u(a) R u(b).$$

Neprimerljivost lahko privede do uporabnih rezultatov tudi takrat, kadar ostale metode – kot recimo funkcija koristnosti – zavoljo dvomljivih podatkov odpovejo. V takšnih situacijah je namreč analiziranje »točnih« števil, ki so vsiljena in nestvarna, poenostavitev problema.

3.5.2.2 Obstoječe rešitve vpeljave veta v funkcijo koristnosti

Stewart in Losa sta razpravljala o treh rešitvah integracije učinka veta v večatributno funkcijo koristnosti. Prva sloni na definiciji praga minimalne sprejemljivosti za posamezen kriterij. Katerakoli alternativa, ki tega postavljenega praga veta ne dosega, je izločena iz nadaljnje ocenitve, temelječe na večatributni funkciji koristnosti. Pristop je znan že zelo dolgo, saj gre za eno najosnovnejših tehnik odločanja brez povezovanja kriterijev. Je korekten in se v praksi veliko uporablja, vendar ima več pomanjkljivosti:

- odločitveni postopek razpade na dva dela, zaradi česar ni nujno, da so vse alternative obravnavane na enoten način, saj so nekatere od njih zavržene še pred ocenitvijo s funkcijo koristnosti;
- ni podprt koncept delne nekompenzacije oziroma delnega veta, ki izhaja iz metod na temelju prednostne relacije in psevdokriterija ter dovoljuje kvantitativno ocenitev, pri kateri je varianta samo do neke mere neustrezna;
- prag veta je praviloma specificiran na podlagi predhodnega pregleda razpoložljivih alternativ in ne glede na razumno neodvisno absolutno ali relativno mejo ustreznosti;
- teoretično se lahko zgodi, da ni nobena alternativa sprejemljiva pri vseh kriterijih.

Druga možna rešitev usmerja odločevalca k modeliranju delnih funkcij koristnosti ustreznih oblik. To pomeni takšno definicijo posamezne enoatributne funkcije, da je le-ta na določenem odseku izrazito strma. Dovolj velik naklon simulira učinek veta, ker povzroči upornost do slabših alternativ. Tem je prirejena zelo majhna delna koristnost, kar se odraži v nizki skupni oceni in posledično tudi skromni verjetnosti izbire. Ker pa je preskok funkcije skoraj hipen, so lahko le neznatno boljše alternative, ki že presegajo prag ustreznosti, ovrednotene s precej večjo enoatributno koristnostjo, zaradi česar ohranijo možnost končne izbire.

Toda tudi nekompenzacijski intervali enoatributne funkcije koristnosti v praksi niso uporabni iz dveh bistvenih razlogov:

- čeprav je simuliran vpliv veta, ni nobenega eksplicitnega zagotovila, da ni modelirana oblika funkcije povsem namerna in nepovezana z vetom, ker je zgolj odraz dejanskih odločevalčevih preferenc;
- hiter in velik skok koristnosti prekomerno reducira razločevalno informacijo za tiste alternative, ki niso podvržene vetu – ker gre večina razločevalne informacije v veto, se variante, ki niso zaradi njega nesprejemljive, zgolj zanemarljivo razlikujejo med seboj.

Koncept delne nekompenzacije je lahko vpeljan tudi v obliki kriterija veta, ki ima lokalni učinek in za katerega je definirana delna funkcija koristnosti. Na ta način je skupna koristnost neustrezne variante še dodatno zmanjšana, neredko pod mejo sprejemljivosti, vendar pa ne more biti nikdar čisto izničena. Posamezen kriterij veta je namreč zgolj komplement nekemu klasičnemu kriteriju, zaradi česar mora biti utežen. Posledično je njegov vpliv močno pogojen z utežjo. Če je le-ta nizka, nekompenzacijski učinek ni zadosten. V nasprotnem primeru pa pride do odžiranja uteži ostalim regularnim kriterijem, kar povzroči upadanje razločevalnosti primernih alternativ.

Z namenom premostitve omenjenih pomanjkljivosti je vpeljan izviren pristop k obravnavi neustreznih in zgolj delno neustreznih alternativ. Izhaja iz zadnje navedene rešitve, vendar pa kriterijem veta ne pripiše lokalnega, temveč izključno globalni vpliv. To se odraža na modelu združevanja, ki je soroden agregaciji v metodah iz družine ELECTRE.

3.5.2.3 Definicija kriterija veta in agregacijskega modela

Že v predhodnem podpoglavju je bil opredeljen pomen delne in popolne nekompenzacije na podlagi učinka veta. Pojasnjeno je bilo, da:

- mora biti učinek veta modeliran v sklopu enotnega modela agregacije in nikakor ne z ločeno aplikacijo odločitvenih metod brez povezovanja kriterijev, saj lahko samo na ta način zagotovi delno nekompenzacijo in transparentno enolično ocenitev alternativ;
- mora biti vpliv veta modeliran na globalnem nivoju, ker le pod tem pogojem omogoči pravilno delno nekompenzacijo, brez da bi oslabil razločevalnost ustreznih alternativ.

3.5.2.3.1 Kriterij veta

Kriterij veta mora biti modeliran v skladu s konceptualnimi osnovami specifikacije običajne kompenzacijske enoatributne funkcije koristnosti, tako da so kriterijske vrednosti alternativ preslikane na interval $[0, 1]$. Preslikava je monotona in ima praviloma eno izmed štirih oblik – nevtralno linearno, nevtralno sigmoidno, konveksno eksponentno, ki zrcali iskanje tveganja, ali konkavno eksponentno, ki odraža izogibanje tveganju. Lahko je tudi odsekoma zvezna.

Funkcija veta je specificirana bodisi neposredno bodisi ob upoštevanju formalnega, z aksiomi podprtega koncepta gotove ekvivalence. Najprej sta identificirani najboljša nesprejemljiva kriterijska vrednost, ki dobi maksimalen možen veto $v_j(x') = 1$, in najslabša še sprejemljiva vrednost, ki ne dobi veta in ji je zato prirejena stopnja $v_j(x'') = 0$. Ti ekstremni točki funkcije tvorita standardno preferenčno loterijo L_S , ki omogoča, da so po konceptu gotove ekvivalence z zaporedjem iterativnih korakov izražene stopnje veta vseh preostalih kriterijskih vrednosti $x'' \geq x \geq x'$, pri čemer označuje operator $\geq$ prednost. Za vsako vrednost x obstaja verjetnost p_S , pri kateri je odločevalec neopredeljen med gotovo izbiro x in loterijo L_S . Ta verjetnost p_S podaja stopnjo veta $v_j(x)$. Postopek njene določitve zagotovi linearni in tranzitivni vrstni red, v katerem obstajata samo relaciji stroge prednosti in enakovrednosti.

Jasno je, da x' in x'' nista nujno spodnja in zgornja meja definicijskega območja funkcije veta. Poljubni vrednosti $x \leq x'$ je prirejena največja stopnja veta $v_j(x) = 1$, medtem ko je vrednost $x \geq x''$ preslikana v stopnjo $v_j(x) = 0$. Prva možnost je imenovana tudi strogi veto in modelira učinek popolne nekompenzacije, šibki veto $0 > v_j(x) > 1$ pa povzroči delno nekompenzacijo, katere posledica ni neposredna izločitev alternative, temveč krhanje njene verodostojnosti s preprečevanjem preizrazite nadomestitve le pogojno dopustnih slabosti. Skok med stopnjama $v_j(x) = 0$, ki ne odraža nesoglasja, in $v_j(x) = 1$, ki zrcali strogo nesoglasje, sme biti tudi hipen. Tedaj je lahko vpliv kriterija samo povsem nekompenzirajoč.

Med običajnim kriterijem in kriterijem veta obstajata dve bistveni razliki:

- Klasičen kriterij je upoštevan na lokalnem nivoju. Zato je strukturiran v drevesno hierarhijo, utežen in agregiran z ostalimi kriteriji iste hierarhične skupine. Kriterij veta pa je obravnavan globalno. Posledično ima absoluten vpliv in ni utežen. Agregiran je na najvišjem hierarhičnem nivoju, kar pomeni, da ne rabi biti strukturiran. Vendar je njegova uvrstitev v drevesno hierarhijo z namenom izboljšanja preglednosti na osnovi organiziranja kriterijev kljub temu dovoljena in tudi priporočena.

- Koristnost, ki jo modelirajo klasični kriteriji, ima pozitiven značaj, zaradi česar si odločevalci prizadevajo za njeno maksimizacijo. Po drugi strani ima veto negativen značaj, zaradi česar se ga morajo odločevalci truditi minimizirati. Iz tega razloga bi bila nadvse zanimiva empirična raziskava, ki bi razkrila razlike med človeškimi vzorci specifikacije funkcij koristnosti in veta.

3.5.2.3.2 Agregacijski model

Kar preostane, je definicija ustreznega agregacijskega modela, ki upošteva učinek veta in posledično delne nekompenzacije na globalnem nivoju. Ta model se zgleduje po agregaciji v metodah iz družine ELECTRE. Najprej izračuna skupno koristnost alternative z upoštevanjem izključno kompenzacijskih kriterijev, nato pa le-to pomnoži s produktom inverznih stopenj veta vseh nekompenzacijskih kriterijev:

$$\sigma(a_i) = u(a_i) \cdot \prod_{j=1..n} (1 - v_j(a_i)),$$

pri čemer je $\sigma(a_i)$ končna vrednost alternative a_i , $u(a_i)$ njena skupna koristnost, izračunana prek poljubno mnogo nivojev agregacije kompenzacijskih kriterijev, $v_j(a_i)$ stopnja veta za j -ti kriterij veta in n število kriterijev veta. Povsem razumljivo je, da je pri hierarhičnem izračunu skupne koristnosti $u(a_i)$ možno uporabiti poljubne dekompozicijske predpise, kot na primer uteženo aditivno dekompozicijo:

$$u(a_i) = \sum_{j=1..n} w_j \cdot u_j(a_i)$$

ali multiplikativno dekompozicijo:

$$1 + W \cdot u(a_i) = \prod_{j=1..n} (1 + W \cdot w_j \cdot u_j(a_i)),$$

kjer sta $u(a_i)$ in $u_j(a_i)$ funkciji skupne oziroma delne koristnosti, $0 < w_j < 1$ skalirne konstante ali uteži kriterijev ter W globalna skalirna konstanta, določena pri multiplikativni kompoziciji, saj je vsota uteži w_j v splošnem različna od 1.

Če veto za noben kriterij veta nima učinka, so členi v zgornjem produktu enaki 1 in je končna ocena alternative enaka njeni skupni večkriterijski koristnosti. Če da najmanj en kriterij veta alternativni strogi veto ($\exists v_j(a_i) = 1$), vrne produkt vrednost (oceno) 0, kar pomeni, da je zaradi popolne nekompenzacije alternativa povsem neprimerna. Kadar pa pride do šibkega veta in

posledično do delne nekompenzacije ($0 < v_j(a_i) < 1$ za vsaj en kriterij x_j), je v končni oceni koristnost zmanjšana, kar lahko povzroči znaten padec ustreznosti alternative in rezultira v manj ugodni razvrstitvi le-te ali v njeni uvrstitvi v slabšo kategorijo.

3.5.2.3.3 Izpolnjevanje formalnih pogojev teorije koristnosti

Koncept kriterija veta ter operator agregacije delnih koristnosti in stopenj veta sta upravičena le, če je zadoščeno lastnostim linearnosti, tranzitivnosti in monotonosti kakor tudi pogojem neodvisnosti. Dokaz izpolnjevanja prvih dveh zahtevanih lastnosti je trivialen in je zato na tem mestu izpuščen. Monotonost agregacije je posledica monotonosti posameznih členov. V kolikor se $u_j(a_i)$ zvišuje, raste tudi $u(a_i)$ in posledično $\sigma(a_i)$. Obratno stopnja $\sigma(a_i)$ obvezno pada ali ostaja enaka pod pogojem, da se zvišuje $v_j(a_i)$. Torej gre za šibko monotonost, ker je agregirana vrednost konstantna ali odraža trend spreminjanja členov. Jasno je, da so delne funkcije koristnosti $u_j(a_i)$ monotone, povsem enako pa velja tudi za funkcije veta $v_j(a_i)$, saj so specificirane na osnovi aksioma kontinuitete oziroma gotove ekvivalence. Tako obstaja za stopnji $v_j(a) > v_j(b)$ in verjetnosti $p' > p''$ med dvema loterijama relacija:

$$[p'', v_j(a); (1-p''), v_j(b)] \succ [p', v_j(a); (1-p'), v_j(b)],$$

ki pravi, da je v primeru, ko dve loteriji rezultirata v istih vetih, boljša tista loterija, ki da večji veto z manjšo verjetnostjo.

Ker so kriteriji veta formalizirani po zgledu običajnih kriterijev, je omogočeno izpolnjevanje treh temeljnih teoretičnih pogojev (Zeleny, 1982). Vse delne funkcije koristnosti naj bi tako zadostile vrednostni in preferenčni neodvisnosti. Za funkcije veta slednja ne velja, ker zaradi nekompenzacijskega učinka ni smiselno niti barantanje niti uteževanje. Prav tako je v danem kontekstu prvi pogoj preimenovan v neodvisnost veta. Definicije tipov neodvisnosti, ki jih je odločevalec dolžen samostojno zagotoviti pri modeliranju problemske situacije, so:

- Kriterija x in y sta *preferenčno neodvisna* od kriterija z , če barantanje glede vrednosti x in y ni pogojeno s koristnostjo ali stopnjo veta z .
- Kriterij x je *vrednostno neodvisen* od kriterija y , če njegove preferenčne loterije niso pogojene s koristnostjo ali stopnjo veta y .
- Kriterij x izpolnjuje *neodvisnost veta* z oziroma na kriterij y , če loterije med stopnjami veta za x niso pogojene s koristnostjo ali stopnjo veta y .

3.6 Predstavitev postopka na praktičnih primerih

Kot je bilo pojasnjeno v predhodnih podpoglavjih, je možno definirane metodološke rešitve in mehanizme, ki tvorijo koherenten odločitveni postopek, uporabiti pri avtonomnih večagentnih pogajanjih, moderiranem iskanju skupinskega konsenza, individualnem odločanju in določitvi uteži kriterijev. Praktična primera za posameznega odločevalca in za iskanje konsenza sta bila podana v magistrskem delu (Bregar, 2002). V pričujočem podpoglavju sta zato ponazorjena postopka samodejnega pogajanja in ocenitve alternativ z večatributno funkcijo koristnosti ob upoštevanju vpliva veta. Zaradi poglobljene analize učinkovitosti metod izpeljave uteži pa je iz magisterija dodatno povzet zgled izračuna selektivnih moči in indeksov dominance.

3.6.1 Integrativno pogajanje

Kljub temu da je lokalizacija na osnovi dvokategorijskega sortiranja še posebej prikladna za velike nabore alternativ, je postopek predstavljen na sorazmerno majhnem problemu. Recimo, da izbiramo podizvajalca za projekt razvoja informacijskega sistema. Zaradi nazornosti se omejimo zgolj na pet kriterijev:

- x_1 – zahtevano plačilo za opravljeno delo,
- x_2 – čas, potreben za dokončanje projekta,
- x_3 – število do sedaj opravljenih kompleksnih projektov,
- x_4 – izkušnje s sorodnimi aplikacijami,
- x_5 – razpoložljivost ustreznih tehnologij.

Kriterija x_1 in x_2 sta minimizirana, preostali trije pa maksimizirani. Njihove zvezne domene so:

- $D_1 = [10..60]$ v tisočih evrih,
- $D_2 = [100..300]$ v dnevih,
- $D_3 = [0..100]$ v številu projektov,
- $D_4 = [0..100]$ v ocenitvenih točkah,
- $D_5 = [0..100]$ v ocenitvenih točkah.

Na voljo naj bo osem alternativ.

	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8
x_1	40	22	40	42	17	45	32	25
x_2	230	240	190	160	210	240	220	180
x_3	55	40	25	55	35	50	40	40
x_4	60	55	55	50	90	40	50	80
x_5	70	80	70	70	60	60	60	90

Predpostavimo, da je v postopek odločanja vpetih šest enakopravnih ljudi, ki so označeni z DM_k . Zedinijo se glede stopnje reza $\lambda=0.5$ in praga robustnosti $\psi=0.3$. Njihovi preferenčni parametri so zbrani v tabeli, pri čemer so meje uteži izpuščene, ker je optimizacijski algoritem uspel opraviti vse zahtevane prerazporeditve alternativ brez prilagajanja uteži. Prvi, četrti, peti in šesti odločevalec so neposredno specificirali izhodiščne kriterijske vrednosti profila, pragov in uteži ter njihove omejitve. To jim je naložilo znatno miselno breme. Nasprotno sta drugi in tretji odločevalec zmanjšala potreben trud za izražanje presoje z upoštevanjem štirih možnosti, ki jih dopušča vpeljana metoda:

1. Podala sta samo izhodiščne kriterijske vrednosti profila, ne pa tudi dopustnih spodnjih in zgornjih mej. V takšnem primeru išče optimizacijski algoritem pri razdružitveni analizi, vezani na ponovno sortiranje alternativ, ustrezen profil v celotnem prostoru vrednosti, pri čemer ga omejujejo izključno dovoljeni intervali pragov.
2. Za vseh pet kriterijev sta upoštevala enotne izhodiščne vrednosti in omejitve pragov. Razlike, ki jih je moč opaziti za kriterija x_1 in x_2 , so zgolj posledica ožje/širše domene, linearnega zamika intervala za 10 oziroma 100 ter minimizacije preferenc.
3. Odločevalec DM_2 je določil le spodnje in zgornje meje dovoljenih intervalov pragov, začetne vrednosti pa je njegov osebni agent PA_2 samodejno izbral kot središčne točke.
4. Odločevalec DM_3 je izrazil vrednosti in meje pragov relativno v odvisnosti od profila b na osnovi razpoložljivih lingvističnih modifikatorjev, katerih uporaba je razvidna iz tabele. Za pragove indifferenc, preference, nesoglasja in veta je upošteval izhodiščne razpone 1 dB, 1.5 dB, 2 dB in 2.5 dB.

	q_j	q_j^-	q_j^+	p_j	p_j^-	p_j^+
ς	šibek	zelo šibek	močen	močen	šibek	zelo močen
Ω	0.4	0.2	0.8	0.8	0.4	1
	u_j	u_j^-	u_j^+	v_j	v_j^-	v_j^+
ς	močen	zmeren	zelo močen	močen	zmeren	zelo močen
Ω	0.8	0.6	1	0.8	0.6	1

		b_j	b_j^-	b_j^+	q_j	q_j^-	q_j^+	p_j	p_j^-	p_j^+	u_j	u_j^-	u_j^+	v_j	v_j^-	v_j^+	w_j
DM ₁	x_1	30	20	35	3	0	5	7	5	10	12	7	15	17	10	20	0.30
	x_2	140	120	160	10	0	20	20	10	40	30	30	60	50	40	60	0.20
	x_3	40	30	50	6	0	10	14	10	20	22	15	30	30	20	30	0.15
	x_4	70	55	85	0	0	10	10	5	20	20	15	30	30	20	30	0.20
	x_5	70	55	85	2	0	10	10	5	20	10	5	30	20	15	30	0.15
DM ₂	x_1	35	–	–	2	0	4	6	4	8	7	5	12	15	10	20	0.20
	x_2	220	–	–	8	0	16	24	16	32	30	20	50	60	40	80	0.20
	x_3	40	–	–	4	0	8	12	8	16	15	10	25	30	20	40	0.20
	x_4	40	–	–	4	0	8	12	8	16	15	10	25	30	20	40	0.20
	x_5	60	–	–	4	0	8	12	8	16	15	10	25	30	20	40	0.20
DM ₃	x_1	30	–	–	3	1	6	9	4	12	13	9	17	17	12	23	0.25
	x_2	180	–	–	12	6	24	38	18	50	54	38	70	70	50	94	0.25
	x_3	60	–	–	6	3	12	19	9	25	27	19	35	35	25	47	0.10
	x_4	60	–	–	6	3	12	19	9	25	27	19	35	35	25	47	0.20
	x_5	60	–	–	6	3	12	19	9	25	27	19	35	35	25	47	0.20
DM ₄	x_1	45	30	50	2	1	4	5	3	7	10	7	15	12	10	15	0.10
	x_2	220	180	240	8	4	16	20	12	28	40	30	60	50	40	60	0.10
	x_3	50	40	60	6	2	10	15	10	25	25	15	30	35	25	40	0.20
	x_4	60	50	70	6	2	10	15	10	25	25	15	30	35	25	40	0.30
	x_5	70	60	80	6	2	10	15	10	25	25	15	30	35	25	40	0.30
DM ₅	x_1	35	30	40	2	0	5	7	5	10	12	10	15	15	12	20	0.20
	x_2	140	110	170	16	10	30	36	30	50	60	50	70	80	70	90	0.25
	x_3	70	55	85	5	0	10	15	10	25	25	20	30	40	35	45	0.25
	x_4	50	40	60	0	0	10	10	10	20	20	20	30	30	25	40	0.20
	x_5	40	30	50	0	0	5	10	5	15	20	15	25	30	25	40	0.10
DM ₆	x_1	25	18	32	2	1	5	7	5	10	12	10	15	17	15	20	0.40
	x_2	200	180	220	6	0	16	20	10	30	40	30	50	50	40	70	0.10
	x_3	35	20	50	3	0	8	10	5	15	15	15	25	20	20	35	0.10
	x_4	60	50	70	3	0	8	15	10	20	20	20	30	35	30	40	0.20
	x_5	50	40	60	3	0	8	10	5	15	20	15	25	30	20	35	0.20

Osební agenti PA_k pošljejo preferenčne parametre odločevalcev DM_k , ki jih zastopajo, v XML obliki analitično-posredniškemu agentu. Le-ta je odgovoren za sortiranje alternativ, izračun stopenj robustnosti, kompromisa, konsenza in strinjanja, izbiro najbolj nesoglasnega agenta, zmožnega integrativne prilagoditve skupini, ter prerazporeditev alternativ z indukcijo novih neobčutljivih vrednosti parametrov. Najprej izračuna mehke ter stroge prednostne relacije. Prve so predstavljene s stopnjami $\sigma^k(a_i)$, kjer je $k=1, \dots, o$ indeks odločevalca in $i=1, \dots, m$ indeks alternative. Druge so dobljene iz prvih z λ -rezom.

	Mehke prednostne relacije						Stroge prednostne relacije					
	PA ₁	PA ₂	PA ₃	PA ₄	PA ₅	PA ₆	PA ₁	PA ₂	PA ₃	PA ₄	PA ₅	PA ₆
a_1	0.000	0.688	0.283	0.542	0.000	0.200	0	1	0	1	0	0
a_2	0.000	0.725	0.254	0.522	0.000	0.548	0	1	0	1	0	1
a_3	0.000	0.600	0.000	0.500	0.000	0.174	0	1	0	1	0	0
a_4	0.225	0.750	0.417	0.492	0.300	0.000	0	1	0	0	0	0
a_5	0.000	0.700	0.592	0.542	0.083	0.886	0	1	1	1	0	1
a_6	0.000	0.267	0.033	0.233	0.000	0.000	0	0	0	0	0	0
a_7	0.000	0.588	0.292	0.372	0.000	0.306	0	1	0	0	0	0
a_8	0.316	0.900	0.692	0.856	0.333	0.764	0	1	1	1	0	1

Analitično-posredniški agent nato izračuna stopnje robustnosti $r^k(a_i)$.

	PA ₁	PA ₂	PA ₃	PA ₄	PA ₅	PA ₆
$r^k(a_1)$	1.000	0.263	0.434	0.145	1.000	0.608
$r^k(a_2)$	0.443	0.399	0.225	0.102	1.000	0.020
$r^k(a_3)$	1.000	0.053	1.000	0.000	1.000	0.742
$r^k(a_4)$	0.413	0.194	0.202	0.092	0.246	1.000
$r^k(a_5)$	0.357	0.345	0.044	0.115	0.321	0.436
$r^k(a_6)$	1.000	0.541	1.000	0.366	1.000	1.000
$r^k(a_7)$	1.000	0.288	0.422	0.172	1.000	0.231
$r^k(a_8)$	0.172	0.724	0.263	0.408	0.142	0.439

Alternative so lahko razvrščene glede na število glasov, ki jih prejmejo.

v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6	v_7	v_8
2	3	2	1	4	0	1	4

Ker se alternative po stopnji kompromisa med seboj precej razlikujejo, konsenz ni dosežen. Zato je potrebno usmeriti skupino, kar je storjeno na podlagi izračuna stopenj konsenza ter strinjanja. Za primer naj bo upoštevana varianta a_5 :

$$v_5^+ = v_5 = 4,$$

$$v_5 = \max(v_5^+, v_5^-) = \max(v_5^+, o - v_5^+) = \max(4, 6 - 4) = 4,$$

$$z_5 = \frac{v_5 - \rho}{o - \rho} = \frac{4 - 3}{6 - 3} = \frac{1}{3}, \text{ pri čemer je } \rho = \left\lfloor \frac{o}{2} \right\rfloor.$$

Analogno so dobljene vrednosti vseh ostalih indeksov z_i .

z_1	z_2	z_3	z_4	z_5	z_6	z_7	z_8
0.333	0.000	0.333	0.667	0.333	1.000	0.667	0.333

Delne stopnje konsenza z_i so združene v skupno:

$$Z = \gamma \cdot \min_{i=1..8} z_i + (1 - \gamma) \cdot \frac{\sum_{i=1..8} z_i}{8} = 0.458 \text{ ob predpostavki, da je } \gamma = 0.$$

Še bolj pomembne so stopnje strinjanja. Prvi odločevalec uvrsti alternativo a_5 v kategorijo C^- , torej je soglasen z enim samim članom skupine, preostalim štirim pa nasprotuje:

$$\zeta_5^1 = \frac{\nu_5^- - 1}{o - 1} = \frac{2 - 1}{6 - 1} = \frac{1}{5}, \text{ ker je } a_5 \in C_1^-.$$

Na ta način je izračunanih $o \cdot m$ delnih, s funkcijskim predpisom mehkega povprečja z $\gamma = 0.5$ pa še o skupnih stopenj strinjanja.

	PA ₁	PA ₂	PA ₃	PA ₄	PA ₅	PA ₆
ζ_1^k	0.600	0.200	0.600	0.200	0.600	0.600
ζ_2^k	0.400	0.400	0.400	0.400	0.400	0.400
ζ_3^k	0.600	0.200	0.600	0.200	0.600	0.600
ζ_4^k	0.800	0.000	0.800	0.800	0.800	0.800
ζ_5^k	0.200	0.600	0.600	0.600	0.200	0.600
ζ_6^k	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
ζ_7^k	0.800	0.000	0.800	0.800	0.800	0.800
ζ_8^k	0.200	0.600	0.600	0.600	0.200	0.600
ζ^k	0.388	0.188	0.538	0.388	0.388	0.538

Glede na naraščajoče stopnje strinjanja je določen vrstni red agentov, ki se morajo podrediti skupinskemu mišljenju. Prvi kandidat za prilagoditev je agent z najnižjim strinjanjem, drugi je agent z naslednjim najnižjim strinjanjem in tako naprej. V danem primeru je smiselno, da je spremembi presoje najprej podvržen agent PA₂. Vendar pa se lahko zgodi, da nekateri agenti kljub delnemu ali popolnemu nestrinjanju niso zmožni sortirati alternativ na drugačen način, saj so vse obstoječe uvrstitve robustne, kar pomeni, da velja zanje neenakost $r^k(a_i) \geq \psi$. Zato

analitično-posredniški agent za vsakega osebnega agenta preveri, ali je prerazporeditev, ki jo od njega zahteva, izvedljiva.

Vrstni red agentov za prilagoditev	PA ₂	PA ₄	PA ₁	PA ₅	PA ₃	PA ₆
Možnost prerazporeditve alternativ	da	da	da	da	da	da

Razvidno je, da lahko vsak agent na novo sortira vsaj eno alternativo, glede na katero dosega nizko stopnjo strinjanja. Zato oblikuje analitično-posredniški agent matriko zahtevanih strogih prednostnih relacij. Matriko pridobi iz začetne matrike strogih prednostnih relacij na takšen način, da spremeni relacijo za vsako alternativo, ki ima strinjanje manjše od $\frac{1}{2}$ in robustnost manjšo od ψ . Vzporedno pripravi tudi komplementarno matriko prerazporeditev.

	Zahtevane stroge prednostne relacije						Zahtevane prerazporeditve					
	PA ₁	PA ₂	PA ₃	PA ₄	PA ₅	PA ₆	PA ₁	PA ₂	PA ₃	PA ₄	PA ₅	PA ₆
a_1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0
a_2	0	1	1	0	0	0	0	0	1	1	0	1
a_3	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0
a_4	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
a_5	0	1	1	1	0	1	0	0	0	0	0	0
a_6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
a_7	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
a_8	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	1	0

Analitično-posredniški agent ima v tem trenutku na voljo vse informacije, ki so potrebne za prilagoditev najbolj nesoglasnega osebnega agenta.

	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8
Začetne mehke relacije	0.688	0.725	0.600	0.750	0.700	0.267	0.588	0.900
Začetne stroge relacije	1	1	1	1	1	0	1	1
Stopnje robustnosti	0.263	<u>0.399</u>	0.053	0.194	0.345	0.541	0.288	0.724
Stopnje strinjanja	0.200	<u>0.400</u>	0.200	0.000	0.600	1.000	0.000	0.600
Zahtevane relacije	0	1	0	0	1	0	0	1
Prerazporeditve	1	0	1	1	0	0	1	0

Za agenta PA₂ so možne prerazporeditve alternativ a_1 , a_3 , a_4 in a_7 , ki odražajo nizke stopnje strinjanja, alternativa a_2 , katere stopnja strinjanja 0.4 prav tako ne dosega praga 0.5, pa mora obdržati kategorijo, ker je njena obstoječa ocena dovolj robustna: $r^2(a_2) = 0.399 > 0.3 = \psi$. Ta vrednost je v tabeli podčrtana.

Sedaj je apliciran optimizacijski algoritem, ki presortira alternative in istočasno izpelje nove vrednosti preferenčnih parametrov. Najmanjši izmerjen odmik mehke stopnje verodostojnosti poljubne alternative od stopnje reza $\lambda=0.5$ je 0.125, kar pomeni, da je odločitev razmeroma robustna. Največja razdalja dosega z 0.5 absolutni maksimum, kar štirje od osmih odmikov pa presegajo vrednost 0.3. Ker zadoščajo vsi izpeljani preferenčni parametri omejitvam, ki jih je postavil odločevalec, so obdržani in je pričeta nova iteracija pogajanja.

	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8
Mehke prednostne relacije	0.220	0.625	0.152	0.085	0.688	0.000	0.313	0.900
Stroge prednostne relacije	0	1	0	0	1	0	0	1

	b_j	q_j	p_j	u_j	v_j
x_1	29	0	4	7	15
x_2	220	8	24	30	60
x_3	45	8	16	16	30
x_4	58	4	8	15	30
x_5	63	7	12	15	30

Iteracija 2 poteka enako kot opisana prva iteracija postopka pogajanja. Z namenom strnjivosti predstavitev so od te iteracije naprej povzete samo tiste informacije, ki so nujno potrebne za razumevanje praktičnega primera. Tako so v naslednjih tabelah zbrane stopnje kompromisa in konsenza, ki jih izračuna analitično-posredniški agent.

v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6	v_7	v_8
1	3	1	0	4	0	0	4

z_1	z_2	z_3	z_4	z_5	z_6	z_7	z_8
0.667	0.000	0.667	1.000	0.333	1.000	1.000	0.333

Skupna stopnja konsenza skoči v iteraciji 2 iz 0.458 na 0.625, vendar pa izboljšave konsenza nista deležni alternativni a_5 in a_8 , ki edini prejmeta več kot polovico glasov. Zato analitično-posredniški agent na podlagi stopenj strinjanja in robustnosti določi vrstni red prilagoditev agentov PA_k .

ζ^1	ζ^2	ζ^3	ζ^4	ζ^5	ζ^6
0.438	0.588	0.588	0.288	0.438	0.588

Vrstni red agentov za prilagoditev	PA ₄	PA ₁	PA ₅	PA ₂	PA ₃	PA ₆
Možnost prerazporeditve alternativ	da	da	da	da	da	da

Kot prvi se mora s skupino uskladiti osebni agent PA₄.

	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8
Začetne mehke relacije	0.542	0.522	0.500	0.492	0.542	0.233	0.372	0.856
Začetne stroge relacije	1	1	1	0	1	0	0	1
Stopnje robustnosti	0.145	0.102	0.000	0.092	0.115	0.366	0.172	0.408
Stopnje strinjanja	0.000	0.400	0.000	1.000	0.600	1.000	1.000	0.600
Zahtevane relacije	0	0	0	0	1	0	0	1
Prerazporeditve	1	1	1	0	0	0	0	0

Iz tabele je razvidno, da so dovoljene prerazporeditve vseh variant z nizko stopnjo strinjanja. Optimizacijski algoritem prilagodi preferenčne parametre na takšen način, da sortira vsako varianto v zahtevano kategorijo. Najmanjši odmik od stopnje reza, ki določa mejo kategorij C^+ in C^- , je 0.2, kar priča o zadostni robustnosti ocen.

	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8
Mehke prednostne relacije	0.000	0.300	0.000	0.000	0.700	0.000	0.250	0.850
Stroge prednostne relacije	0	0	0	0	1	0	0	1

	b_j	q_j	p_j	u_j	v_j
x_1	<u>26</u>	4	5	10	12
x_2	204	14	16	40	50
x_3	45	10	15	25	35
x_4	70	6	10	25	35
x_5	70	10	15	25	35

Težava nastopi, ker pri prilagoditvi preferenčnih parametrov profil pri kriteriju x_1 z vrednostjo 26 prekrši spodnjo mejo, ki jo je odločevalec DM₄ postavil na 30. Zato je potrebna interakcija z odločevalcem – osebni agent PA₄ mu mora v odobritev posredovati izpeljane nove vrednosti parametrov. Ker razlika med 26 in 30 na celotni domeni od 10 do 60 ni bistvena, DM₄ potrdi potrebno spremembo in postopek se lahko uspešno nadaljuje s tretjo iteracijo. V le-tej je že dosežena precej visoka skupna stopnja konsenza 0.75.

v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6	v_7	v_8
0	2	0	0	4	0	0	4

z_1	z_2	z_3	z_4	z_5	z_6	z_7	z_8
1.000	0.333	1.000	1.000	0.333	1.000	1.000	0.333

Odprte so le še alternative a_2 , a_5 in a_8 , medtem ko je mnenje odločevalcev in njihovih agentov glede ostalih petih od osmih alternativ povsem poenoteno. V skladu s stopnjami strinjanja je za prilagoditev izbran agent PA_1 . Agenti PA_3 in PA_4 v tej iteraciji niti ne rabita niti ne moreta več zamenjati kategorij alternativ, saj so vse njune ocene usklajene z večinskim mišljenjem.

ζ^1	ζ^2	ζ^3	ζ^4	ζ^5	ζ^6
0.475	0.500	0.725	0.725	0.475	0.500

Vrstni red agentov za prilagoditev	PA_1	PA_5	PA_2	PA_6	PA_3	PA_4
Možnost prerazporeditve alternativ	da	da	da	da	ne	ne

	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8
Začetne mehke relacije	0.000	0.000	0.000	0.225	0.000	0.000	0.000	0.316
Začetne stroge relacije	0	0	0	0	0	0	0	0
Stopnje robustnosti	1.000	0.443	1.000	0.413	<u>0.357</u>	1.000	1.000	0.172
Stopnje strinjanja	1.000	0.600	1.000	1.000	<u>0.200</u>	1.000	1.000	0.200
Zahtevane relacije	0	0	0	0	0	0	0	1
Prerazporeditve	0	0	0	0	0	0	0	1

Smiselno je, da agent PA_4 prerazporedi alternativo a_8 , alternative a_5 , ki odraža nizko strinjanje zaradi nasprotovanja kar štirih od šestih agentov, pa vsled znatne robustnosti ne. Analitično-posredniški agent z uporabo optimizacijskega algoritma prilagodi preferenčne parametre tako, da zadoščajo odločevalčevim omejitvam in da poskrbijo za robustno sortiranje alternativ. V enem primeru je razdalja do sosednje kategorije 0.175, sicer je maksimalna možna.

	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8
Mehke prednostne relacije	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.675
Stroge prednostne relacije	0	0	0	0	0	0	0	1

	b_j	q_j	p_j	u_j	v_j
x_1	22	5	7	12	17
x_2	160	20	22	30	50
x_3	45	10	14	22	30
x_4	70	0	10	20	30
x_5	85	2	5	10	20

Iteracija 4 je zelo podobna iteraciji 3. Dosežena stopnja konsenza je 0.792. Prilagodi se agent PA_5 , ki prav tako kot v predhodni iteraciji agent PA_4 zaradi robustnosti ne rabi prerazporediti alternative a_5 . Zanesljivost novih ocen je (zlasti za varianto a_8) nekoliko nižja, saj je najmanjši odmik od meje kategorij le 0.083, vendar pa so upoštevane vse zahteve odločevalca.

v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6	v_7	v_8
0	2	0	0	4	0	0	5

z_1	z_2	z_3	z_4	z_5	z_6	z_7	z_8
1.000	0.333	1.000	1.000	0.333	1.000	1.000	0.667

ζ^1	ζ^2	ζ^3	ζ^4	ζ^5	ζ^6
0.513	0.513	0.738	0.738	0.363	0.513

Vrstni red agentov za prilagoditev	PA_5	PA_1	PA_2	PA_6	PA_3	PA_4
Možnost prerazporeditve alternativ	da	ne	da	da	ne	ne

	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8
Začetne mehke relacije	0.000	0.000	0.000	0.300	0.083	0.000	0.000	0.333
Začetne stroge relacije	0	0	0	0	0	0	0	0
Stopnje robustnosti	1.000	1.000	1.000	0.246	<u>0.321</u>	1.000	1.000	0.142
Stopnje strinjanja	1.000	0.600	1.000	1.000	<u>0.200</u>	1.000	1.000	0.000
Zahtevane relacije	0	0	0	0	0	0	0	1
Prerazporeditve	0	0	0	0	0	0	0	1

	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8
Mehke prednostne relacije	0.000	0.000	0.150	0.325	0.000	0.000	0.000	0.583
Stroge prednostne relacije	0	0	0	0	0	0	0	1

	b_j	q_j	p_j	u_j	v_j
x_1	35	2	7	12	15
x_2	130	16	30	60	80
x_3	55	10	25	25	35
x_4	50	0	10	25	30
x_5	40	0	10	20	30

V peti iteraciji je dosežen konsenz glede najboljše alternative in skupni konsenz 0.833. Kar štirje agenti so enakovredni po izmerjeni stopnji strinjanja, zato so za prilagoditev razporejeni z ozirom na naraščajoči indeks k .

v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6	v_7	v_8
0	2	0	0	4	0	0	6

z_1	z_2	z_3	z_4	z_5	z_6	z_7	z_8
1.000	0.333	1.000	1.000	0.333	1.000	1.000	1.000

ζ^1	ζ^2	ζ^3	ζ^4	ζ^5	ζ^6
0.525	0.525	0.750	0.750	0.525	0.525

Vrstni red agentov za prilagoditev	PA ₁	PA ₂	PA ₅	PA ₆	PA ₃	PA ₄
Možnost prerazporeditve alternativ	ne	da	ne	da	ne	ne

Prvi naj bi bil na vrsti agent PA₁, vendar se je uspešno prilagodil skupinskemu mišljenju že v tretji iteraciji. Posledica je velika robustnost njegovih ocen, ki preprečuje potencialne menjave kategorij in je razvidna iz tabele.

	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8
Začetne mehke relacije	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.675
Začetne stroge relacije	0	0	0	0	0	0	0	1
Stopnje robustnosti	1.000	1.000	1.000	1.000	<u>1.000</u>	1.000	1.000	0.168
Stopnje strinjanja	1.000	0.600	1.000	1.000	<u>0.200</u>	1.000	1.000	1.000
Zahtevane relacije	0	0	0	0	0	0	0	1
Prerazporeditve	0	0	0	0	0	0	0	0

Zato je k prilagoditvi pozvan agent PA₂. Tudi ta je že enkrat prevrednotil alternative, in sicer v prvi iteraciji. Takrat ni rabil presortirati variante a_2 , saj je njena robustnost z 0.399 presegala definirani prag $\psi=0.3$. Toda sprememba preferenčnih parametrov, ki je bila povsem v okvirih začetnih omejitev odločevalca DM₂, je povzročila zmanjšanje robustnosti na $r^2(a_2)=0.196$. Iz tega razloga je prerazporeditev sedaj smiselna.

	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8
Začetne mehke relacije	0.220	0.625	0.152	0.085	0.688	0.000	0.313	0.900
Začetne stroge relacije	0	1	0	0	1	0	0	1
Stopnje robustnosti	1.000	0.196	1.000	1.000	0.299	1.000	0.286	0.724
Stopnje strinjanja	1.000	0.200	1.000	1.000	0.600	1.000	1.000	1.000
Zahtevane relacije	0	0	0	0	1	0	0	1
Prerazporeditve	0	1	0	0	0	0	0	0

Analitično-posredniški agent lahko s pomočjo optimizacijskega algoritma opravi učinkovito prilagoditev preferenčnih parametrov. Le-ti so skladni z omejitvami odločevalca in rezultirajo v najmanjšem odmiku 0.15 od meje kategorij.

	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8
Mehke prednostne relacije	0.015	0.260	0.010	0.000	0.650	0.000	0.140	0.800
Stroge prednostne relacije	0	0	0	0	1	0	0	1

	b_j	q_j	p_j	u_j	v_j
x_1	25	3	4	7	15
x_2	204	14	16	30	60
x_3	45	8	16	16	30
x_4	68	4	8	15	30
x_5	70	8	16	16	30

V iteraciji 6 izmeri analitično-posredniški agent stopnjo konsenza 0.875. Iteracija poteka brez omejitev in potrebe po interakciji z odločevalci. Za prilagoditev skupini je na vrsti agent PA₆. Vsi ostali agenti so že izčrpali možnosti usklajevanja presoje. Robustnost nove odločitve je po optimizaciji visoka, saj je najmanjši odmik od stopnje reza enak 0.2.

u_1	u_2	u_3	u_4	u_5	u_6	u_7	u_8
0	1	0	0	4	0	0	6

z_1	z_2	z_3	z_4	z_5	z_6	z_7	z_8
1.000	0.667	1.000	1.000	0.333	1.000	1.000	1.000

ζ^1	ζ^2	ζ^3	ζ^4	ζ^5	ζ^6
0.538	0.763	0.763	0.763	0.538	0.413

Vrstni red agentov za prilagoditev	PA ₆	PA ₁	PA ₅	PA ₂	PA ₃	PA ₄
Možnost prerazporeditve alternativ	da	ne	ne	ne	ne	ne

	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8
Začetne mehke relacije	0.200	0.548	0.174	0.000	0.886	0.000	0.306	0.764
Začetne stroge relacije	0	1	0	0	1	0	0	1
Stopnje robustnosti	0.608	0.020	0.742	1.000	0.436	1.000	0.231	0.439
Stopnje strinjanja	1.000	0.000	1.000	1.000	0.600	1.000	1.000	1.000
Zahtevane relacije	0	0	0	0	1	0	0	1
Prerazporeditve	0	1	0	0	0	0	0	0

	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8
Mehke prednostne relacije	0.053	0.000	0.000	0.000	0.850	0.000	0.250	0.700
Stroge prednostne relacije	0	0	0	0	1	0	0	1

	b_j	q_j	p_j	u_j	v_j
x_1	25	2	7	12	17
x_2	184	16	30	40	50
x_3	45	8	15	15	20
x_4	70	3	10	20	35
x_5	50	3	10	20	30

Z iteracijo 7 se postopek pogajanja zaključi. Izmerjena stopnja konsenza je 0.917. Konsenz je dosežen za vse alternative, razen za alternativo a_5 . Le-ta prejme štiri od šestih možnih glasov. Dva agenta je, kot je bilo pojasnjeno v iteracijah 3 do 5, zaradi visoke robustnosti ne moreta in tudi ne želita uvrstiti v kategorijo C^+ .

v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6	v_7	v_8
0	0	0	0	4	0	0	6

z_1	z_2	z_3	z_4	z_5	z_6	z_7	z_8
1.000	1.000	1.000	1.000	0.333	1.000	1.000	1.000

ζ^1	ζ^2	ζ^3	ζ^4	ζ^5	ζ^6
0.550	0.775	0.775	0.775	0.550	0.775

Vrstni red agentov za prilagoditev	PA ₁	PA ₅	PA ₂	PA ₃	PA ₄	PA ₆
Možnost prerazporeditve alternativ	ne	ne	ne	ne	ne	ne

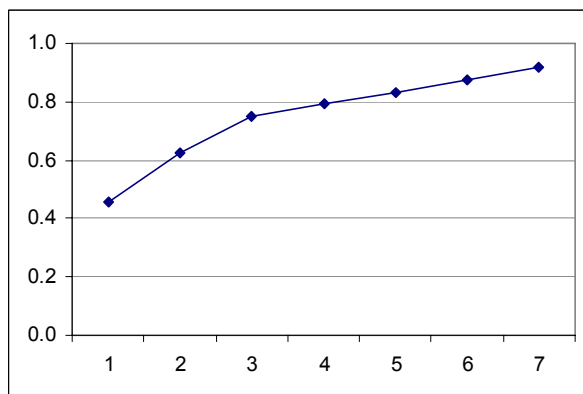
Rezultati dvokategorijskega sortiranja jasno nakažejo, katera alternativa predstavlja optimalno izbiro. Alternative pa je ob upoštevanju stopenj robustnosti možno tudi enolično razvrstiti od najboljših do najslabše.

	a_8	a_5	a_2	a_7	a_4	a_1	a_3	a_6
Število glasov	6	4	0	0	0	0	0	0
Robustnost	0.261	0.081	0.596	0.702	0.737	0.906	0.964	1.000

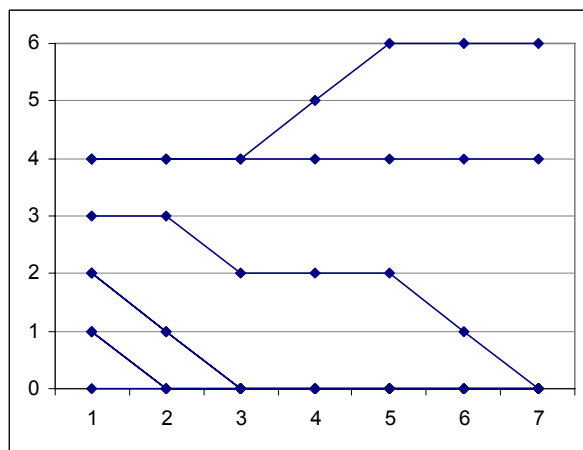
Za alternativo a_5 je opaziti izrazito nizko stopnjo robustnosti. To je na prvi pogled v nasprotju s potekom opisanih iteracij 3 do 5, ko ni bila sortirana v drugo kategorijo prav zaradi visoke robustnosti, ki je presegala prag μ . Vendar pravzaprav ne gre za protislovje, temveč za odraz

razhajanja v skupini. Skupna robustnost je namreč izračunana tako, da je vsota robustnosti za agente, ki sortirajo alternativo v negativno kategorijo, odšteta od vsote robustnosti, vezanih na uvrstitev v pozitivno kategorijo. Zato je v primeru, ko približno polovica agentov uvrsti a_i v C^+ in približno polovica v C^- , povsem normalno, da se skupna robustnost giblje okoli 0.

Monotono naraščanje stopnje konsenza skozi sedem iteracij postopka pogajanja je prikazano na sliki 3.7, medtem ko je iz slike 3.8 razvidno iterativno gibanje kompromisne rešitve proti konsenzni rešitvi skupine. Agenti se postopoma poenotijo glede uvrstitve šestih neoptimalnih alternativ v kategorijo C^- in glede uvrstitve optimalne alternative a_8 v kategorijo C^+ . Sedem od osmih alternativ torej konvergira proti zgornji ali spodnji meji števila glasov. Konvergenca ne velja samo za alternativo a_5 , kar je posledica že obrazložene robustnosti. V takšnih slučajih agenti ne morejo samostojno ukrepati, temveč dajo odločevalcem nedvoumen znak, da naj v postopku pogajanja poglobljeno razmislijo o ocenitvi alternative in ustrezno ročno prilagodijo lastne presoje.



Slika 3.7: Spreminjanje stopnje konsenza skozi iteracije postopka pogajanja



Slika 3.8: Iterativno gibanje kompromisne rešitve proti konsenzni rešitvi

Poudariti je potrebno, da je bil pričujoči primer namensko zasnovan tako, da:

1. ena alternativa ne konvergira, s čimer je ponazorjena zmožnost vpeljanega mehanizma večagentnih pogajanj, da ne vsiljuje rešitev, ki niso racionalne;
2. so prekršene omejitve preferenčnih parametrov enega izmed odločevalcev, kar kaže na zmožnost interakcije med osebnimi agenti in ljudmi;
3. je jasno razvidna avtonomnost agentov, ki lahko skoraj celoten postopek pogajanja – v danem primeru šest od sedmih iteracij – izpeljejo sami, brez sodelovanja z ljudmi, kar se je dodatno potrdilo s statističnimi eksperimenti, ki so obravnavani v poglavjih 4 in 5.

3.6.2 Izpeljava selektivnih moči in indeksov dominance kriterijev

Podana je mehka relacija veta.

V :

	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5
x_1	0	1	0.2	0	0.4
x_2	0	0	1	0	0
x_3	0.2	1	0.8	0	0
x_4	0.4	0	0	0	0
x_5	0	0.4	0	0	0.8

Množica α -stopenj, glede na katere je analizirana relacija V , je $L(V) = \{1, 0.8, 0.4, 0.2\}$.

Dobljeni so naslednji α -rezi.

V_1	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5
x_1	0	1	0	0	0
x_2	0	0	1	0	0
x_3	0	1	0	0	0
x_4	0	0	0	0	0
x_5	0	0	0	0	0

$V_{0.8}$	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5
x_1	0	1	0	0	0
x_2	0	0	1	0	0
x_3	0	1	1	0	0
x_4	0	0	0	0	0
x_5	0	0	0	0	1

$V_{0.4}$	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5
x_1	0	1	0	0	1
x_2	0	0	1	0	0
x_3	0	1	1	0	0
x_4	1	0	0	0	0
x_5	0	1	0	0	1

$V_{0.2}$	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5
x_1	0	1	1	0	1
x_2	0	0	1	0	0
x_3	1	1	1	0	0
x_4	1	0	0	0	0
x_5	0	1	0	0	1

Za vsak rez s stopnjo $\alpha_k \in L(V)$ so izračunane selektivne moči φ_{ji}^k kriterijev x_j z ozirom na alternative a_i , $i, j = 1, \dots, 5$, $k = 1, \dots, |L(V)|$. Naj velja: $k < l \Leftrightarrow \alpha_k > \alpha_l$. Potem je $\varphi_{2,3}^1 = 4$, saj ob upoštevanju stopnje reza $\alpha_1 = 1$ kriterij x_2 edini izloči alternativo a_3 , torej »presega« vse ostale kriterije. Pri nižjih stopnjah $\alpha_2 = 0.8$ in $\alpha_3 = 0.4$ dobi a_3 veto tudi od x_3 , zato mora biti

$\varphi_{2,3}^2 = \varphi_{3,3}^2 = \varphi_{2,3}^3 = \varphi_{3,3}^3 = 3$. V relaciji $V_{0,2}$ pa so kar trije kriteriji enakovredni, zaradi česar je $\varphi_{1,3}^4 = \varphi_{2,3}^4 = \varphi_{3,3}^4 = 2$. Vse delne moči so podane v tabelah.

φ_{ji}^1	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5
x_1	0	3	0	0	0
x_2	0	0	4	0	0
x_3	0	3	0	0	0
x_4	0	0	0	0	0
x_5	0	0	0	0	0

φ_{ji}^2	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5
x_1	0	3	0	0	0
x_2	0	0	3	0	0
x_3	0	3	3	0	0
x_4	0	0	0	0	0
x_5	0	0	0	0	4

φ_{ji}^3	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5
x_1	0	2	0	0	3
x_2	0	0	3	0	0
x_3	0	2	3	0	0
x_4	4	0	0	0	0
x_5	0	2	0	0	3

φ_{ji}^4	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5
x_1	0	2	2	0	3
x_2	0	0	2	0	0
x_3	3	2	2	0	0
x_4	3	0	0	0	0
x_5	0	2	0	0	3

Moči, pridobljene z različnimi α -rezi, so združene na naslednji način:

$$\varphi_{2,3}^1 = 4 \Rightarrow \phi_{2,3} = \alpha_1 \cdot \varphi_{2,3}^1 = 4,$$

$$\varphi_{2,3}^1 \neq \varphi_{2,3}^2 = 3 \Rightarrow \Delta = \varphi_{2,3}^1 - \varphi_{2,3}^2 = 1, \quad \phi_{2,3} = \phi_{2,3} - \alpha_2 \cdot \Delta = 4 - 0.8 \cdot 1 = 3.2,$$

$$\varphi_{2,3}^2 = \varphi_{2,3}^3 = 3 \Rightarrow \phi_{2,3} \text{ se ne spremeni},$$

$$\varphi_{2,3}^3 \neq \varphi_{2,3}^4 = 2 \Rightarrow \Delta = \varphi_{2,3}^3 - \varphi_{2,3}^4 = 1, \quad \phi_{2,3} = \phi_{2,3} - \alpha_4 \cdot \Delta = 3.2 - 0.2 \cdot 1 = 3.$$

Rezultati so razvidni iz tabele.

ϕ_{ji}	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5
x_1	0	2.6	0.4	0	1.2
x_2	0	0	3	0	0
x_3	0.6	2.6	2.2	0	0
x_4	1.4	0	0	0	0
x_5	0	0.8	0	0	2.8

Nazadnje so s seštevanjem izračunane skupne selektivne moči kriterijev.

$\Phi(x_1)$	$\Phi(x_2)$	$\Phi(x_3)$	$\Phi(x_4)$	$\Phi(x_5)$
4.2	3	5.4	1.4	3.6

Alternativni pristop k določitvi vrstnega reda vplivnosti kriterijev je z obravnavanjem mehke binarne relacije B . Le-ta je s trikotniškim nadproduktom konstruirana iz relacije V . Najprej je upoštevan notranji povezovalni operator mehke implikacije, ki pove, s kolikšno zanesljivostjo je kriterij x_i najmanj tako omejevalen za varianto a_k kot kriterij x_j :

$$\mu_V(x_i, a_k) \leftarrow \mu_V(x_j, a_k) = \min(1 - \mu_V(x_j, a_k) + \mu_V(x_i, a_k), 1).$$

Naj služijo za primer kriteriji x_1, x_2 in x_3 ter alternativa a_3 . Zanje velja:

$$\mu_V(x_3, a_3) \leftarrow \mu_V(x_1, a_3) = \min(1 - \mu_V(x_1, a_3) + \mu_V(x_3, a_3), 1) = \min(1 - 0.2 + 0.8, 1) = 1,$$

$$\mu_V(x_3, a_3) \leftarrow \mu_V(x_2, a_3) = \min(1 - \mu_V(x_2, a_3) + \mu_V(x_3, a_3), 1) = \min(1 - 1 + 0.8, 1) = 0.8.$$

Ker je $d_3(a_3) = 0.8 > d_1(a_3) = 0.2$, je veto, ki ga dobi varianta a_3 od kriterija x_3 , bolj gotov kot veto, ki ga a_3 prejme od x_1 . Zato mora vedno, kadar velja $x_1 \ V \ a_3$, veljati tudi $x_3 \ V \ a_3$ in zato vrne prva implikacija vrednost 1. Obratno je $d_3(a_3) = 0.8 < d_2(a_3) = 1$, kar nakazuje na manjšo zanesljivost relacije $x_3 \ V \ a_3$ in posredno na dejstvo, da operator implikacije dodeli vrednost, ki ne dosega stopnje 1. Na ta način je upoštevanih vseh $m \cdot n^2$ implikacij.

a_1	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
x_1	1	1	0.8	0.6	1
x_2	1	1	0.8	0.6	1
x_3	1	1	1	0.8	1
x_4	1	1	1	1	1
x_5	1	1	0.8	0.6	1

a_2	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
x_1	1	1	1	1	1
x_2	0	1	0	1	0.6
x_3	1	1	1	1	1
x_4	0	1	0	1	0.6
x_5	0.4	1	0.4	1	1

a_3	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
x_1	1	0.2	0.4	1	1
x_2	1	1	1	1	1
x_3	1	0.8	1	1	1
x_4	0.8	0	0.2	1	1
x_5	0.8	0	0.2	1	1

a_4	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
x_1	1	1	1	1	1
x_2	1	1	1	1	1
x_3	1	1	1	1	1
x_4	1	1	1	1	1
x_5	1	1	1	1	1

a_5	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
x_1	1	1	1	1	0.6
x_2	0.6	1	1	1	0.2
x_3	0.6	1	1	1	0.2
x_4	0.6	1	1	1	0.2
x_5	1	1	1	1	1

Zunanji povezovalni operator je uporabljen glede na parameter $\gamma = 0$, s čimer je zagotovljena popolna kompenzacija prednosti in slabosti. Tako je stopnja pripadnosti mehki binarni relaciji B za par (x_4, x_1) izračunana s formulo:

$$\mu_B(x_4, x_1) = \frac{1}{5} \cdot \sum_{k=1..5} \mu_B^k(x_4, x_1) = \frac{1}{5} \cdot (1 + 0 + 0.8 + 1 + 0.6) = 0.68.$$

Stopnje pripadnosti $\mu_B(x_i, x_j)$ za $\forall i, j = 1, \dots, 5$ so zbrane v tabeli.

$B:$		x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
	x_1	1	0.84	0.84	0.92	0.92
	x_2	0.72	1	0.76	0.92	0.76
	x_3	0.92	0.96	1	0.96	0.84
	x_4	0.68	0.8	0.64	1	0.76
	x_5	0.84	0.8	0.68	0.92	1

Relacije B ni mogoče analizirati, saj ni tranzitivna. Iz tega razloga je poiskano tranzitivno zaprtje Q .

Q :

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
x_1	1	0.84	0.84	0.92	0.92
x_2	0.76	1	0.76	0.92	0.76
x_3	0.92	0.96	1	0.96	0.92
x_4	0.76	0.8	0.76	1	0.76
x_5	0.84	0.84	0.84	0.92	1

Refleksivna in tranzitivna mehka binarna relacija Q ima α -reze, dobljene glede na stopnje $L(Q) = \{0.76, 0.8, 0.84, 0.92, 0.96, 1\}$.

$Q_{0.76}$	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
x_1	1	1	1	1	1
x_2	1	1	1	1	1
x_3	1	1	1	1	1
x_4	1	1	1	1	1
x_5	1	1	1	1	1

$Q_{0.8}$	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
x_1	1	1	1	1	1
x_2	0	1	0	1	0
x_3	1	1	1	1	1
x_4	0	1	0	1	0
x_5	1	1	1	1	1

$Q_{0.84}$	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
x_1	1	1	1	1	1
x_2	0	1	0	1	0
x_3	1	1	1	1	1
x_4	0	0	0	1	0
x_5	1	1	1	1	1

$Q_{0.92}$	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
x_1	1	0	0	1	1
x_2	0	1	0	1	0
x_3	1	1	1	1	1
x_4	0	0	0	1	0
x_5	0	0	0	1	1

$Q_{0.96}$	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
x_1	1	0	0	0	0
x_2	0	1	0	0	0
x_3	0	1	1	1	0
x_4	0	0	0	1	0
x_5	0	0	0	0	1

Poglejmo najprej relacijo $Q_{0.84}$ in se osredotočimo na kriterije x_1, x_2 in x_3 :

$$(x_1 Q_{0.84} x_2) \wedge \neg(x_2 Q_{0.84} x_1),$$

$$(x_1 Q_{0.84} x_3) \wedge (x_3 Q_{0.84} x_1).$$

To pomeni:

$$x_1 \succ x_2,$$

$$x_1 \approx x_3.$$

Vzemimo sedaj še $Q_{0.92}$ in poiščimo neprimerljivost:

$$\neg(x_1 Q_{0.92} x_2) \wedge \neg(x_2 Q_{0.92} x_1) \Rightarrow x_1 ? x_2.$$

Rezi Q so lahko vizualno analizirani s Hassejevimi diagrami. Odločevalec dobi približno sliko o odnosih med selektivnimi močmi kriterijev, vendar se prikazani vrstni redi praviloma ne ujemajo. V primeru velikega števila diagramov utegne biti izbira pravilne razporeditve za človeka težavno opravilo. Zato so vrstni redi samodejno združeni z algoritmom.

Naj bo sedaj: $k < l \Leftrightarrow \alpha_k < \alpha_l$. Potem je z R_{ij}^1 označena relacija $x_i Q_{0.8} x_j$. Podobno označuje simbol R_{ij}^2 relacijo $x_i Q_{0.84} x_j \dots$ Relacije $x_i Q_{0.76} x_j, \forall i, \forall j$, so zaradi enakovrednosti vseh kriterijev izpuščene. V prvi iteraciji je obravnavana celotna množica $X = \{x_1, \dots, x_5\}$. Za x_1 in stopnjo reza $\alpha = 0.8$ je delni indeks dominance izračunan s predpisom:

$$\theta_1(x_1) = \sum_{j=2..5} o(\prec, R_{1,j}^1) = 2 \cdot a + a + 2 \cdot a + a = 6 + 3 + 6 + 3 = 18 \quad \text{za } a = 3.$$

Kriterij x_1 ima namreč prednost pred kriterijema x_2 in x_4 ter je enakovreden z x_3 in x_5 . Ob upoštevanju relacije $Q_{0.92}$ pa je kriterij x_1 slabši od x_3 , neprimerljiv z x_2 ter boljši od x_4 in x_5 . Torej velja:

$$\theta_3(x_1) = \sum_{j=2..5} o(\prec, R_{1,j}^3) = \frac{5}{3} \cdot a + 0 + 2 \cdot a + 2 \cdot a = 5 + 0 + 6 + 6 = 17.$$

Na takšen način so izpeljani vsi delni indeksi dominance. Podajajo jih tabele.

α_k	0.8	0.84	0.92	0.96
$R_{1,2}^k$	6	6	5	5
$R_{1,3}^k$	3	3	0	5
$R_{1,4}^k$	6	6	6	5
$R_{1,5}^k$	3	3	6	5
$\theta_k(x_1)$	18	18	17	20

α_k	0.8	0.84	0.92	0.96
$R_{2,1}^k$	0	0	5	5
$R_{2,3}^k$	0	0	0	0
$R_{2,4}^k$	3	6	6	5
$R_{2,5}^k$	0	0	6	6
$\theta_k(x_2)$	3	6	17	16

α_k	0.8	0.84	0.92	0.96
$R_{3,1}^k$	3	3	6	5
$R_{3,2}^k$	6	6	6	6
$R_{3,4}^k$	6	6	6	6
$R_{3,5}^k$	3	3	6	5
$\theta_k(x_3)$	18	18	24	22

α_k	0.8	0.84	0.92	0.96
$R_{4,1}^k$	0	0	0	5
$R_{4,2}^k$	3	0	0	5
$R_{4,3}^k$	0	0	0	0
$R_{4,5}^k$	0	0	0	5
$\theta_k(x_4)$	3	0	0	15

α_k	0.8	0.84	0.92	0.96
$R_{5,1}^k$	3	3	0	5
$R_{5,2}^k$	6	6	5	5
$R_{5,3}^k$	3	3	0	5
$R_{5,4}^k$	6	6	6	5
$\theta_k(x_5)$	18	18	11	20

Delni indeksi dominance so združeni v skupne.

$\Theta(x_1)$	$\Theta(x_2)$	$\Theta(x_3)$	$\Theta(x_4)$	$\Theta(x_5)$
64.3	38.4	72.7	16.8	58.8

Ker je $\Theta(x_3) = \max_{i=1..5} \Theta(x_i)$, je x_3 najmočnejši kriterij. Lahko se ga izloči iz množice X in se nadaljuje z drugo iteracijo, ki je analogna prvi. Postopek se zaključi po največ štirih iteracijah, ko je dobljen bodisi popolni ali šibki ordinalni vrstni red kriterijev. Iz njega je možno izpeljati kardinalne uteži s centroidno ali katero od sorodnih metod. Postopek pa se lahko prekine že na tej točki, kajti indeksi dominance $\Theta(x_i)$ v numerični obliki zrcalijo vplive kriterijev. Podani sta tabeli, iz katerih je razvidno, da se razmerja med indeksi $\Theta(x_i)$ precej natančno ujemajo z razmerji med močmi $\Phi(x_i)$.

Φ_i/Φ_j	Φ_1	Φ_2	Φ_3	Φ_4	Φ_5	Θ_i/Θ_j	Θ_1	Θ_2	Θ_3	Θ_4	Θ_5
Φ_1	1.0	1.4	0.8	3.0	1.2	Θ_1	1.0	1.7	0.9	3.8	1.1
Φ_2	0.7	1.0	0.6	2.1	0.8	Θ_2	0.6	1.0	0.5	2.3	0.7
Φ_3	1.3	1.8	1.0	3.9	1.5	Θ_3	1.1	1.9	1.0	4.3	1.2
Φ_4	0.3	0.5	0.3	1.0	0.4	Θ_4	0.3	0.4	0.2	1.0	0.3
Φ_5	0.9	1.2	0.7	2.6	1.0	Θ_5	0.9	1.5	0.8	3.5	1.0

3.6.3 Razvrščanje alternativ s funkcijo koristnosti ob upoštevanju veta

Predlagani pristop vpeljave veta v večatributno funkcijo koristnosti je že bil v navezavi na problemski tip sortiranja alternativ uspešno apliciran na stvarnem projektu. Zaradi nazornosti pa je na tem mestu predstavljen z namišljenim praktičnim zgledom, ki modelira izbiro podizvajalca za razvoj informacijskega sistema. Kriteriji so strukturirani, kot prikazuje tabela.

Kriterij oziroma cilj		Definicijsko območje	Utež
Cilj	Izbira podizvajalca	agregat	1
X_1	Stroški	agregat	0.4
X_{11}	Zahtevano plačilo za opravljeno delo	$D_{11} = [20 \dots 70]$ v 1000 EUR	1
X_{12}	Veto na ceno opravljenega dela	$D_{12} = [20 \dots 70]$ v 1000 EUR	absoluten vpliv
X_2	Viri	agregat	0.4
X_{21}	Razpoložljivost ustreznih tehnologij	$D_{21} = [0 \dots 10]$ v točkah	0.4
X_{22}	Potreben čas za dokončanje projekta	$D_{22} = [100 \dots 310]$ v dnevih	0.6
X_{23}	Veto na čas za dokončanje projekta	$D_{23} = [100 \dots 310]$ v dnevih	absoluten vpliv
X_3	Izkušnje	agregat	0.2
X_{31}	Število realiziranih referenčnih projektov	$D_{31} = [0 \dots 100]$ v št. proj.	0.5
X_{32}	Izkušnje s sorodnimi aplikacijami	$D_{32} = [0 \dots 10]$ v točkah	0.5

Identificirana sta dva kriterija veta, in sicer X_{12} ter X_{23} . Čeprav imata oba absoluten globalen vpliv, sta zaradi preglednosti strukturirana na najnižjem nivoju hierarhije. Vsi ostali kriteriji

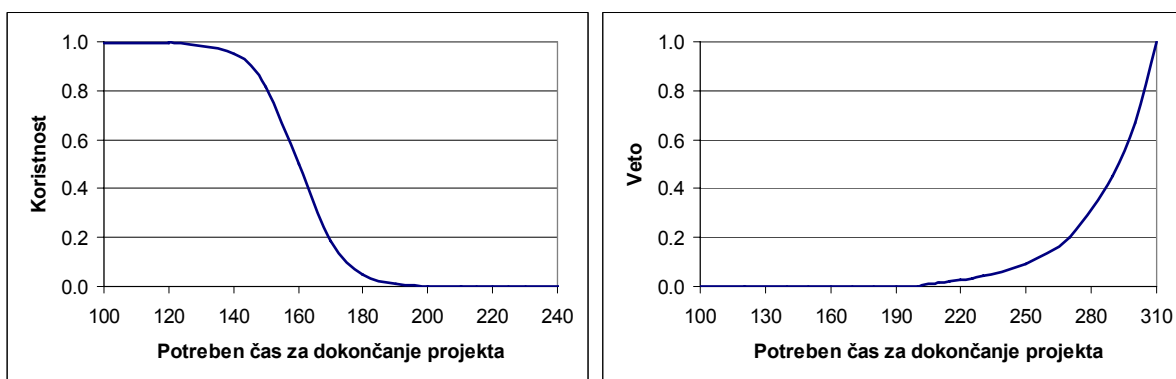
odražajo koristnost. Ker velja zanje značilnost kompenzacije, so uteženi, pri čemer so uteži normirane in podane za različne nivoje. Glede na zvezna definicijska območja so specificirane naslednje delne funkcije koristnosti:

$$u_{11}(a_i) = \begin{cases} 1.082 - e^y, & y = x_{11}(a_i)/c_{11}, \quad x_{11}(a_i) \leq 50.95, \\ 0 & , x_{11}(a_i) > 50.95, \end{cases}$$

$$u_{22}(a_i) = \begin{cases} 1 & , x_{22}(a_i) < 120, \\ 1/(1 + e^y), & y = c_{22} \cdot (x_{22}(a_i) - d_{22}), \quad 120 \leq x_{22}(a_i) \leq 200, \\ 0 & , x_{22}(a_i) > 200, \end{cases}$$

$$u_{21}(a_i) = x_{21}(a_i)/10, \quad u_{31}(a_i) = 1 - e^{-y}, \quad y = x_{31}(a_i)/c_{31}, \quad u_{32}(a_i) = x_{32}(a_i)/10.$$

Zgornje formule vključujejo nekaj oznak: $x_j(a_i)$ in $u_j(a_i)$ sta dejanska vrednost in koristnost alternative a_i z ozirom na kriterij X_j , c_j je faktor korekcije ter d_j prevoj. Modelirani sta dve eksponentni funkciji, ki se izogibata tveganju, ter tri nevtralne funkcije – ena sigmoidna in dve linearni. Funkcija $u_{22}(a_i)$ je razvidna iz slike 3.9.



Slika 3.9: Primer delne funkcije koristnosti in preslikave kriterija veta

Podobno sta definirana kriterija veta – X_{12} ima samo učinek popolne nekompenzacije, X_{23} pa tako popolne kakor delne. Preslikavo kriterijskih vrednosti za X_{23} kaže slika 3.9. Matematični zapis, ki z $v_j(a_i)$ označuje stopnjo veta in z D^+ zgornjo mejo definicijskega območja, je:

$$v_{12}(a_i) = \begin{cases} 0 & , x_{12}(a_i) < 55, \\ 1 & , x_{12}(a_i) \geq 55, \end{cases}$$

$$v_{23}(a_i) = \begin{cases} 0 & , x_{23}(a_i) < 210, \\ e^{-y}, & y = (D_{23}^+ - x_{23}(a_i))/c_{23}, \quad x_{23}(a_i) \geq 210. \end{cases}$$

Delne enokriterijske koristnosti alternativ so prek večih nivojev hierarhije združene z uteženo aditivno kompozicijo:

$$u(a_i) = \sum_{j=1..3} w_j \cdot u_j(a_i) = w_1 \cdot u_{11}(a_i) + w_2 \cdot \sum_{j=1..2} w_{2j} \cdot u_{2j}(a_i) + w_3 \cdot \sum_{j=1..2} w_{3j} \cdot u_{3j}(a_i),$$

kjer je $u(a_i)$ skupna koristnost alternative, $u_j(a_i)$ oziroma $u_{kj}(a_j)$ njena delna koristnost in w_j ali w_{kj} utež kriterija. Verodostojnost kompenziranih koristnosti alternativ je nato na najvišjem, globalnem nivoju zmanjšana z inverznimi nekompenzacijskimi stopnjami veta:

$$\sigma(a_i) = u(a_i) \cdot (1 - v_{12}(a_i)) \cdot (1 - v_{23}(a_i)).$$

Kriteriji veta so obravnavani neodvisno od njihovega položaja v hierarhiji. Končna ocena posamezne alternative a_i je $\sigma(a_i)$. Postopek, kako je izpeljana, navajajo tabele.

Kriterij		Alternativa a_1		Alternativa a_2		Alternativa a_3		Alternativa a_4		w_j
		$x_j(a_1)$	$u_j(a_1)$	$x_j(a_2)$	$u_j(a_2)$	$x_j(a_3)$	$u_j(a_3)$	$x_j(a_4)$	$u_j(a_4)$	
X_{11}	Cena opravljenega dela	60	0.000	25	0.957	46	0.365	35	0.795	1
X_{21}	Razpoložljivost tehnologij	10	1.000	3	0.300	7	0.700	5	0.500	0.4
X_{22}	Zahtevan čas	100	1.000	220	0.000	155	0.679	290	0.000	0.6
X_{31}	Število referenc	40	0.865	10	0.393	80	0.982	50	0.918	0.5
X_{32}	Izkušnje s sorodnimi IS	8	0.800	4	0.400	10	1.000	7	0.700	0.5

Ocenjene so štiri alternative. V zgornji tabeli so podane njihove vrednosti in koristnosti glede na kriterije najnižjega hierarhičnega nivoja. Opisne vrednosti so zajete v stolpcih, označenih z $x_j(a_i)$. Z definiranimi funkcijami so preslikane v delne koristnosti, zbrane v sosednjih stolpcih. Uteži so upošteevane pri agregaciji z uteženo vsoto, katere rezultate prikazuje spodnja tabela.

Kriterij ali cilj		$u(a_1)$	$u(a_2)$	$u(a_3)$	$u(a_4)$	w_j
Cilj	Izvajalec	0.566	0.510	0.619	0.560	
X_1	Stroški	0.000	0.957	0.365	0.795	0.4
X_2	Viri	1.000	0.120	0.688	0.200	0.4
X_3	Izkušnje	0.832	0.397	0.991	0.809	0.2

Skupne koristnosti alternativ so zelo izenačene. Najboljša je alternativa a_3 , kateri tesno sledijo ostale tri. Vendar še ni upoštevan nekompenzacijski vpliv veta. Stopnje veta, izmerjene na podlagi opisnih kriterijskih vrednosti, so v tabeli na naslednji strani.

Kriterij veta		Alternativa a_1		Alternativa a_2		Alternativa a_3		Alternativa a_4	
		$x_j(a_1)$	$v_j(a_1)$	$x_j(a_2)$	$v_j(a_2)$	$x_j(a_3)$	$v_j(a_3)$	$x_j(a_4)$	$v_j(a_4)$
X_{12}	Veto na zahtevano plačilo	60	1.000	25	0.000	46	0.000	35	0.000
X_{23}	Veto na zahtevan čas	100	0.000	220	0.027	155	0.000	290	0.449

Samo alternativa a_3 je popolnoma sprejemljiva glede na oba kriterija veta. Alternativa a_1 dobi strogi veto od kriterija X_{12} , kar pomeni popolno nekompenzacijo, odraženo v oceni $\sigma(a_1)=0$, kot je moč videti v zadnji tabeli. Preseže namreč zgornjo mejo neustreznosti. Po drugi strani se alternativni a_2 in a_4 z ozirom na kriterij X_{23} tej meji približata, vendar je ne dosežeta. Zato sta podvrženi le šibkemu vetu, ki skrha njuno verodostojnost. Posledica pogojne sprejemljivosti je, da sta oceni $\sigma(a_2)$ in $\sigma(a_4)$ nižji od skupnih koristnosti $u(a_2)$ in $u(a_4)$.

Alternativa a_1	Alternativa a_2	Alternativa a_3	Alternativa a_4
0.000	0.496	0.619	0.308

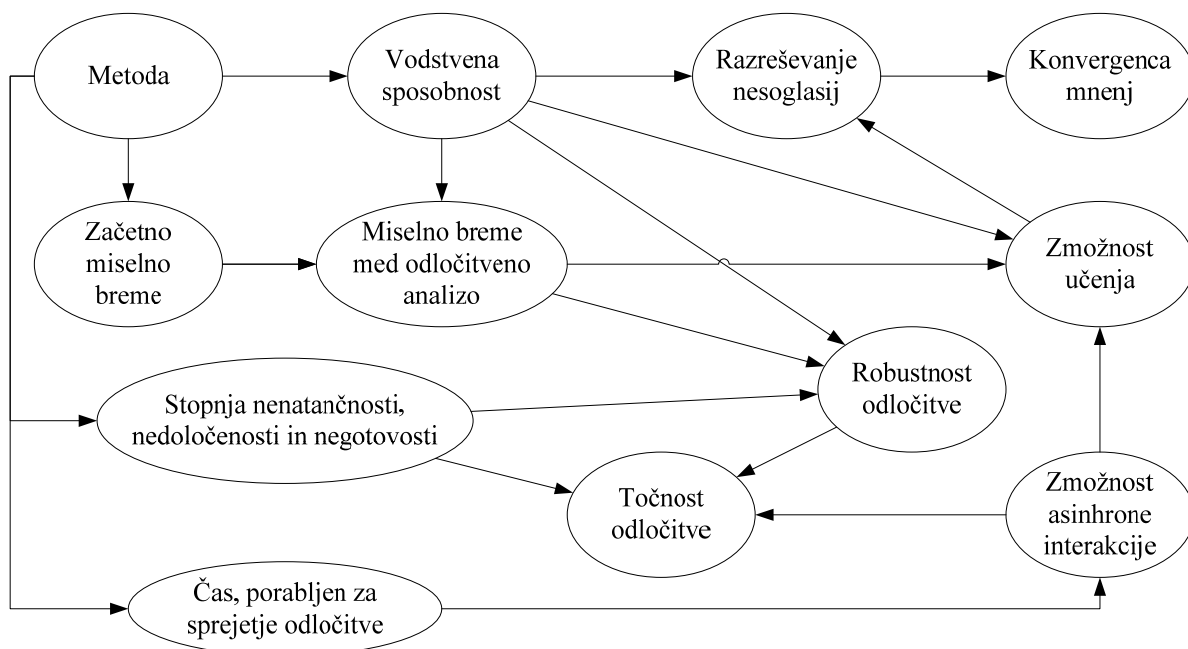
Alternativa a_3 ohrani skupno koristnost, medtem ko se verodostojnost le-te za alternativo a_2 zmanjša rahlo, za alternativo a_4 pa zmerno. Ugotovljeno je tudi, da je glede na odločevalčeva pričakovanja alternativa a_1 povsem neustrezna. V primerjavi z izračunanimi vrednostmi $u(a_i)$ se stopnje $\sigma(a_i)$ med seboj občutneje razlikujejo, kar bistveno izboljša robustnost odločitve.

4 Definicija eksperimentalnega modela

4.1 Model vrednotenja postopka skupinskega odločanja/pogajanja

4.1.1 Splošni model

Dokumentiranih je nekaj empiričnih ocenitev in primerjav večkriterijskih odločitvenih metod, tako klasičnih (Triantaphyllou, 2000) kot tudi iz domene združitveno-razdružitvene analize (Beuthe in Scannella, 2001), ter skupinskih odločitvenih procesov (Benbunan-Fich idr., 2002; Paul idr., 2004; Stohr in Konsynski, 1992; Tung in Quaddus, 2002). Vendar pa v literaturi ni zaslediti celovitega modela za vrednotenje združitveno-razdružitvenih metod, integriranih v sisteme za podporo skupinskemu odločanju. Zato je v tem podpoglavju opredeljeno ogrodje za merjenje učinkovitosti tovrstnih sistemov. Sestoji iz dvanajstih koreliranih spremenljivk, ki so predstavljene na sliki 4.1.



Slika 4.1: Ogrodje za vrednotenje skupinskih/pogajalskih združitveno-razdružitvenih metod

Predlagani dejavniki po večini niso specifični za združitveno-razdružitveni princip, temveč so lahko aplicirani na poljubne pogajalske in skupinske odločitvene procese. Zanje so definirane

različne kvantitativne in kvalitativne metrike, ki služijo pridobitvi relevantnih objektivnih in subjektivnih podatkov. Le-ti pomenijo vhod v analizo učinkovitosti metod.

Sposobnost sistema za avtonomno vodenje odločitvenega/pogajalskega postopka

Opis:

Sistem mora olajšati delo odločevalcem. Obdelati in ovrednotiti mora relevantne podatke ter na podlagi pridobljenih informacij poiskati stične točke in nasprotja v presojah posameznikov. Prezeti mora vlogo moderatorja ter svetovati glede najprimernejših vrednosti parametrov oziroma akcij, ki naj bi jih izvršili člani skupine.

Metriki:

Sposobnost vodenja je mogoče objektivno oceniti glede na to, kolikšna sta *deleža uspešnih in neuspešnih danih napotkov sistema*. Uspešen napotek je tisti, ki privede do konsenza, zmanjša miselno breme ali izboljša znanje skupine prek zagotavljanja vpogleda v problemsko domeno in njeno formalno predstavitev.

Razreševanje nesoglasij

Opis:

Razreševanje nesoglasij je pogojeno s sposobnostjo vodenja, ki pa predstavlja širši koncept. Do nesoglasij pride zaradi navzkrižnih zahtev odločevalcev ali njihovih zastopniških agentov. Nujno je, da sistem v vlogi moderatorja premosti konflikte, ki so posledica razhajanj presoj udeležencev, izraženih z vhodnimi parametri modela in zrcaljenih v različnih individualnih odločitvah. Z maksimizacijo števila uspešnih posegov moderatorja mora biti dosežen konsenz ali vsaj kompromis.

Metriki:

Meriti je možno *deleža (ne)uspešnih moderatorjevih posredovanj ter nerazrešenih nesoglasij*.

Konvergenca mnenj

Opis:

Razreševanje nesoglasij ima izrazit vpliv na konvergenco mnenj, ki je eden najpomembnejših dejavnikov kakovosti skupinskih odločitvenih sistemov. Učinkoviti postopki ne potrebujejo

veliko iteracij za konvergenco k odločitvi, dosežejo visoko stopnjo konsenza in zagotovijo, da večina udeležencev izrazi zadovoljstvo glede sprejete skupinske odločitve.

Metrike:

- število korakov oziroma iteracij,
- izračunana stopnja soglasja (konsenza),
- subjektivno izraženo zadovoljstvo glede sprejete skupinske odločitve,
- razhajanje med subjektivno ocenjeno in izračunano stopnjo poenotenja (občuteni proti stvarnemu konsenzu).

Miselno breme med odločitveno analizo

Opis:

Miselno breme med odločitveno analizo je prav tako mogoče reducirati z ustreznim vodenjem postopka in zmožnostjo sistema za učinkovito avtomatizirano indukcijo vrednosti parametrov modela. Odraža se v številu operacij, ki jih mora opraviti odločevalec v posamezni iteraciji, in v zapletenosti teh operacij.

Metrike:

- povprečno število ročnih prilagoditev parametrov na iteracijo,
- povprečno število operacij analize občutljivosti na iteracijo,
- subjektivna občutena kompleksnost operacij.

Začetno miselno breme

Opis:

Začetno miselno breme je pogojeno s tehničnimi/teoretičnimi značilnostmi metode, predvsem s količino potrebnih vhodnih podatkov glede na posamezen kriterij. Bistven dejavnik je tudi težavnost izvajanja preferenc, saj so lahko le-te podane v obliki holističnih ocen, na osnovi natančnih vrednosti parametrov ali z uporabo neke posredne tehnike, kakršna je AHP (Dyer in Forman, 1992), ki sloni na matrikah parnih primerjav. V praksi je pogosto proučevana razlika med parnimi primerjavami in neposrednim izražanjem vrednosti (Triantaphyllou, 2000).

Metriki:

Metriki sta *število preferenčnih parametrov* in *občutena zahtevnost izražanja preferenc*.

Izčrpnost analize problemske domene

Opis:

Miselna obremenitev naj ne bi vplivala na izčrpnost analize problemske domene (Paul idr., 2004). To pomeni, da mora biti zagotovljen vpogled v vse za odločanje ali pogajanje bistvene postavke. Podrejanje večinskemu mnenju in osredotočenost na skupne cilje ne sme zamegliti ali celo izločiti obrobni dejavnikov, ki so morda pomembni zgolj za nekatere odločevalce, vendar lahko znatno doprinesejo h kakovosti rezultatov.

Metrike:

- subjektivno zadovoljstvo z naborom obravnavanih alternativ,
- subjektivno zadovoljstvo z naborom upoštevanih kriterijev,
- subjektivno zadovoljstvo z definicijami domen in uteži kriterijev,
- subjektivno dožemanje skladnosti izvedbe postopka s cilji odločanja,
- stopnja ujemanja z lastnostmi sorodnih problemskih situacij in teoretičnih konceptov.

Stopnja nenatančnosti, nedoločenosti in negotovosti

Opis:

Stopnja nenatančnosti, nedoločenosti in negotovosti, s katero se je sposoben spoprijeti sistem za podporo odločanju, je ena od tehničnih spremenljivk. V splošnem je največja pri metodah, ki temeljijo na konceptih psevdokriterija in prednostne relacije (Roy, 1996), teoriji mehkih množic (Zimmermann, 1996) ali teoriji verjetnosti. Pomembno je, da majhna odstopanja v nezanesljivih podatkih ali človekovem dožemanju, ki jih ni mogoče odpraviti, ne privedejo do neskladnih, nasprotujočih si odločitev. Stopnja nenatančnosti, nedoločenosti in negotovosti ima močan vpliv na robustnost in točnost odločitve.

Robustnost odločitve

Opis:

Sprejeta odločitev mora biti robustna. Zaželeno je, da je minimalna sprememba preferenčnih parametrov, ki povzroči drugačno odločitev, čim večja. Robustnost je v kontekstu odločitvene analize pomemben koncept. Zato je na voljo precej pristopov, ki jo preverjajo (Vincke, 1999).

Metrike:

Robustnost je lahko razmeroma verodostojno dokazana z implementacijo matematičnih in/ali algoritmičnih metrik. Takšne metrike so bile vpeljane v tretjem poglavju disertacije.

Točnost odločitve

Opis:

Precej težje kot robustnost je objektivno potrditi točnost, saj je točna odločitev izključno tista, ki se z uspešno implementacijo izkaže v praksi. Kljub temu je možno definirati nekaj metrik za njeno kvantitativno ocenitev.

Metrike:

- število zamenjav v vrstnem redu alternativ, do katerih pride, ko je bodisi dodana nova alternativa bodisi katera od obstoječih izločena,
- število zamenjav v vrstnem redu alternativ, kadar kateri od članov skupine preneha sodelovati v odločitvenem postopku,
- število umikov članov odločitvene skupine,
- subjektivna stopnja zaupanja v rezultate,
- ugotovljena učinkovitost odločitve po implementaciji.

Čas, porabljen za sprejetje odločitve

Opis:

Gre za spremenljivko, z ozirom na katero kakovost odločitvene metode ni enolično določena, ampak je odvisna od konkretne situacije. Običajno je velika hitrost sprejetja odločitve pogoj za konvergenco mnenj (Paul idr., 2004). Po drugi strani pa omogoča daljši časovni interval odločanja asinhrono interakcijo, ki je ena ključnih značilnosti postopkov tipa Delfi (Pečjak, 1989; Turoff in Hiltz, 1996).

Metrike:

- skupen čas od začetka do konca postopka odločanja/pogajanja,
- skupen čas za eno iteracijo postopka odločanja/pogajanja,
- čas, ki ga za eno iteracijo potrebuje povprečen odločevalec/agent.

Zmožnost asinhronne interakcije

Opis:

Za skupinske postopke tipa Delfi je nujna zmožnost asinhronne interakcije. Predpogoja zanjo sta majhno število umikov iz skupine, ki je nasploh eden bistvenih faktorjev verodostojnosti in učinkovitosti vseh skupinskih procesov, ter dolg skupen čas za sprejetje odločitve. Zato je ta spremenljivka odvisna od predhodno opisane. Princip asinhronne interakcije je pomemben, ker ne rabijo biti vsi odločevalci istočasno udeleženi pri reševanju problema, za kar pogosto nimajo niti možnosti. Svoje presoje podajo takrat, ko jim to dopuščajo zadolžitve in interesi.

Metriki:

- število umikov članov odločitvene skupine,
- število zamenjav v vrstnem redu alternativ, kadar kateri od članov skupine preneha sodelovati v odločitvenem postopku.

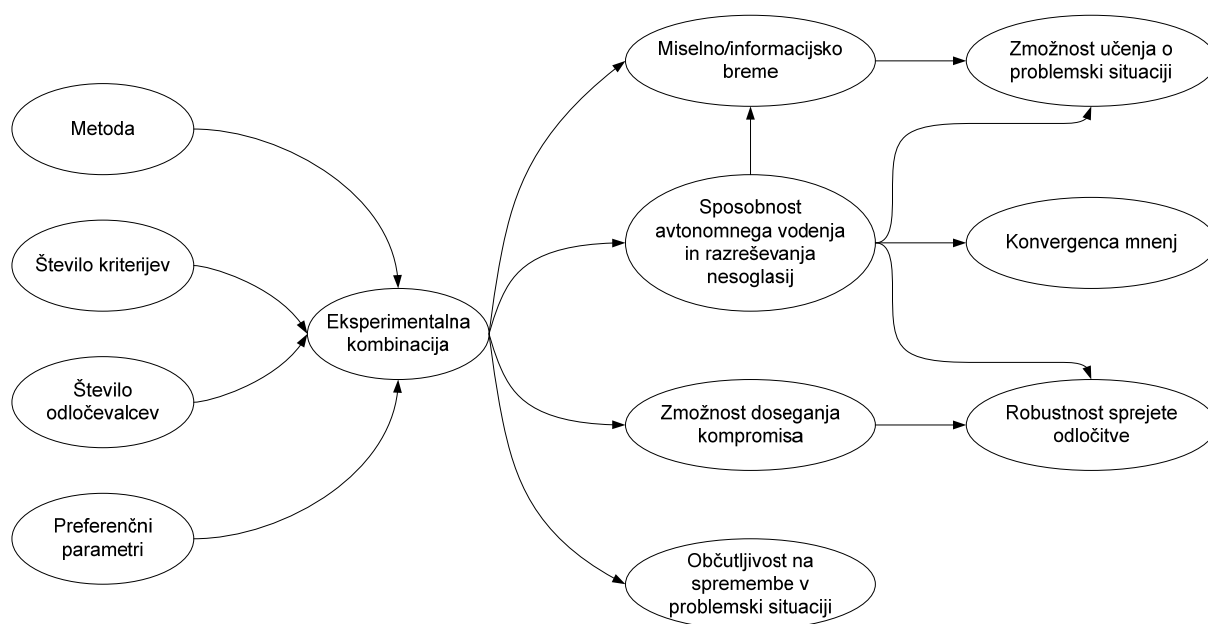
Zmožnost učenja

Opis:

Zadnji pomemben dejavnik je zmožnost učenja posameznikov in celotne skupine. Odločitveni sistem mora predstaviti odločevalcu preference vseh članov skupine in nakazati na ujemanja in razhajanja med njegovimi pogledi ter pogledi kolegov. Na ta način mu lahko omogoči, da upošteva postavke, ki jih je morda spregledal, osvetli problem iz dopolnilnih zornih kotov in črpa iz izkušenj drugih. Zaželeno je, da je učenje udeleženo tudi na organizacijskem nivoju, s čimer je doseženo prehajanje znanja in izkušenj med različnimi problemskimi domenami in sejami komunikacije (Bolloju idr., 2002).

4.1.2 Upoštevani model

Splošni model vrednotenja skupinskih odločitvenih metod, ki je bil definiran v podpoglavju 4.1.1, je zelo kompleksen. Obravnava vseh enajstih odvisnih spremenljivk bi presegla okvirje doktorske disertacije, katere primarni cilj je vpeljava izvirne odločitvene metode in ne zgolj ocenjevanje obstoječih pristopov. Zato je z namenom dokazovanja učinkovitosti predlaganega avtonomnega mehanizma integrativnih pogajanj upoštevan preprostejši, a dovolj verodostojen model iz slike 4.2. Izpuščene spremenljivke bodo predmet nadaljnjih raziskav.



Slika 4.2: Model vrednotenja postopka skupinskega odločanja/pogajanja

Model sestoji iz štirih neodvisnih in sedmih odvisnih spremenljivk. Med njimi je postavljena še vezna spremenljivka *eksperimentalna kombinacija*, ki združuje vrednosti vseh neodvisnih spremenljivk in nakazuje na dejstvo, da le-te sočasno vplivajo na odvisne. Slednje pomenijo osnovo za sedem hipotez vrednotenja učinkovitosti mehanizma pogajanj, definiranih v uvodu disertacije. Iz vsake odvisne spremenljivke je tako izpeljana ena hipoteza. Tri hipoteze, ki so vezane na *občutljivost na spremembe v problemski situaciji*, *miselno/informacijsko breme* in *zmožnost učenja o problemski situaciji*, so lahko potrjene teoretično, za ostale pa je potrebna simulacija ali študija, v kateri imajo osrednjo vlogo ljudje. Preslikavo med spremenljivkami ocenitvenega modela in hipotezami podaja tabela 4.1.

Tabela 4.1: Preslikava med odvisnimi spremenljivkami modela in hipotezami

<i>Odvisna spremenljivka</i>	<i>Hipoteza</i>
Zmožnost doseganja kompromisa	$H_{1.1}$
Sposobnost avtonomnega vodenja in razreševanja nesoglasij	$H_{1.2}$
Konvergenca mnenj	$H_{1.3}$
Robustnost sprejete odločitve	$H_{1.4}$
Občutljivost na spremembe v problemski situaciji	$H_{1.5}$
Miselno/informacijsko breme	$H_{1.6}$
Zmožnost učenja o problemski situaciji	$H_{1.7}$

Predpostavljeno je, da so nekatere odvisne spremenljivke modela korelirane. Vendar zaradi obsežnosti doktorske disertacije korelacije niso temeljiteje raziskane. Obravnavane bodo v sklopu nadaljnjega dela.

4.1.2.1 Neodvisne spremenljivke modela

4.1.2.1.1 Metoda

Pet od sedmih hipotez je oblikovanih tako, da obravnavajo izključno definirani združitevno-razdružitevni mehanizem integrativnih večagentnih pogajanj. V navezavi na ostali hipotezi pa so upoštevane še naslednje metode:

- združitevno-razdružitevni skupinski postopek na osnovi ELECTRE TRI (Demart idr., 2006; Dias in Mousseau, 2003),
- ELECTRE TRI za skupine (Dias in Clímaco, 2000),
- ELECTRE-GD (Leyva-López in Fernández-González, 2003),
- skupinski PROMETHEE (Brans idr., 1997),
- združevanje delnih vrstnih redov alternativ, pridobljenih z metodama ELECTRE III in PROMETHEE (Jabeur idr., 2004),
- skupinska aplikacija večatributne funkcije koristnosti (Matsatsinis idr., 2005),
- skupinski AHP (Saaty, 1989; Van den Honert, 1998) in
- postopek iskanja konsenza z integracijo različnih preferenčnih formatov (Choudhury idr., 2006; Herrera idr., 2001; Herrera-Viedma idr., 2002).

4.1.2.1.2 Število kriterijev

Neodvisna spremenljivka *število kriterijev* je pomembna za verodostojno ocenitev vpliva, ki ga ima na uspeh iskanja konsenzne ali kompromisne rešitve razmerje med številoma kriterijev in alternativ $n : m$. Odločitev je namreč izpeljana na osnovi matrik stopenj $s_j(a_i, b)$, $s_j(b, a_i)$ in $d_j(a_i)$, ki imajo n vrstic in m stolpcev. Absolutno večanje matrik v obeh dimenzijah bržkone ni smiselno, ker se pri vzorčenju iz enakomerne porazdelitve ohranjajo značilnosti realnih števil. Učinkoviteje je obravnavati zgolj tri temeljne situacije: $n > m$, $n \approx m$ in $n < m$. Zato je število alternativ fiksirano na $m = 8$, število kriterijev pa je v različnih eksperimentalnih kombinacijah $n = 4$, $n = 7$ in $n = 10$. Osem alternativ je potrebnih, ker bi bilo pri manjšem ali večjem številu težko oceniti ustreznost konsenza. Za srednjo vrednost števila kriterijev je izbrano Millerjevo

število, ki predstavlja pomembno psihološko mejo. Odmik je v obeh smereh konstanten, pri čemer je upoštevano dejstvo, da so odločitveni problemi z manj kot štirimi kriteriji v praksi zelo redki. Morda bi kazalo simulacijo izvesti tudi za približno 20 kriterijev, kar je v stvarnih primerih precej običajna kompleksnost. Vendar zaradi časovne zahtevnosti implementiranih optimizacijskih algoritmov z razpoložljivo aparaturno opremo pri takšni količini podatkov ne bi bilo možno opraviti statistično signifikantnega števila poskusov.

4.1.2.1.3 Število odločevalcev

Za skupinske odločitvene in pogajalske postopke je bistven dejavnik *število odločevalcev* ali odločitvenih skupin. Podobno kot pri številu kriterijev ima tudi ta neodvisna spremenljivka vrednosti $o=4$, $o=7$ in $o=10$. Manj kot štirje odločevalci niso upoštevani, ker metoda, ki jo vpeljuje disertacija, ni namenjena bilateralnim, temveč multilateralnim pogajanjem. Prisotnost več kot desetih odločevalcev/agentov pa je v praksi bržkone redek pojav.

4.1.2.1.4 Preferenčni parametri

Moč simulacije je v modeliranju širokega spektra problemskih situacij. V ta namen mora biti zagotovljena naključna izbira kriterijskih vrednosti alternativ in preferenčnih parametrov – profila, pragov indifferenca, preference, nesoglasja in veta ter uteži. Vrednosti so dobljene na naslednji način:

- Profil je vzorčen iz normalne porazdelitve s srednjo vrednostjo 50 in z odklonom 15. Naključne vrednosti, ki niso na intervalu $[20, 80]$, so prilagojene, da ustrezajo spodnji meji 20 ali zgornji meji 80.
- Uteži so vzorčene iz enakomerne porazdelitve na intervalu $[0, 1]$. Nato so normirane, tako da je njihova vsota enaka 1. Določeni sta tudi spodnja in zgornja meja posamezne uteži. Zahtevano je, da je utež po spremembi za največ 0.2 manjša oziroma večja kot na začetku.
- Pragovi indifferenca, preference, nesoglasja in veta so z uporabo decibelov izračunani relativno glede na profil. Odmik je vzorčen iz množice realnih števil $\{0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1\}$, ki ustrezajo lingvističnim modifikatorjem {zelo šibek, šibek, zmeren, močen, zelo močen}. Za različne pragove so upoštevani maksimumi 0.5 dB, 1 dB, 1.5 dB in 2 dB. Vpliv, ki ga imajo ti maksimumi, je za nekaj reprezentativnih profilov razviden iz tabele 4.2. Izpeljava pragov in dopustnih intervalov le-teh je podvržena omejitvam:

- $q_j^- \leq q_j \leq q_j^+ < p_j^- \leq p_j \leq p_j^+ < u_j^- \leq u_j \leq u_j^+ < v_j^- \leq v_j \leq v_j^+$,
 - $b_j - v_j^+ > D_j^- = 0$ in
 - $b_j + p_j^+ < D_j^+ = 100$.
- Kriterijske vrednosti alternativ so vzorčene iz enakomerne porazdelitve na intervalu $[0, 100]$.
 - Stopnja reza je postavljena na $\lambda = 0.5$, kar je običajna vrednost.
 - Prag robustnosti je postavljen na $\psi = 0.3$. Takšna vrednost glede na dosegljivo stopnjo robustnosti 1 ni prekomerno omejevalna, zaradi česar ne zavira konvergence. Po drugi strani pa preprečuje spremembo verodostojno izbranih kategorij.

Tabela 4.2: Najmanjši in največji možni relativni pragovi glede na referenčni profil

b_j	q_j		p_j		u_j		v_j	
	min	max	min	max	min	max	min	max
20	1.430	2.440	2.963	5.179	4.605	8.251	6.365	11.698
40	2.861	4.881	5.926	10.357	9.211	16.502	12.730	23.396
60	4.291	7.321	8.889	15.536	13.816	24.752	19.095	35.094
80	5.722	9.761	11.852	20.714	18.422	33.003	25.461	46.791

Predpostavljeno je, da so vsi kriteriji maksimizirani in da imajo enotno domeno $[0..100]$. To ne zmanjšuje verodostojnosti rezultatov simulacije, ker vsaka metoda združevanja preferenc, ki temelji na psevdokriteriju in prednostni relaciji, v računskem postopku odpravi tako vpliv smeri naraščanja prednosti kakor tudi vpliv domene.

4.1.2.2 Odvisne spremenljivke modela

Motivacija za hipoteze $H_{1.1}$ do $H_{1.7}$ in s tem tudi za odvisne spremenljivke je bila podana v uvodnem poglavju disertacije. Zato so v tem poglavju definirane samo kvantitativne metrike, ki so potrebne za statistično potrditev veljavnosti hipotez $H_{1.1}$ do $H_{1.4}$. Tri spremenljivke, ki omogočajo teoretično ovrednotenje metode, so izpuščene.

4.1.2.2.1 Zmožnost doseganja kompromisa

Najosnovnejša metrika, ki pove, ali je bil dosežen učinkovit kompromis, je odstotek primerov, v katerih izbira najboljše alternative ni enolična. To pomeni, da obstajata vsaj dve alternativni,

ki sta enakovredni po številu prejetih glasov odločevalcev in po stopnji robustnosti, hkrati pa sta boljši od ostalih alternativ. V matematični notaciji je možno to zapisati kot:

$$\exists i, j : (\nu_i = \nu_j) \wedge (\Gamma_i = \Gamma_j),$$

pri čemer velja

$$\nu_i = \max_{k=1..m} \nu_k \wedge \left\{ \begin{array}{l} \Gamma_i > \Gamma_k, \forall k \neq i : (\Gamma_i \neq \Gamma_k) \wedge (\nu_i = \nu_k) \wedge (\nu_i \geq o/2) \\ \Gamma_i < \Gamma_k, \forall k \neq i : (\Gamma_i \neq \Gamma_k) \wedge (\nu_i = \nu_k) \wedge (\nu_i < o/2) \end{array} \right\}.$$

Kompromis je učinkovit, če je izbrana varianta precej oddaljena od katerekoli druge variante. Pomembni sta zlasti oddaljenosti najboljše alternative od naslednje najboljše alternative, ki pove, v kolikšni meri se je mogoče zanesti na sprejeto odločitev, ter od vseh ostalih alternativ hkrati, ki nakazuje na sposobnost metode, da razločuje dobre rešitve od slabih. Za en poskus simulacije je normirana razdalja do druge najboljše alternative brez upoštevanja robustnosti Γ_i izračunana z naslednjo enačbo:

$$\Delta = \frac{\nu_i - \nu_j}{o},$$

kjer je

$$\nu_i = \max_{k=1..m} \nu_k \text{ in } \nu_j = \max_{\substack{k=1..m \\ k \neq i}} \nu_k.$$

Drugo največje število prejetih glasov je torej odšteto od največjega. Za maksimalno razdaljo se upošteva najvišje možno število glasov o , saj se v najugodnejšem primeru zgodi, da so vsi odločevalci soglasni glede uvrstitve ene alternative v kategorijo C^+ in ostalih alternativ v C^- . Normirana oddaljenost najboljše alternative od celotne množice ostalih alternativ je dobljena na podoben način:

$$\Delta = \frac{\sum_{\substack{k=1..m \\ k \neq i}} \nu_i - \nu_k}{o \cdot (m-1)},$$

pri čemer je stopnja ν_i ponovno poiskana kot maksimum vseh stopenj strinjanja in pri čemer so glede na alternativo a_i upoštevane vse možne razlike glasov. Razumljivo je, da definirani razdalji nista zanimivi samo za en poskus simulacije, temveč sta pri statističnem ovrednotenju metode obravnavani njuni povprečni izmerjeni vrednosti. Ker pa metriki razdalje ne razkrijeta

razporeditve glasov med variante in ker zanemarjata v poglavju 3 vpeljane stopnje robustnosti $r(a_i)$ in Γ_i , so uporabljene še tri dodatne metrike:

- povprečno število glasov oziroma povprečna stopnja kompromisa $\bar{v}_i$ za i -to najboljšo alternativo,
- povprečno število alternativ na k -tem mestu in
- povprečna robustnost alternativ na k -tem mestu.

Povprečno število glasov za i -to najboljšo alternativo je dobljeno tako, da so v posameznem poskusu simulacije alternative šibko razvrščene od tiste z največ do tiste z najmanj prejetimi glasovi. Za vsako izmed m mest je nato izračunana povprečna vrednost opravljenih poskusov. Idealno je, če je povprečna stopnja kompromisa prvouvrščene alternative enaka o , ostalih pa enaka 0 ali vsaj čim manjša. Takrat dosežejo odločevalci popolno soglasje o ustreznosti ene in o neustreznosti drugih alternativ.

Povprečno število alternativ na k -tem mestu je komplementarno prejšnji metriki. Pove, koliko alternativ prejme o glasov, koliko $o - 1$ glasov in tako naprej do 0 glasov. Zaželeno je, da se na najvišjem mestu nahaja samo ena alternativa, saj je tedaj kompromisna rešitev nedvoumna.

Povprečna robustnost alternativ na k -tem mestu je za vsak $k = 1, \dots, o + 1$ izračunana na osnovi stopenj Γ_i tistih alternativ, ki prejmejo $o - k + 1$ glasov. Na prvem in na zadnjem mestu mora biti robustnost karseda visoka, ker gre za alternative, ki jih vsi odločevalci sortirajo v razred C^+ ali v razred C^- . Pri alternativah, ki prejmejo približno polovico glasov, pa je zaradi razkola v odločitveni skupini pričakovana nizka robustnost.

4.1.2.2.2 Sposobnost avtonomnega vodenja in razreševanja nesoglasij

Spremenljivko operacionalizirajo tri metrike:

- gibanje kompromisne rešitve skozi iteracije postopka pogajanja v smislu glasov, ki jih prejmejo različne alternative,
- dosežene stopnje strinjanja odločevalcev oziroma agentov v posamezni iteraciji,
- absoluten porast doseženih stopenj strinjanja odločevalcev oziroma agentov.

Pričakovati je, da so v začetni kompromisni rešitvi glasovi, ki jih od odločevalcev ali agentov prejmejo alternative, dokaj enakomerno porazdeljeni. Malo alternativ je soglasno sortiranih v kategorijo C^+ ali v kategorijo C^- in veliko je takšnih, ki jih odobravajo samo nekateri člani

skupine. Tako je pokrit širok spekter različnih stopenj kompromisa. Glede na konvergenčne kriterije, ki so bili definirani v tretjem poglavju doktorske disertacije, pa je naloga mehanizma integrativnih pogajanj odpravljanje neskladnosti med člani skupine z doseganjem enotnega mnenja glede uvrstitve alternativ v eno od dveh kategorij. Če postopek odločanja/pogajanja resnično premore sposobnost avtonomnega vodenja in razreševanja nasprotij, mora biti skozi iteracije jasno razvidno približevanje k poenotenosti. Iz kvantitativnega vidika to pomeni, da se stopnje kompromisa alternativ postopno in monotonno dvigujejo/nizajo proti zgornji/spodnji meji števila možnih glasov o oziroma 0.

Simulacija upošteva dva kriterija konvergence, ki sta bila definirana v podpoglavju 3.1.2:

- Če obstajajo na začetku pogajanja alternative, za katere glasuje vsaj polovica agentov ali odločevalcev, morajo le-te konvergirati k zgornji meji o možnih glasov. Vse ostale alternative morajo konvergirati k spodnji meji 0 glasov.
- Če na začetku pogajanja niti ena alternativa ne prejme vsaj polovice možnih glasov, je poiskana alternativa z najvišjo stopnjo kompromisa in po potrebi tudi z najugodnejšo robustnostjo, to je alternativa, za katero velja $v_i = \max_{k=1..m} v_k$ in $\Gamma_i \leq \Gamma_j$ za vsak indeks $j \neq i$, glede na katerega obstaja enakost $v_i = v_j$. Ta alternativa naj bi konvergirala proti soglasni uvrstitvi v kategorijo C^+ , medtem ko morajo ostale konvergirati proti enotni uvrstitvi v C^- .

Vodstvena sposobnost pogajalskega postopka se odraža še v monotnem naraščanju stopenj strinjanja odločevalcev/agentov. Posledično mora biti tudi razlika med doseženim končnim in začetnim strinjanjem pozitivna in čim večja. To je predpogoj, da so člani skupine zadovoljni z usmerjanjem in da se zmanjšujejo neskladja med njimi.

4.1.2.2.3 Konvergenca mnenj

Tudi to spremenljivko operacionalizirajo tri metrike:

- povprečno število korakov oziroma iteracij,
- monotonno gibanje stopnje konsenza skozi iteracije postopka pogajanja,
- povprečna izboljšava stopnje konsenza glede na začetni kompromis.

Za dokazovanje konvergence mnenj je nadvse prikladna stopnja konsenza, katere izračun je sestavni del avtonomnega pogajalskega mehanizma. Bistveni sta končna stopnja konsenza ter razlika med njo in začetno stopnjo. V kolikor je razlika pozitivna in velika ter končna stopnja

povsem ali vsaj približno enaka 1, konvergirajo neoptimalne rešitve proti optimalni odločitvi. To je zadosten pokazatelj učinkovitosti postopka. Vendar pa se ni nujno osredotočiti samo na začetno in končno vrednost, temveč je smiselno opazovanje gibanja stopnje konsenza čez vse iteracije pogajanja. Dobljena mora biti monotono naraščajoča premica ali krivulja. Če je njen povprečen naklon velik, je konvergenca hitra, sicer pa lahko počasno približevanje konsenzu povzroči prekomerno časovno in informacijsko kompleksnost, ki utegne nekatere odločevalce pripraviti do prenehanja sodelovanja. Zato je nujno izmeriti tudi povprečno število iteracij, po katerih se postopek zaključi. To število ne sme biti niti preveliko niti izrazito majhno, kajti v prvem primeru je konvergenca prepočasna, drugi primer pa kaže na to, da doseganje konsenza ni mogoče ali da je simulacija slabo zasnovana, ker naključno izbrani preferenčni parametri ne znajo odraziti konfliktnosti, ki je zanjilna za stvarne pogajalske in skupinske odločitvene procese.

4.1.2.2.4 Robustnost sprejete odločitve

Robustnost sprejete konsenzne odločitve je merjena relativno glede na začetno kompromisno odločitev. Zato so aplicirane iste metrike kot za odvisno spremenljivko *zmožnost doseganja kompromisa*. Vrednosti so odčitane dvakrat – v prvi iteraciji za začetno kompromisno rešitev in v zadnji iteraciji za končno konsenzno rešitev. Zahtevano je, da ostanejo vsi kazalniki po zaključku pogajanja vsaj tako dobri, kot so bili na začetku, ali da se popravijo. Metrike so:

- razlika v odstotku primerov neenoličnosti izbire najboljše alternative,
- razlika v oddaljenosti najboljše od druge najboljše alternative,
- razlika v oddaljenosti najboljše alternative od vseh ostalih alternativ,
- sprememba povprečnega števila glasov za i -to najboljšo alternativo,
- sprememba povprečnega števila alternativ na k -tem mestu,
- sprememba povprečnih robustnosti alternativ na k -tem mestu.

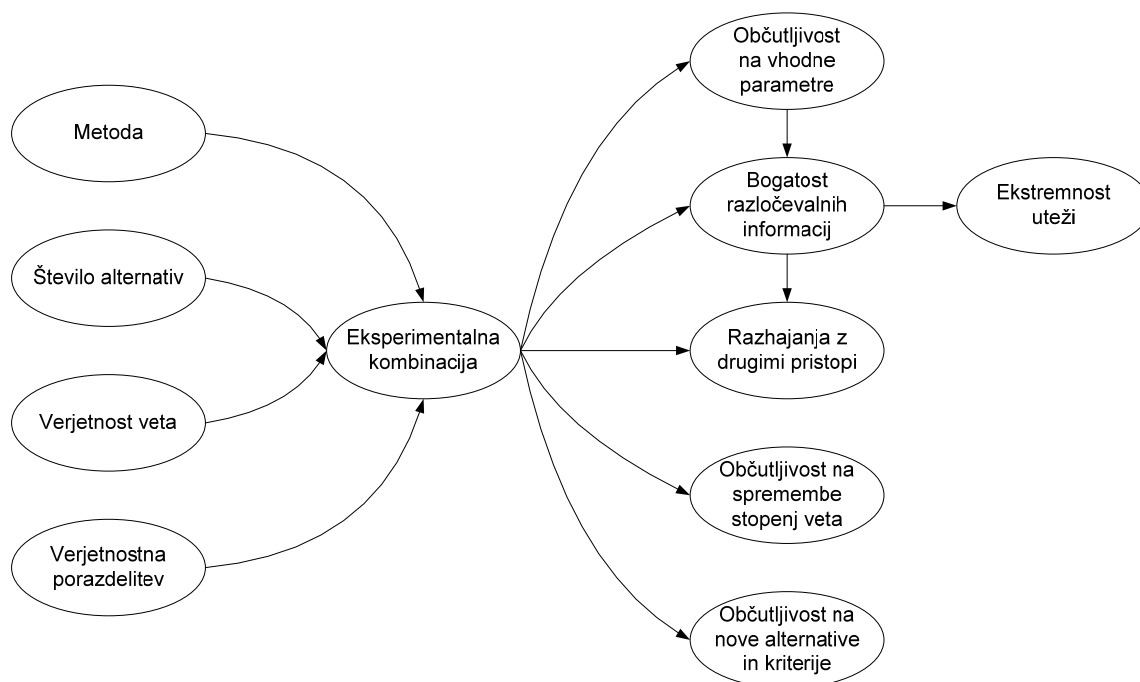
4.2 Model vrednotenja metod za izpeljavo uteži kriterijev

V sklopu raziskave, ki se sooča s problemom izpeljave uteži kriterijev na podlagi učinka veta, sta bili definirani dve temeljni metodi:

- metoda določitve selektivnih moči kriterijev in
- metoda izpeljave indeksov dominance.

Metoda določitve selektivnih moči je razširjena s preslikavo v matriko parnih primerjav, ki je skladna z lastnostmi, katere predpisuje metoda AHP. V ta namen so definirani trije operatorji – linearni, multiplikativni in eksponentni –, ki v razmerja preslikajo razdalje med selektivnimi močmi. Model njihovega ovrednotenja je definiran v podpoglavju 4.3.

Ker je mogoče algoritma za izpeljavo selektivnih moči in indeksov dominance aplicirati bolj splošno kot le v kontekstu samodejne določitve uteži kriterijev, saj gre za univerzalna pristopa k združevanju preferenc, je model statističnega vrednotenja teh pristopov ločen od modela vrednotenja operatorjev za preslikavo selektivnih moči v AHP matriko parnih primerjav. Pri eksperimentalnem vrednotenju selektivnih moči in indeksov dominance so upoštevane štiri neodvisne spremenljivke – *metoda*, *število alternativ*, *verjetnost veta* in *tip verjetnostne porazdelitve* – ter šest odvisnih spremenljivk – *občutljivost na vhodne parametre*, *bogatost razločevalnih informacij*, *ekstremnost uteži*, *občutljivost na majhne spremembe stopenj veta*, *občutljivost na dodajanje alternativ in kriterijev* ter *razhajanje z drugimi pristopi*. Eksperimentalni model prikazuje slika 4.3.



Slika 4.3: Eksperimentalni model vrednotenja metod za izpeljavo uteži

Potencialno zanimiva bi bila tudi neodvisna spremenljivka *število kriterijev*. Simulacija je bila zato dejansko izvedena za dve različni števili kriterijev ($n = 8$ in $n = 20$), vendar med dobljenimi rezultati ni bilo signifikantnih razlik. Zaradi primerljivosti rezultatov je torej možno zaključiti, da število kriterijev ni korelirano z odvisnimi spremenljivkami modela. Posledično

število kriterijev ni upoštevano kot neodvisna spremenljivka in so dokumentirani le statistični poskusi za $n = 8$. Na ta način je znatno zmanjšana kompleksnost eksperimentalnega modela.

Prav tako bi bila nadvse relevantna odvisna spremenljivka *točnost uteži*. Žal se le-te ne da objektivno oceniti zgolj na osnovi statistične simulacije, ampak bi bili potrebni eksperimenti, ki bi bili vezani na več stvarnih odločitvenih situacij in v katerih bi imeli osrednjo vlogo ljudje – odločevalci. Zato je tudi ta spremenljivka izpuščena iz modela. Nadomešča jo pet drugih statistično merljivih spremenljivk, ki lahko dovolj dobro odgovorijo na vprašanje o ustreznosti izpeljanih uteži in posledično o učinkovitosti predlaganih metod.

Predpostavljen je neposreden vpliv vseh nadzirljivih oziroma neodvisnih spremenljivk na skoraj vse nenadzirljive oziroma odvisne spremenljivke. Posledično je zaradi preglednosti slike in relacij na njej umetno dodana spremenljivka *eksperimentalna kombinacija*, ki zgolj združuje vrednosti neodvisnih spremenljivk.

Metode so bile ovrednotene za problemski tip dihotomijskega sortiranja alternativ. Četudi je to morda eden specifičnejših pristopov k odločitveni analizi, gre za temeljni primer izpeljave uteži, ki ga je mogoče povsem enostavno in transparentno posplošiti na ostale problemske tipe odločanja, kot je to opisano v podpoglavju 3.5. Zato pri posplošitvi ne pride do relevantne spremembe preferenčnih podatkov in zato so rezultati metod, dobljeni z dvokategorijskim sortiranjem, povsem merodajni in verodostojni.

4.2.1 Neodvisne spremenljivke modela

4.2.1.1 Metoda

Na osnovi modela sta ovrednoteni obe definirani metodi, ki izpeljeta selektivne moči oziroma indekse dominance kriterijev. Da bi lahko bili metodi ustrezno ocenjeni, niso samo opredeljene njune lastnosti glede na odvisne spremenljivke, temveč sta tudi primerjani s štirimi drugimi pristopi k izpeljavi uteži, in sicer z dvema preprostima agregacijskima operatorjema – uteženo vsoto delnih selektivnih moči in povprečjem stopenj veta – ter z dvema obstoječima metodama za določitev uteži na podlagi vrstnega reda kriterijev – utežmi ROC (*Rank Order Centroid*) in utežmi RS (*Rank Sum*). Operatorja uteženih vsot delnih selektivnih moči in povprečja mehkih stopenj veta sta kot potencialni alternativni rešitvi definirana vzporedno z

vpeljavo algoritma za določitev selektivnih moči. Na tem mestu kaže zgolj izpostaviti, da je povprečni kriterijski veto enak normirani vsoti stopenj veta:

$$\frac{\sum_{i=1..m} d_j(a_i)}{m} = \frac{\sum_{i=1..m} d_j(a_i)}{\max \text{ sum}},$$

kajti $\max \text{ sum} = m$, ker so stopnje veta mehka števila in je zgornja meja $d_j(a_i) = 1$ za $\forall i, j$.

Metode izpeljave uteži na osnovi vrstnega reda pomembnosti kriterijev so v praksi razmeroma dobro uveljavljene, ker ne zahtevajo velikega miselnega bremena in so se v stvarnih situacijah izkazale kot učinkovite (Roberts in Goodwin, 2002). Zanje velja, da vrnejo vedno identičen vektor uteži, ki je torej fiksiran za dano število kriterijev. To je po eni strani slabost tovrstnih metod, saj omejuje natančnost izražanja preferenc, po drugi strani pa lahko njihove ustaljene, mnogokrat preizkušene razporeditve uteži služijo kot meje, od katerih samodejno izpeljane selektivne moči oziroma indeksi dominance ne smejo preveč odstopati, saj bi to kazalo na njihovo preveliko ekstremnost in posledično neuporabnost v praksi.

Za primerjavo so upoštevane uteži ROC, ki so specificirane s predpisom, katerega cilj je minimizacija največje napake glede na ekstremne točke, določene z ordinalno razvrstitvijo kriterijev (Olson, 2001; Shepetukha in Olson, 2001):

$$w_i = \frac{\sum_{j=i..n} 1/j}{n},$$

in uteži RS, katere vrne naslednja funkcija:

$$w_i = \frac{2 \cdot (n+1 - R_i)}{n \cdot (n+1)},$$

pri čemer R_i predstavlja i -to mesto. Poleg uteži ROC in RS obstajajo tudi uteži RR (*Rank Reciprocal*) in uteži ROD (*Rank Order Distribution*). Uteži RR v eksperimentih niso upoštevane zaradi nekoliko slabše učinkovitosti (Roberts in Goodwin, 2002), uteži ROD pa zaradi njihove precejšnje podobnosti z utežmi RS. Za osem kriterijev so uteži ROC in uteži RS podane v tabeli 4.3.

Tabela 4.3: Uteži ROC in uteži RS, izračunane za osem kriterijev

	w_1	w_2	w_3	w_4	w_5	w_6	w_7	w_8
uteži ROC	0.340	0.215	0.152	0.111	0.079	0.054	0.034	0.016
uteži RS	0.222	0.194	0.167	0.139	0.111	0.083	0.056	0.028

4.2.1.2 Število alternativ

Neodvisna spremenljivka *število alternativ* je iz vidika vrednotenja metod izpeljave uteži pomembna, ker je potrebno preveriti, ali na uteži kriterijev vpliva razmerje med številom kriterijev in številom alternativ. Odpre se torej vprašanje, ali so kriteriji na osnovi učinka veta enako močni ne glede na to, ali jih je več ($n > m$), približno enako ($n \approx m$) ali manj ($n < m$) kot alternativ. Zato v eksperimentih pri konstantno $n = 8$ kriterijih število alternativ variira, tako da je simulacija izvršena ločeno za $m = 4$, $m = 12$ in $m = 20$.

4.2.1.3 Verjetnost veta

Bistvenega pomena pri ocenitvi metod za izpeljavo uteži na osnovi koncepta nesoglasja je *verjetnost veta*. Več alternativ namreč dobi veto pri posameznem kriteriju, večjo absolutno moč ima le-ta. Toda absolutna moč kriterija se ne sme neposredno odražati v relativni uteži pomembnosti, saj je slednja odvisna od absolutnih moči vseh kriterijev. To pomeni, da naj bi bile relativne uteži dokaj poenotene, če ima večina kriterijev izraziti učinek veta. Iz navedenega razloga je potrebno simulirati odločitvene situacije z različnimi vplivi veta in ugotoviti, kako se z njimi spreminjajo lastnosti metod. Da bi razumeli, na kakšen način je upoštevana verjetnost veta, pa je potrebno pojasniti postopek naključnega generiranja eksperimentalnih preferenčnih podatkov.

4.2.1.4 Naključno generiranje eksperimentalnih podatkov

Za vsak tip verjetnostne porazdelitve in za vsako od enaindvajsetih kombinacij parametrov eksperimentalnega modela je bilo v okolju Matlab izvedenih 10000 statističnih poskusov. V sklopu vsakega testnega primera simulacije je bila naključno generirana mehka relacija veta, predstavljena z matriko delnih indeksov nesoglasja $d_j(a_i)$, kjer je $i = 1, \dots, m, j = 1, \dots, n, m \in \{4, 12, 20\}, n = 8$ in $a_i \in A$. Ti indeksi so bili dobljeni s transformacijo naključnih števil iz

ustrezne verjetnostne porazdelitve. Posamezno naključno število je pri tem označeno z R_N . Ker ne more dati vsak kriterij veta vsaki alternativni, kar pomeni, da mora biti veliko stopenj $d_j(a_i)$ enakih 0, in ker dajo nekateri kriteriji strogi veto določenim alternativam, kar pomeni, da mora biti nekaj stopenj $d_j(a_i)$ enakih 1, imata stopnji nesoglasja 0 in 1 v splošnem večjo verjetnost nastopa kot ostale stopnje med 0 in 1. Zato sta vpeljana dva pragova, ki razdelita množico indeksov nesoglasja v tri podmnožice. Prag P_S naj označuje verjetnost strogega veta in prag P_W verjetnost šibkega veta. Potem so stopnje $d_j(a_i)$ mehke relacije veta izračunane iz matrike naključnih števil na naslednji način:

$$d_j(a_i) = \begin{cases} 1 & , R_N < P_S , \\ (R_N - P_S)/(P_W - P_S) & , P_S \leq R_N < P_W , \\ 0 & , R_N \geq P_W . \end{cases}$$

Mehke stopnje veta so dobljene z normiranjem naključnih števil R_N na intervalu $[P_S, P_W]$. Število R_N , ki je manjše od praga P_S , se preslika v strogi veto, v primeru, da je dosežen ali presežen prag P_W , pa ni učinka veta.

Z namenom maksimizacije reprezentativnosti statističnih poskusov in minimizacije informacijskega bremena so verjetnosti strogega veta P_S črpane iz množice $\{0.1, 0.3, 0.5\}$, verjetnosti šibkega veta P_W pa iz množice $\{0.3, 0.6, 0.9\}$. Ob pogoju $P_S < P_W$ in ob izbranih številih alternativ $m \in \{4, 12, 20\}$ to pomeni skupno enaindvajset kombinacij vhodnih parametrov eksperimentalnega modela. Z njimi je mogoče simulirati tako najrazličnejše situacije veta kot tudi reprezentativna razmerja med številom kriterijev in številom alternativ.

4.2.1.5 Verjetnostna porazdelitev

V sklopu statističnih eksperimentov so ločeno upoštevani trije *tipi verjetnostnih porazdelitev*:

- nepristranska enakomerna porazdelitev,
- pristranska normalna porazdelitev in
- pristranska enakomerna porazdelitev z delitvijo kriterijev in alternativ v dve neodvisni skupini.

4.2.1.5.1 Nepistranska enakomerna porazdelitev

Najbolj temeljen pristop h generiranju statističnih vzorcev – mehkih relacij veta – je izbira naključnih števil R_N iz enakomerne porazdelitve na intervalu $[0, 1]$. Uporaba enakomerne porazdelitve pomeni splošno prakso pri statističnem ovrednotenju odločitvenih metod, saj so po njej posegli avtorji večine preteklih raziskav (Aull-Hyde idr., 2006; Olson, 2001; Roberts in Goodwin, 2002; Salo in Hämmäläinen, 2001; Triantaphyllou, 2000; Triantaphyllou in Baig, 2005; Zanakis idr., 1998). V sklopu pričujoče raziskave implicira nepistranska enakomerna porazdelitev enako verjetnost nastopa veta za vse kriterije in alternative. Četudi utegne biti to v mnogih primerih povsem smiselno in relevantno, pa zaradi nezadostnega nadzora nad generiranimi preferenčnimi podatki takšna porazdelitev onemogoča verodostojno ocenitev metod izpeljave uteži v specifičnih situacijah, ko so pričakovani različni učinki selektivnosti posameznih kriterijev. Zgolj eksperimenti, pri katerih so vzorci dobljeni z nepistransko enakomerno porazdelitvijo, torej ne zadoščajo, ker:

- ne dajejo možnosti nadzora nad stopnjami selektivnosti različnih kriterijev;
- ni možno/smiselno v vseh stvarnih odločitvenih situacijah predpostaviti, da so stopnje veta porazdeljene enakomerno, kar pomeni, da je verjetnost veta popolnoma neodvisna od kriterija in alternative;
- so v praksi pogosto nekateri kriteriji privzeto bolj selektivni od drugih.

4.2.1.5.2 Pristranska normalna porazdelitev

Iz navedenih razlogov je potrebno izvesti statistične poskuse tudi na podlagi pristranskih vzorcev. Pristranska normalna porazdelitev omogoča v primerjavi z enakomerno boljši nadzor nad selektivnostjo različnih kriterijev, torej nad tem, kakšne stopnje veta daje alternativam posamezen kriterij. To je doseženo z:

- manjšo razpršenostjo naključno izbranih stopenj veta kot pri enakomerni porazdelitvi, to je z boljšo osredotočenostjo na vnaprej predvideno srednjo verjetnost kriterijskega veta in
- pristransko prilagoditvijo selektivnosti kriterijev, tako da je simuliran linearen zamik.

Števila naključne matrike so generirana s formulo:

$$R_N = N(0.5, 0.2) + \frac{i - n/2 - 0.5}{k \cdot n},$$

pri čemer je $N(0.5, 0.2)$ normalna porazdelitev s srednjo vrednostjo $\mu = 0.5$ in standardnim odklonom $\sigma = 0.2$, n število kriterijev, i indeks kriterija in k konstanta z vrednostjo 1 ali 2. Srednja vrednost 0.5 je izbrana, ker zagotavlja razpršenost naključnih števil okoli središča mehkega intervala $[0, 1]$, standardni odklon 0.2 pa, ker se odraži v ustrezni – ne preveliki in ne premajhni – razpršenosti. Vrednostim, ki jih vrne generator naključnih števil, je prištet člen v ulomku, ki poskrbi za prilagoditev selektivnosti z linearnim zamikom. Kriterijem z višjimi indeksi so tako prirejena večja naključna števila, ki se preslikajo v nižje stopnje veta. Posledično je predpostavljeno, da v večini primerov velja naslednji vrstni red pomembnosti kriterijev: $w_1 > w_2 > \dots > w_{n-1} > w_n$. Ker je v števcu ulomka odšteta vrednost 0.5, je linearni zamik simetričen, kar dejansko pomeni, da je absolutno enak (toda nasprotno predznačen) za kriterija x_i in x_{n-i+1} , kjer je $i = 1, \dots, \lfloor n/2 \rfloor$. Zadnji upoštevani parameter je konstanta k , ki se nahaja v imenovalcu ulomka in uravnava zamik. Večja je, manjša je predpostavljena razlika med kriteriji.

4.2.1.5.3 Pristranska enakomerna porazdelitev z delitvijo v dve skupini

Pristranska enakomerna porazdelitev z delitvijo kriterijev in alternativ v dve ločeni neodvisni skupini upošteva dve v praksi nadvse relevantni situaciji, za kateri je potrebno ovrednotiti metode izpeljave uteži:

1. Lahko se zgodi, da daje podmnožica kriterijev X' veto izključno podmnožici alternativ A' ter druga podmnožica kriterijev X'' veto drugi podmnožici alternativ A'' , pri čemer se podmnožici X' in X'' ter podmnožici A' in A'' povsem izključujeta, kar pomeni, da je $X' \cap X'' = \emptyset$ in $A' \cap A'' = \emptyset$, in pri čemer velja, da je $X = X' \cup X''$ ter $A = A' \cup A''$. Do tega pride v precej pogostem primeru množice konfliktnih alternativ, ko so nekatere alternative izrazito dobre po nekaterih in hkrati izrazito slabe po drugih kriterijih, za ostale alternative pa velja ravno obratno. Tipična takšna situacija je, ko je pri odločanju upoštevana cena, saj so alternative, ki so dobre glede na ceno praviloma slabe glede na večino drugih kriterijev in obratno.
2. Učinkovita metoda za izpeljavo uteži ne sme upoštevati zgolj tega, koliko alternativam da veto posamezen kriterij in kako močen je učinek veta, temveč tudi izključevanje med kriteriji. Če namreč dobi neka alternativa veto od skoraj vseh kriterijev, vpliv veta na to alternativo ne sme imeti bistvenega doprinosa k utežem. Zato je nujno preveriti odziv metod, če majhno število kriterijev iz podmnožice X' samostojno izloča variante

iz podmnožice A' in veliko kriterijev iz podmnožice X'' istočasno izloča alternative iz druge podmnožice A'' , tako da je $|X'| \ll |X''|$ in $|A'| \approx |A''|$.

K pojasnjeni situaciji se pristopi na osnovi modifikacije matrike naključnih števil, generirane z enakomerno porazdelitvijo na intervalu $[0, 1]$. Zgornji levi kvadrant predstavlja kriterije iz množice X' , ki dajejo veto alternativam iz množice A' , spodnji desni kvadrant pa kriterije iz množice X'' , ki dajejo veto alternativam iz množice A'' . V zgornjem levem kvadrantu so tako alternative $a_1, \dots, a_{m/2}$ in prvih l kriterijev, v spodnjem desnem kvadrantu pa alternative $a_{m/2+1}, \dots, a_m$ in preostalih $n-l$ kriterijev. Simulirani sta dve situaciji, in sicer za $l = |A'| = 1$ ter $l = |A'| = 2$. Večjega l ni smiselno upoštevati, kajti za $l = 4$ je dobljena osnovna nepristranska enakomerna porazdelitev. V spodnjem levem in zgornjem desnem kvadrantu, to je za indekse $i = 1, \dots, m/2$ in $j = l+1, \dots, n$ kakor tudi za indekse $i = m/2+1, \dots, m$ in $j = 1, \dots, l$, so vse stopnje veta $d_j(a_i)$ postavljene na 0, ker ne smejo imeti vpliva na uteži kriterijev.

4.2.2 Odvisne spremenljivke modela

4.2.2.1 Občutljivost, razločevalnost in ekstremnost

Simulacija je prožen pristop, ki dovoljuje upoštevanje množice različnih problemskih situacij. Tako zagotavlja velikanski nabor rezultatov metod, na podlagi katerih je mogoče preštudirati značilnosti rešitev le-teh. Vendar ni nujno, da se značilnosti vseh metod s problemskimi situacijami spreminjajo. Še več, do neke mere je celo ugodno, če metoda izpelje v različnih primerih podobne uteži, kajti to pomeni, da so uteži robustne in ne predstavljajo bistvenega dejavnika nezanesljivosti odločitve. Prav tako so študije pokazale, da odločevalci v mnogih situacijah ne dojemajo pravilno izrazito točnih uteži, temveč dajejo subjektivno prednost približnim ustaljenim utežem, določenim glede na ordinalni vrstni red kriterijev, kot to velja za uteži ROC, RS, RR in ROD (Roberts in Goodwin, 2002). Po drugi strani pa za medsebojno močno razlikujoče se mehke relacije veta ni smiselno pričakovati, da rezultirajo v razmeroma poenotenih utežeh. Zato je kot prva spremenljivka za vrednotenje učinkovitosti pristopov k izpeljavi uteži upoštevana *občutljivost na vhodne parametre eksperimentalnega modela*, natančneje na število alternativ in verjetnost veta. Za razliko od nekaterih drugih spremenljivk pri tej ne obstaja neposredna monotona korelacija med dobljenimi rezultati in kakovostjo, temveč je slednja pogojena z zahtevami in pričakovanji odločevalca ter s kvalitativno interpretacijo simuliranih problemskih situacij.

Občutljivost na vhodne parametre eksperimentalnega modela je korelirana z *bogatostjo razločevalnih informacij*. Če so uteži robustne, je namreč njihova razločevalnost (skoraj) konstantna, sicer se glede na situacijo manjša ali večja. Spremenljivka meri, koliko uteži razlikujejo kriterije po njihovem vplivu, torej so razločevalne informacije tem bogatejše, čim večje so razdalje (ali razmerja) med kriterijskimi utežmi. V praksi je povsem običajno, da so nekateri kriteriji znatno pomembnejši od drugih, zato je zaželeno, da daje metoda dovolj bogate razločevalne informacije in ne takorekoč enakovrednih uteži.

Četudi je zadostna bogatost razločevalnih informacij nujna, se vendarle ne sme zgoditi, da bi prišlo do določitve previsokih in/ali prenizkih uteži. Posamezna utež, ki je ne specificira odločevalec, ampak jo samodejno predlaga metoda, ne sme nikdar priti v popolno prevlado nad ostalimi utežmi, kar pomeni, da mora biti koalicija nenajvečjih $n - 1$ uteži močnejša od največje uteži. Prav tako naj metoda ne bi določila tako nizkih uteži kriterijev, da bi bil učinek le-teh zanemarljiv ali celo ničen. Zanakis idr. (1998) so ugotovili, da razmerje med katerikoli dvema utežema ne sme biti ekstremno visoko ali ekstremno nizko. Eksperimentalno so dognali največje še sprejemljivo razmerje, ki naj bi bilo enako 75. Zato je v sklopu pričujoče raziskave za vsako metodo izmerjena *ekstremnost uteži*. Jasno je, da je slednja v korelaciji z bogatostjo razločevalnih informacij, saj implicira visoko največjo in nizko najmanjšo utež.

Poudariti je potrebno, da bogatost razločevalnih informacij ni nujno v korelaciji z občutljivostjo na vhodne parametre, vedno pa je v korelaciji z vsaj eno neodvisno spremenljivko, to je z metodo. Lahko se namreč zgodi, da izpeljeta dve metodi povsem robustne, morda celo konstantne uteži, vendar se le-te ne ujemajo po razločevalnosti. Takšen primer so uteži ROC in RS. Čeprav so obojne konstantne, so prve bolj razločevalne kakor druge.

Za vpeljane spremenljivke – občutljivost na vhodne parametre, bogatost razločevalnih informacij in ekstremnost uteži – obstaja kar nekaj primernih metrik. Ker so spremenljivke med seboj korelirane, so nekatere metrike relevantne za dve ali več izmed njih. Metrike povzema tabela 4.4.

Najbolj osnovne so mere centralne tendence in ekstremnih vrednosti. Za vsako metodo so ločeno za posamezno eksperimentalno kombinacijo glede na vseh 10000 poskusov simulacije poiskane največje izpeljane kriterijske uteži ter izračunane povprečne uteži in njihovi odkloni. To zagotovi zadosten vpogled v:

- robustnost pristopov, kajti neposredna primerjava povprečnih uteži različnih eksperimentalnih kombinacij izpostavi odstopanja kriterijev, ko se spreminja število alternativ in verjetnost veta, poleg tega pa je pri občutljivih pristopih pričakovati velike odklone in posledično znatne razlike med povprečnimi ter največjimi utežmi;
- bogatost razločevalnih informacij, saj so jasno razvidne razlike med n povprečnimi utežmi;
- potencialno ekstremnost, ker kažejo podatki o največjih utežeh na nevarnost prevlade le-teh.

Še več informacij o značilnostih metod je pridobljenih z drugimi tipi metrik, zlasti tistimi, ki opisujejo razhajanja med utežmi, bodisi v okviru enega pristopa bodisi med pristopi. Osnovne mere razhajanja, upoštevane v sklopu eksperimentalnega modela, so:

- razdalje med istoležnimi utežmi, izpeljanimi bodisi z različnimi metodami ali z eno metodo, toda za 21 neodvisnih eksperimentalnih kombinacij;
- povprečna razmerja istoležnih uteži, specificiranih z različnimi pristopi;
- povprečna razmerja med največjo utežjo in ostalimi $n - 1$ utežmi v okviru posamezne metode, pri čemer je še posebej relevantno razmerje med največjo in najmanjšo utežjo, saj nakazuje na morebitno ekstremnost;
- povprečna razmerja med razmerji selektivnih moči in razmerji uteži, izpeljanimi s preostalimi pristopi, torej razmerja razmerij največje uteži z ostalimi.

Tabela 4.4: Metrike za vrednotenje metod izpeljave uteži

<i>Metrika</i>	<i>Spremenljivke</i>
povprečna utež kriterija za posamezno eksperimentalno kombinacijo	vse tri spremenljivke
standardni odklon uteži za posamezno eksperimentalno kombinacijo	vse tri spremenljivke
največja utež kriterija za posamezno eksperimentalno kombinacijo	vse tri spremenljivke
razlika med maksimalno in minimalno povprečno utežjo	občutljivost
razlika med ekstremnim vektorjem uteži in vektorjem uteži ROC/RS	razločevalnost, ekstremnost
razlika med povprečno izpeljano utežjo in istoležno utežjo ROC/RS	razločevalnost, ekstremnost
povprečje razmerij istoležnih izpeljanih uteži in uteži ROC/RS	razločevalnost, ekstremnost
razmerja selektivnih moči z utežmi, izpeljanimi z drugimi pristopi	razločevalnost, ekstremnost
razmerje med utežema najbolj in najmanj pomembnega kriterija	ekstremnost
razdalje med povprečnimi utežmi, izpeljanimi z različnimi pristopi	vse tri spremenljivke

Množica navedenih metrik odpre nov pogled na občutljivost, razločevalnost ter ekstremnost posameznih metod, hkrati pa je tudi pokazatelj *kardinalnih razhajanj med metodami*. To je

bistveno, ker metode ni možno objektivno ovrednotiti v izolaciji, ampak samo v primerjavi z drugimi sorodnimi pristopi. Zavedati se je tudi potrebno, da vse definirane metrike ne rabijo biti uporabljene v povezavi z vsemi eksperimentalnimi kombinacijami, predvsem v smislu verjetnostne porazdelitve, saj bi to pomenilo delno redundanco informacij.

Za analizo so nadvse zanimive razdalje med povprečnimi utežmi kriterijev, ki jih posamezna metoda izpelje za 21 različnih eksperimentalnih kombinacij. Ob upoštevanju različnih števil alternativ ($m = 4, 12$ ali 20) in različnih minimalnih verjetnosti šibkega veta ($P_W \geq 0.3$ ali 0.6) le-te nazorno govorijo o občutljivosti na vhodne parametre eksperimentalnega modela. Prav tako so zanimive primerjave z vektorji uteži ROC in RS, saj pomenijo osnovo za ocenitev razločevalnosti in ekstremnosti. Pri tem je smiselno opraviti naslednje meritve:

- primerjavo vektorjev izpeljanih uteži z ekstremno velikim razponom in uteži ROC,
- primerjavo indeksov dominance z ekstremno velikim razponom in uteži RS,
- primerjavo vektorjev izpeljanih uteži z ekstremno majhnim razponom in uteži RS,
- primerjavo povprečnih izpeljanih uteži z utežmi ROC in RS, pri čemer so upoštevane tako razdalje kot tudi razmerja istoležnih elementov vektorjev.

Nenazadnje je potrebno ugotoviti tudi razlike v lastnostih metod glede na obe upoštevani verjetnostni porazdelitvi – enakomerno in normalno. Dognati je torej potrebno, kateri pristopi k izpeljavi uteži so na porazdelitev občutljivi in kateri ne. To je izvedljivo z opazovanjem odstopanj med utežmi istih kriterijev ob spremembi verjetnostne porazdelitve.

4.2.2.2 Razhajanja med ordinalnimi razvrstitvami kriterijev

Metrike kardinalnih uteži temeljijo zaradi velikega števila poskusov simulacije (10000 za posamezno eksperimentalno kombinacijo) na merah centralne tendence, kakršni sta srednja vrednost in standardni odklon, ter ekstremnih – najvišjih in najnižjih – vrednosti. To pomeni, da ne predstavijo konkretnih izpeljanih uteži, ampak zgolj splošne vzorce, ki utegnejo kljub izrazitim razhajanjem med metodami v posameznih poskusih konvergirati proti razmeroma podobnim statističnim kardinalnim vrednostim. Prav tako se lahko zgodi, da dva pristopa določita skoraj poenotene kardinalne uteži, vendar priredita le-te različnim kriterijem. Torej pride do približnega ujemanja najbolj pomembne uteži, druge najbolj pomembne uteži in tako naprej, hkrati pa do (precej) različnih šibkih ordinalnih vrstnih redov kriterijev. Iz navedenih razlogov je kot dopolnilo metrikam kardinalnih uteži nujna tudi uporaba metrik *razhajanja*

med ordinalnimi razvrstitvami kriterijev po pomembnosti, ki jih izpeljejo različni ocenjevani pristopi. Upoštevane so naslednje metrike ordinalnega razhajanja med pristopi:

- število (oziroma odstotek) primerov razhajanj najpomembnejšega kriterija,
- povprečna in največja normirana Kemeny-Snellova razdalja med ordinalnima vrstnima redoma pomembnosti kriterijev, izpeljanima z dvema različnima metodama,
- povprečna in največja utežena razdalja med ordinalnima vrstnima redoma kriterijev, izpeljanima z različnima metodama.

4.2.2.2.1 Razhajanja najpomembnejšega kriterija

Metrike razhajanj med ordinalnimi vrstnimi redi nakazujejo v kombinaciji z metrikami kardinalnih uteži na to, koliko se metode izpeljave uteži po lastnostih med seboj razlikujejo oziroma ujemajo. Pri tem je bistven odstotek poskusov simulacije, v katerih dve primerjani metodi določita različen najbolj pomemben kriterij. Le-ta namreč v največji meri doprinese k skupnim ocenam alternativ. Poleg tega gre pričakovati, da je utež najpomembnejšega kriterija najrobustnejša, kajti nižje so uteži, bolj so poenotene. Zaradi majhnih absolutnih odstopanj se posledično kaj hitro zgodi, da jih različne metode priredijo različnim kriterijem. Torej je razumno sklepati, da predstavlja delež razhajanj najbolj pomembnega kriterija spodnjo mejo ordinalnih razhajanj. Zato je ta delež tudi bolj relevanten od posamičnih deležev razhajanj ostalih kriterijev.

4.2.2.2.2 Kemeny-Snellova razdalja

Z namenom določitve razhajanj med pristopi ob hkratnem upoštevanju vseh kriterijev je aplicirana Kemeny-Snellova (1962) metrika razdalje med dvema delnima ordinalnima vrstnima redoma, torej takšnima, ki združujeta relaciji prednosti in enakovrednosti. Ta metrika izpolnjuje množico intuitivno smiselnih aksiomov in je ekvivalentna izboljšani različici Kendallovega korelacijskega koeficienta τ_X (Emond in Mason, 2002), ki je v praksi bržkone najpogosteje uporabljena metrika razhajanja vrstnih redov.

Naj bosta A in B delna vrstna reda n kriterijev. Vrstni red A (in analogno vrstni red B) je predstavljen s kvadratno matriko velikosti $n \times n$, katere členi so določeni na naslednji način:

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & , x_i P x_j , \\ -1 & , x_j P x_i , \\ 0 & , x_i I x_j , \end{cases}$$

kjer je x_i i -ti kriterij, x_j j -ti kriterij, P relacija prednosti in I relacija enakovrednosti. Kemeny-Snellova metrika izračuna razdaljo med matrično specificiranimi vrstnima redoma s preprosto enačbo:

$$d(A, B) = \frac{1}{2} \cdot \sum_{i=1..n} \sum_{j=1..n} |a_{ij} - b_{ij}|.$$

Ker je metrika razdalje za razliko od koeficienta korelacije navzgor omejena, je zaradi primerljivosti priporočljivo dobljene vrednosti normirati. To je doseženo z deljenjem le-teh z maksimalno možno razdaljo $d_{\max}(A, B) = n \cdot (n - 1)$.

4.2.2.2.3 Utežena razdalja

Glavna pomanjkljivost Kemeny-Snellove metrike je, da ne upošteva pomembnosti kriterijev. Pomembnejši je namreč kriterij, večji vpliv ima na ocene alternativ. Zato je manj ugodno, če se vrstna reda razlikujeta glede na bolj pomembne kot glede na manj pomembne kriterije. Posledično je njuno razhajanje tedaj izrazitejše, torej je razdalja večja. Iz danega razloga je smiselno definirati metriko za izračun razdalje med delnima ordinalnima razvrstitvama, ki močneje uteži razdalje pomembnejših kriterijev, tako da je utež obratno sorazmerna z mestom kriterija. Tovrstna metrika je v nekaterih sorodnih raziskavah že bila definirana in uporabljena (Triantaphyllou in Baig, 2005; Zanakis idr., 1998). Vendar je njena slabost, da določi utež samo glede na mesto kriterija v enem vrstnem redu, ne pa tudi v drugem. Če je recimo nek kriterij v vrstnem redu A na prvem mestu in v vrstnem redu B na zadnjem mestu, dobi najvišjo možno utež, čeprav ni vrstni red A prav nič bolj relevanten kot B , z ozirom na katerega bi bila ustrezna najnižja utež. Zato je potrebno vzeti povprečje uteži za oba vrstna reda kriterijev in zato je metrika utežene razdalje v pričujoči raziskavi nekoliko izpopolnjena.

Naj bo R_i^A oziroma R_i^B mesto i -tega kriterija v razvrstitvi A oziroma razvrstitvi B . Potem je formula za izračun utežene razdalje med dvema vrstnima redoma A in B (Triantaphyllou in Baig, 2005; Zanakis idr., 1998):

$$d(A, B) = \sum_{i=1..n} w_i \cdot |R_i^A - R_i^B|,$$

kjer je w_i utež relevantnosti i -tega mesta. Naj bo zaradi preprostosti brez znatnega žrtvovanja izrazne moči metrike predpostavljeno, da je glede na eno samo razvrstitev utež prvega mesta enaka n in utež zadnjega mesta enaka 1, pri čemer utež z vsakim naslednjim mestom linearno pade za konstanto 1. Tedaj je utež k -tega mesta v posamičnem vrstnem redu enaka $n + 1 - k$. Torej je utež mesta kriterija x_i v vrstnem redu A dobljena s preprostim predpisom $n + 1 - R_i^A$ in analogno v vrstnem redu B s formulo $n + 1 - R_i^B$. Ker gre pri ugotavljanju razhajanja za spremembo tako na mestu R_i^A kot na mestu R_i^B , je potrebno upoštevati uteži obeh mest in vzeti njuno povprečje. Enačba za izračun razdalje tako preide v:

$$d(A, B) = \frac{1}{2} \cdot \sum_{i=1..n} \left((n + 1 - R_i^A) + (n + 1 - R_i^B) \right) \cdot |R_i^A - R_i^B|.$$

Podobno kot Kemeny-Snellova metrika je tudi metrika utežene razdalje navzgor omejena. Zato kaže izračunane vrednosti normirati. Do največje razdalje pride, kadar sta ordinalna vrstna reda kriterijev zrcalno obrnjena, torej je na primer vrstni red A enak $w_1 > \dots > w_n$ in vrstni red B enak $w_n > \dots > w_1$. Takrat je mogoče zapisati, da je $R_i^A = i$ in $R_i^B = n + 1 - i$, iz česar z nadvse enostavno izpeljavo sledi:

$$d_{\max}(A, B) = \frac{(n+1)}{2} \cdot \sum_{i=1..n} |i - (n + 1 - i)|.$$

Definirana metrika upošteva obe temeljni relaciji – preferenco in indiferenco –, kar je možno nazorno prikazati na dveh preprostih praktičnih primerih. Oba zajemata štiri kriterije, zato je $d_{\max}(A, B) = 20$.

Zgled 1

Naj bo A : $w_1 > w_2 = w_3 > w_4$ ter B : $w_1 > w_2 > w_3 > w_4$. Potem je:

$$|R_3^A - R_3^B| = 1 \text{ in } \forall i \neq 3 : |R_i^A - R_i^B| = 0,$$

kar privede do:

$$d(A, B) = \frac{1}{2} \cdot ((5-2) + (5-3)) \cdot 1 = 2.5 \text{ oziroma } d_{\text{norm}}(A, B) = \frac{2.5}{20} = 0.125.$$

Zgled 2

Naj bo A : $w_4 > w_1 > w_2 > w_3$ ter B : $w_1 > w_2 > w_4 > w_3$. Potem je:

$$|R_1^A - R_1^B| = 1, |R_2^A - R_2^B| = 1, |R_3^A - R_3^B| = 0 \text{ in } |R_4^A - R_4^B| = 2.$$

Upoštevati je potrebno naslednje uteži:

$$i = 1: w_1, w_2 \Rightarrow (5-1) + (5-2) = 7,$$

$$i = 2: w_2, w_3 \Rightarrow (5-2) + (5-3) = 5,$$

$$i = 3: w_4, w_4 \Rightarrow (5-4) + (5-4) = 2,$$

$$i = 4: w_1, w_3 \Rightarrow (5-1) + (5-3) = 6.$$

Iz teh podatkov je naposled dobljena razdalja:

$$d(A, B) = \frac{1}{2} \cdot (7 \cdot 1 + 5 \cdot 1 + 2 \cdot 0 + 6 \cdot 2) = 12 \text{ oziroma } d_{\text{norm}}(A, B) = \frac{12}{20} = 0.6.$$

Vsaka metrika razdalje mora zadostiti vsaj trem temeljnim aksiomom (Ben Khélifa in Martel, 2001; Jabeur idr., 2004). Pokazano bo, da jih definirana metrika izpolnjuje.

Aksiom 1: nenegativnost

Veljati mora, da je $d(A, B) \geq 0$, pri čemer je $d(A, B) = 0$, če in samo če je $A = B$.

Dokaz: Predpostavimo najprej, da je $A = B$. Potem je $R_i^A = R_i^B$ za $\forall i$, iz tega pa sledi, da je za vsak i v vsoti kriterijskih razdalj drugi člen produkta $|R_i^A - R_i^B| = 0$. Posledično je vsota enaka 0 in metrika vrne razdaljo $d(A, B) = 0$. Naj bo sedaj $A \neq B$. Potem $\exists i: R_i^A \neq R_i^B$ in velja zaradi absolutne vrednosti $|R_i^A - R_i^B| > 0$. Ker so uteži vseh mest v vrstnih redih A in B vedno strogo pozitivne, ima najmanj en člen vsote pozitivno vrednost, iz česar izhaja, da je $d(A, B) > 0$.

Aksiom 2: simetrija

Veljati mora, da je $d(A, B) = d(B, A)$.

Dokaz: Je nadvse preprost. Vsota $\left((n+1-R_i^A) + (n+1-R_i^B)\right)$ je zmeraj enaka, tudi če pride do zamenjave členov. Prav tako absolutna vrednost poskrbi, da se ne spremeni $|R_i^A - R_i^B|$.

Aksiom 3: trikotniška neenakost

Veljati mora, da je $d(A, B) + d(B, C) \geq d(A, C)$.

Dokaz: Trikotniško neenakost za tri vrstne rede A, B in C je mogoče dokazati, če je dokazana za vsak kriterij x_i in za vsako enolično kombinacijo njegovih mest v različnih vrstnih redih posebej. Neenakost

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1..n} \left((n+1-R_i^A) + (n+1-R_i^B) \right) \cdot |R_i^A - R_i^B| + \sum_{i=1..n} \left((n+1-R_i^B) + (n+1-R_i^C) \right) \cdot |R_i^B - R_i^C| \geq \\ & \geq \sum_{i=1..n} \left((n+1-R_i^A) + (n+1-R_i^C) \right) \cdot |R_i^A - R_i^C| \end{aligned}$$

je torej dokazana, če je za vsak $i = 1, \dots, n$ dokazana neenakost

$$\begin{aligned} & \left((n+1-R_i^A) + (n+1-R_i^B) \right) \cdot |R_i^A - R_i^B| + \left((n+1-R_i^B) + (n+1-R_i^C) \right) \cdot |R_i^B - R_i^C| \geq \\ & \geq \left((n+1-R_i^A) + (n+1-R_i^C) \right) \cdot |R_i^A - R_i^C|, \end{aligned}$$

pri čemer so upoštevane vse možne kombinacije razrešitev absolutnih vrednosti $|R_i^A - R_i^B|$, $|R_i^B - R_i^C|$ in $|R_i^A - R_i^C|$.

Naj bo $R_i^A \geq R_i^B \geq R_i^C$. Tedaj so lahko namesto absolutnih razlik upoštevane navadne razlike. Zato je $|R_i^A - R_i^B| = R_i^A - R_i^B$, $|R_i^B - R_i^C| = R_i^B - R_i^C$ in $|R_i^A - R_i^C| = R_i^A - R_i^C$ ter velja za vrstna reda A in B enakost

$$\begin{aligned} & \left((n+1-R_i^A) + (n+1-R_i^B) \right) \cdot |R_i^A - R_i^B| = (2n+2-R_i^A-R_i^B) \cdot (R_i^A - R_i^B) = \\ & = R_i^A \cdot (2n+2-R_i^A) - R_i^B \cdot (2n+2-R_i^B) \end{aligned}$$

ter analogno za vrstna reda B in C enakost

$$\left((n+1-R_i^B)+(n+1-R_i^C)\right) \cdot |R_i^B - R_i^C| = R_i^B \cdot (2n+2-R_i^B) - R_i^C \cdot (2n+2-R_i^C).$$

S seštevanjem zgornjih členov je dobljen naslednji rezultat:

$$\begin{aligned} R_i^A \cdot (2n+2-R_i^A) - R_i^B \cdot (2n+2-R_i^B) + R_i^B \cdot (2n+2-R_i^B) - R_i^C \cdot (2n+2-R_i^C) = \\ = R_i^A \cdot (2n+2-R_i^A) - R_i^C \cdot (2n+2-R_i^C) = \left((n+1-R_i^A)+(n+1-R_i^C)\right) \cdot |R_i^A - R_i^C|. \end{aligned}$$

S tem je dokazano, da je vsota enokriterijskih razdalj med razvrstitvama A in B ter razvrstitvama B in C enaka enokriterijski razdalji med vrstnima redoma A in C . Za dano razporeditev mest potemtakem aksiom velja.

Naj bo sedaj $R_i^C \geq R_i^B \geq R_i^A$. Ker je možno namesto absolutnih ponovno upoštevati navadne razlike $|R_i^A - R_i^B| = R_i^B - R_i^A$, $|R_i^B - R_i^C| = R_i^C - R_i^B$ in $|R_i^A - R_i^C| = R_i^C - R_i^A$, je:

$$\begin{aligned} \left((n+1-R_i^A)+(n+1-R_i^B)\right) \cdot |R_i^A - R_i^B| + \left((n+1-R_i^B)+(n+1-R_i^C)\right) \cdot |R_i^B - R_i^C| = \\ = R_i^B \cdot (2n+2-R_i^B) - R_i^A \cdot (2n+2-R_i^A) + R_i^C \cdot (2n+2-R_i^C) - R_i^B \cdot (2n+2-R_i^B) = \\ = R_i^C \cdot (2n+2-R_i^C) - R_i^A \cdot (2n+2-R_i^A) = \left((n+1-R_i^A)+(n+1-R_i^C)\right) \cdot |R_i^A - R_i^C|. \end{aligned}$$

Tako kot za $R_i^A \geq R_i^B \geq R_i^C$ je spet dobljena ustrezna enakost in aksiom je izpolnjen. Poleg dveh kombinacij, ki rezultirata v enakosti, obstajajo še štiri kombinacije, ki rezultirajo v neenakosti. Naj bo zato $R_i^A \geq R_i^C \geq R_i^B$. Neenakost

$$\begin{aligned} \left((n+1-R_i^A)+(n+1-R_i^B)\right) \cdot |R_i^A - R_i^B| + \left((n+1-R_i^B)+(n+1-R_i^C)\right) \cdot |R_i^B - R_i^C| \geq \\ \geq \left((n+1-R_i^A)+(n+1-R_i^C)\right) \cdot |R_i^A - R_i^C| \end{aligned}$$

se preslika v neenakost

$$\begin{aligned} R_i^A \cdot (2n+2-R_i^A) - R_i^B \cdot (2n+2-R_i^B) + R_i^C \cdot (2n+2-R_i^C) - R_i^B \cdot (2n+2-R_i^B) \geq \\ \geq R_i^A \cdot (2n+2-R_i^A) - R_i^C \cdot (2n+2-R_i^C) \end{aligned}$$

in nadalje po uničenju nasprotno predznačenih členov in krajšanju z 2 v neenakost

$$R_i^C \cdot (2n+2-R_i^C) \geq R_i^B \cdot (2n+2-R_i^B).$$

Člena R_i^B in R_i^C imata lahko v skladu z njuno definicijo vrednost največ n . Hkrati imata preostala dva člena $2n+2-R_i^B$ ter $2n+2-R_i^C$ vrednost najmanj $n+2$, kar pomeni, da je vedno $R_i^B < 2n+2-R_i^B$ in $R_i^C < 2n+2-R_i^C$. Prav tako sta vsoti členov na obeh straneh neenačaja enaki in konstantni. V takih primerih pa velja naslednja zveza: bolj kot sta množena člena poenotena, večji je njun produkt. Ker je bilo predpostavljeno, da je $R_i^C \geq R_i^B$, je na levi strani neenačaja manjši člen večji ali enak in večji člen manjši ali enak kakor na desni strani neenačaja. Posledica je, da sta člena na levi strani bolj ali enako poenotena kot na desni strani. Zato sta za $R_i^C = R_i^B$ oba produkta popolnoma ista, medtem ko je za $R_i^C > R_i^B$ leva stran neenačbe večja od desne. Tako je neenakost dokazana in z njo tudi veljavnost aksioma za kombinacijo mest $R_i^A \geq R_i^C \geq R_i^B$. Na analogen način je aksiom dokazan še za preostale tri obstoječe kombinacije – $R_i^B \geq R_i^A \geq R_i^C$, $R_i^B \geq R_i^C \geq R_i^A$ in $R_i^C \geq R_i^A \geq R_i^B$.

Sedaj vemo, da je trikotniška neenakost izpolnjena za vse kriterije, ne glede na relacije med njimi v razvrstitvah A , B in C . Ker torej velja za vse sumande, velja tudi za vsoto in s tem za metriko utežene razdalje med delnimi ordinalnimi vrstnimi redi.

4.2.2.3 Občutljivost na spremembe stopenj veta

Zadnja obravnavana odvisna spremenljivka eksperimentalnega modela je *občutljivost na spremembe stopenj veta*. Učinkovita metoda mora namreč izpeljati robustne uteži. To pomeni, da pri majhnih, po možnosti celo neznatnih spremembah stopenj veta ostanejo kardinalne uteži skoraj enake, predvsem pa se ohrani ordinalni vrstni red pomembnosti kriterijev. Zato so z namenom ocenitve robustnosti metod za določitev uteži aplicirane predhodno opisane metrike razhajanja med ordinalnimi vrstnimi redi, in sicer delež primerov razhajanja najpomembnejšega kriterija, povprečna in največja Kemeny-Snellova razdalja ter povprečna in največja utežena razdalja.

Postopek ocenitve občutljivosti nadgrajuje osnovno simulacijo za vrednotenje metod. V vsakem od 210000 poskusov za 21 eksperimentalnih kombinacij je matrika naključnih števil, ki so izbrana iz enakomerne porazdelitve na intervalu $[0, 1]$, transformirana v mehko relacijo veta, na podlagi katere metode ločeno poiščejo pripadajoče izvirne ordinalne vrstne rede pomembnosti kriterijev. Nato je v sto neodvisnih poskusih izvirna matrika (relacija) veta naključno spremenjena, tako da je nekoliko zvišana ali znižana, lahko pa tudi ohranjena vsaka

stopnja $d_j(a_i)$, pri čemer je $i = 1, \dots, m, j = 1, \dots, n$. Za posamezen sklop eksperimentov so vse prilagoditve opravljene enotno na enega izmed naslednjih načinov:

- z izbiro vrednosti odstopanja indeksov $d_j(a_i)$ iz enakomerne porazdelitve z minimumom $-0.1, -0.2, -0.3$ ali -0.4 in maksimumom $0.1, 0.2, 0.3$ ali 0.4 ;
- z izbiro vrednosti odstopanja indeksov $d_j(a_i)$ iz normalne porazdelitve s standardnim odklonom 0.15 ali 0.3 .

Za vsako od stotih spremenjenih matrik veta posamezna metoda izpelje novo ordinalno razvrstitev pomembnosti kriterijev, ki je na osnovi metrik ordinalnih razhajanj primerjana z metodi pripadajočo izvirno razvrstitvijo. Tako je ugotovljeno, v kolikšni meri se v primeru različnih metod spremenijo vrstni redi kriterijev, če se spremenijo stopnje veta.

Izpostaviti je potrebno, da pri odstopanjih, izbranih iz enakomerne porazdelitve s spodnjo/zgornjo mejo ± 0.3 ali ± 0.4 oziroma iz normalne porazdelitve s standardnim odklonom 0.3 , ne gre več za majhne spremembe. Takrat robustnost ni niti zahtevana niti smiselna, pač pa je razumno pričakovati znatne spremembe v kardinalnih utežeh kakor tudi v ordinalni razvrstitvi kriterijev. Zato je učinkovita metoda za izpeljavo uteži tista, ki je:

- čimbolj neobčutljiva na spremembe stopenj veta, izbrane iz majhnih intervalov, ki so pri enakomerni porazdelitvi določeni z mejami ± 0.1 in ± 0.2 ter pri normalni porazdelitvi s standardnim odklonom 0.15 ;
- občutljiva na spremembe stopenj veta, izbrane iz velikih intervalov, ki so določeni z mejami ± 0.3 in ± 0.4 oziroma s standardnim odklonom 0.3 .

Iz zgornje diskusije je razvidno, da je pomemben trend upadanja robustnosti izpeljanih uteži kriterijev z večanjem dosega odstopanj v matriki veta. Ta trend je lahko aproksimiran z linearno regresijo, ki utegne nazorno izpostaviti razhajanja/skladnosti med vrednotenimi metodami. Prav tako je smiselno izračunati Paersonov korelacijski koeficient med obema metrikama razdalje – Kemeny-Snellovo in uteženo. Z njim je lahko ugotovljeno, ali ima uteževanje mest v vrstnem redu kriterijev pričakovan učinek.

4.2.2.4 Občutljivost na spremembe števila alternativ in kriterijev

Podobno kot na majhne spremembe stopenj veta mora biti učinkovita metoda izpeljave uteži robustna na majhne spremembe v številu alternativ in/ali kriterijev. Bistveno je predvsem, da

se čimbolj ohrani razvrstitev kriterijev po pomembnosti. Zato je tudi ta odvisna spremenljivka operacionalizirana z metrikami razhajanja ordinalnih vrstnih redov. Meritve so opravljene za tri scenarije prilagoditve relacije oziroma matrike veta:

- dodajanje ene ali več novih alternativ z naključno generiranimi stopnjami nesoglasja $d_j(a_i)$;
- dodajanje ene ali več obstoječih alternativ, tako da se podvojijo stolpci matrike veta;
- dodajanje enega ali več obstoječih kriterijev, tako da se podvojijo vrstice matrike veta.

Zaradi zmanjševanja informacijskega bremena in kompleksnosti raziskave so nekateri možni scenariji prilagoditve izpuščeni. Pri njih gre pričakovati podobne rezultate meritev, kot jih razkrijejo upoštevani trije scenariji. Zanimarjeni so naslednji vidiki, ki pa utegnejo biti predmet nadaljnjih raziskav:

- predpostavljeno je, da dodajanje novih kriterijev ni relevantno, ker rezultira v analogni širitvi matrike veta z naključno izbranimi stopnjami $d_j(a_i)$ kot dodajanje novih variant;
- predpostavljeno je, da ima izločitev enega ali več obstoječih kriterijev oziroma alternativ enak učinek kot podvajanje obstoječih kriterijev oziroma alternativ;
- predpostavljeno je, da sočasno dodajanje ali izločanje kriterijev in alternativ zmanjšuje transparentnost meritev in otežuje analizo doprinosov posameznih dejavnikov.

4.2.2.4.1 Dodajanje novih alternativ

Pri dodajanju novih alternativ ohranitev ordinalnega vrstnega reda kriterijev v splošnem niti zahtevana niti pričakovana. Za vsako vpeljano alternativo a_i je namreč matrika veta razširjena s stolpcem neodvisnih naključno generiranih stopenj nesoglasja $d_j(a_i), j = 1, \dots, n$, s čimer se znatno spremeni kontekst odločanja, saj izbrani indeksi $d_j(a_i)$ na nedeterminističen način okrepijo selektivnost nekaterih kriterijev. Vrednosti $d_j(a_i)$ so vzorčene iz enakomerne porazdelitve na intervalu $[0, 1]$. Tako kot pri ocenjevanju občutljivosti na spremembe stopenj veta, je vsaka od 210000 izvornih matrik veta, dobljenih za 21 eksperimentalnih kombinacij, v 100 neodvisnih poskusih simulacije razširjena s stolpci l variant, pri čemer je $l \in \{1, 2, 3, 4\}$. Za vsako od stotih dopolnjenih matrik je nato izpeljan nov ordinalni vrstni red kriterijev, ki je primerjan z izvornim.

Različna števila l so upoštevana ločeno, kar pomeni, da je najprej opravljen sklop statističnih eksperimentov, ki temelji na dodajanju ene alternative, nato sklop z dvema alternativama in

tako naprej. Največje število hkrati dodanih alternativ je $l=4$. Višje vrednosti niso smiselne, ker predstavlja tudi v primeru začetne množice z $m=20$ alternativami večanje le-te s štirimi elementi občuten odklon. Za $m=4$ in $l=4$ pa je pričakovana in zahtevana izpeljava povsem drugačnih uteži, kot so izvirne.

4.2.2.4.2 Dodajanje kopij obstoječih alternativ

Pri dodajanju $l \in \{1, 2, 3, 4\}$ obstoječih alternativ pride do podvajanja stolpcev matrike veta in s tem posledično tudi preferenčnih podatkov. Iz tega razloga se odločitvena situacija bistveno ne spremeni. Zato morajo biti razhajanja v ordinalnih vrstnih redih precej manjša kot pri dodajanju poljubnih novih alternativ. Zaželjena je celo metoda izpeljave, ki ohranja tako ordinalne kakor kardinalne uteži. Vendar takšne neobčutljivosti v splošnem ni upravičeno zahtevati, ker v skladu z raziskavami, ki jih je izvedel Saaty (2006), povečanje števila kopij preferenčnih podatkov praviloma zmanjša vrednosti le-teh, kar utegne povzročiti poljubne zamenjave v vrstnem redu. Poleg tega poruši upoštevanje kopij alternativ relacije med kriteriji zaradi sprememb njihovih selektivnosti.

Pri dodajanju kopij alternativ je mogoče za naključno generirano relacijo veta izračunati robustnost povsem natančno. Poiskati je potrebno vse kombinacije l elementov iz množice m izvornih alternativ za vsak $l \in \{1, 2, 3, 4\}$. Za $m \in \{4, 12, 20\}$ je to prek 7000 kombinacij, ki dajo potencialno različne šibke ordinalne vrstne rede kriterijev. Ker je potrebno število pomnožiti še s 7 pari verjetnosti veta P_S in P_W ter z 10000 neodvisnimi poskusi generiranja matrike veta, to pomeni skupno kar 490210000 izvršitev postopka kvantitativne določitve kardinalnih uteži in ordinalne razvrstitve za vsako izmed štirih preizkušenih metod. Zaradi prevelike časovne zahtevnosti je ta pristop nadomeščen z učinkovitejšim. Za posamezen $l \in \{1, 2, 3, 4\}$ in posamezno relacijo veta je iz enakomerne porazdelitve na intervalu $[1, m]$ v 100 poskusih simulacije za podvojitev naključno izbranih l od m alternativ. S tem se število možnosti zmanjša na 1200. Lahko se sicer zgodi, da so nekateri nabori alternativ upoštevani večkrat, vendar so verjetnosti izbire za vse nabore enake, zato veljavnost rezultatov ni bistveno okrnjena.

4.2.2.4.3 Dodajanje kopij obstoječih kriterijev

Problem odstranjevanja obstoječih vrednotenih elementov, v danem primeru kriterijev, ali dodajanja njihovih kopij spada med pomembnejše probleme večkriterijske odločitvene analize.

Izsledki mnogih raziskav in praktičnih aplikacij kažejo, da se z njim ni sposobna učinkovito soočiti ena od temeljnih metod odločanja – AHP. Vsaka metoda naj bi namreč izpolnjevala aksiom neodvisnosti (Saaty, 2006), ki je v kontekstu proučevane samodejne izpeljave uteži formuliran na naslednji način:

Ordinalna mesta pomembnosti neodvisnih kriterijev morajo ostati enaka, kadar so dodane kopije obstoječih kriterijev ali so nekateri od njih izločeni, razen če se spremenijo stopnje veta.

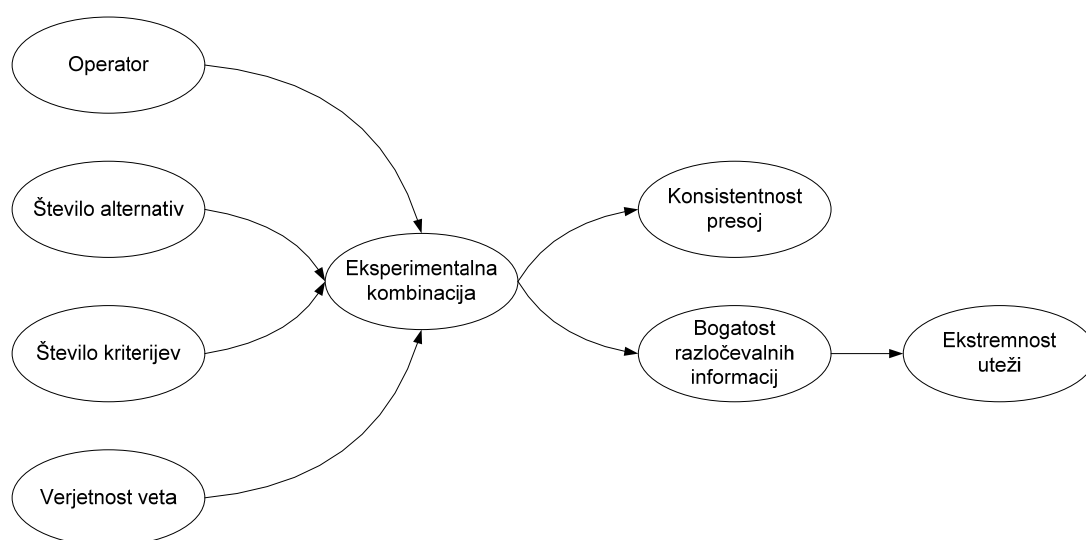
Ugotoviti je torej potrebno, ali ostane po dodajanju ene ali več kopij obstoječih kriterijev razvrstitev izvornih kriterijev takšna, kakršna je bila pred njim. Aksiom neodvisnosti zahteva popolno ohranitev razvrstitve, medtem ko je Saaty drugačnega mnenja. Ker je njegova utemeljitev smotrna, so smernice, ki jih implicira, v sklopu pričujoče raziskave upoštevane kot merodajne za ocenitev kakovosti metod izpeljave uteži:

- Pri absolutnem ocenjevanju se morajo mesta izvornih kriterijev obvezno ohraniti, kar pomeni, da prisotnost ali odsotnost nekega kriterija nima učinka na ostale kriterije. V to kategorijo se uvršča operator povprečne stopnje veta, ki za kriterij $x_j \in X$ upošteva izključno njemu pripadajoče mehke vrednosti $d_j(a_i)$.
- Pri parnih primerjavah ohranitev mest ni niti nujna niti zahtevana. To je posledica strukturne odvisnosti, ki lahko privede do kakršnekoli zamenjave mest v ordinalnem vrstnem redu, kajti povečanje števila kopij v splošnem zmanjša vrednosti le-teh. Vendarle pa je potrebno tudi pri metodah na osnovi relativnih parnih primerjav zagotoviti razumnost in zmernost odstopanj. Z njimi so specificirane selektivne moči in utežene vsote, ki odražajo medsebojno preseganje kriterijev, ter indeksi dominance, ker predstavlja mehka binarna relacija primerjavo kriterijev po izločevalnosti.

Meritve so pri dodajanju kopij obstoječih kriterijev opravljene podobno kot pri dodajanju obstoječih alternativ. Razlika je, da je matrika veta razširjena z dvojniki vrstic in ne stolpcev. Podvojeni kriteriji so upoštevani samo pri izračunu kardinalnih selektivnih moči, uteženih vsot, stopenj veta in indeksov dominance, nato pa so izločeni. Na ta način je doseženo, da vstopa v izpeljavo ordinalnih razvrstitev zgolj n izvornih kriterijev, ne pa tudi l kopij. Posledično so dobljeni vrstni redi med seboj primerljivi.

4.3 Model vrednotenja operatorjev za preslikavo v matriko parnih primerjav

Definirane so tri vrste preslikave selektivnih moči v s koncepti metode AHP skladno matriko parnih primerjav: linearna, multiplikativna in eksponentna. Z njihovim ovrednotenjem želimo potrditi nekaj hipotez, ki naslavljajo temeljne dejavnike učinkovitosti, in sicer konsistentnost, bogatost preferenčnih informacij in neekstremnost. Spremenljivke so razvidne iz slike 4.4, njihova preslikava v hipoteze $H_{3,1}$ do $H_{3,4}$ pa iz tabele 4.5. Kompleksnost eksperimentalnega modela je okleščena na minimum, vendar zagotavlja, da so pridobljeni relevantni rezultati.



Slika 4.4: Eksperimentalni model vrednotenja operatorjev za preslikavo v matriko parnih primerjav

Tabela 4.5: Preslikava med odvisnimi spremenljivkami modela in hipotezami

<i>Odvisna spremenljivka</i>	<i>Hipoteza</i>
Konsistentnost presoj	$H_{3,1}$
Bogatost razločevalnih informacij	$H_{3,2}$ in $H_{3,3}$
Ekstremnost uteži	$H_{3,4}$

4.3.1 Simulacija in naključno generiranje eksperimentalnih podatkov

Pristopi so ovrednoteni s statističnimi testi, ki sestojijo iz 100000 poskusov simulacije. V posamičnem poskusu je naključno generirana mehka relacija veta, ki je modelirana z matriko

indeksov nesoglasja $d_j(a_i)$, kjer je $i = 1, \dots, m$ in $j = 1, \dots, n$. Število kriterijev n je konstantno in je postavljeno na 8, medtem ko se število alternativ m naključno spreminja, tako da je izbrano iz enakomerne porazdelitve na diskretnem zaprtem intervalu $[4, 20]$. Podobno so indeksi nesoglasja dobljeni s preslikavo števil iz enakomerne verjetnostne porazdelitve na intervalu $[0, 1]$. Preslikava je takšna, kot je bila za eksperimentalni model ocenjevanja selektivnih moči in indeksov dominance že definirana v podpoglavju 4.2.1.4. Verjetnosti šibkega in strogega veta P_W in P_S sta naključno enakomerno vzorčeni iz zaprtih intervalov $[0.1, 0.3]$ in $[0.3, 0.5]$. To zagotovi, da je $P_W \geq P_S$.

Pri preverjanju konsistence matrike parnih primerjav, generirane z linearnim operatorjem preslikave selektivnih moči, je postopek vzorčenja nekoliko prilagojen. Število alternativ m ni naključno izbrano, temveč je fiksno. Poleg tega lahko imata števili m in n nekaj različnih reprezentativnih vrednosti. Zato so matrike prevredne za štiri kombinacije velikosti množic alternativ in kriterijev: $m = n = 6$, $m = 8$ in $n = 6$, $m = 4$ in $n = 10$ ter $m = 30$ in $n = 10$. Za posamezno kombinacijo je v 10000 poskusih simulacije naključno generirana mehka relacija veta, ki je z linearnim operatorjem preslikana v z AHP združljivo matriko parnih primerjav. Nato je s pomočjo potenčne metode izračunana stopnja konsistentnosti.

4.3.2 Odvisne spremenljivke modela

4.3.2.1 Konsistentnost presoj

Pri definiciji linearnega operatorja preslikave selektivnih moči v matriko parnih primerjav je bilo matematično dokazano, da le-ta ne zagotavlja popolne konsistentnosti. Zato je potrebno eksperimentalno ugotoviti povprečno in največjo možno stopnjo nekonsistentnosti ter tako potrditi ustreznost uporabe vpeljanega funkcijskega predpisa v praksi. Ta je:

- neustrezen, če je stopnja nekonsistentnosti večja od dovoljenega praga 0.1, katerega utemeljitev podajata Forman in Selly (2001);
- pogojno ustrezen, če sta povprečna in maksimalna stopnja nekonsistentnosti enaki ali le malo večji od 0;
- ustrezen, če največja možna nekonsistentnost nikdar ne preseže praga 0.1, povprečna pa se giblje v sredini intervala $[0, 0.1]$.

Čeprav linearni operator ne rezultira v popolni konsistentnosti, v splošnem zadošča lastnosti tranzitivnosti ordinalnih preferenc. Zato je pričakovati, da je stopnja nekonsistentnosti precej majhna. Nekonsistentnost naj bi namreč izvirala predvsem iz rahlega neujemanja kardinalnih presoj.

4.3.2.2 Bogatost razločevalnih informacij

Preslikava selektivnih moči v matriko parnih primerjav, ki je skladna s koncepti metode AHP, naj bi bila opravljena iz naslednjih razlogov:

- preprečila naj bi dodelitev ničnih uteži kriterijem brez učinka veta;
- zagotovila naj bi ustrezno interpretacijo relativnih pomembnosti kriterijev glede na potencialno najvišjo selektivno moč;
- na priljuden, razumljiv in pregleden način naj bi samodejno izpeljane preferenčne informacije o relativnih pomembnostih kriterijev prikazala odločevalcu;
- zagotovila naj bi prilagoditev samodejno izpeljanih preferenc glede na odločevalčeve osebne želje in poglede.

Iz navedenih razlogov se morajo selektivne moči spremeniti, vendar pa pod nobenim pogojem ne sme upasti bogatost informacij, ki jih nosijo in ki razločujejo kriterije po selektivnosti. Če bi se namreč to zgodilo, bi transformacijski operator povzročil izgubo obstoječih, za problem-sko situacijo relevantnih preferenc, ki morajo biti vkomponirane v specifične uteži. Zato je potrebno ugotoviti, v kolikšni meri se razločevalne informacije selektivnih moči ohranijo ali morebiti celo obogatijo. Temu služijo naslednje metrike:

- povprečna ter povprečno in absolutno največja razdalja med selektivnimi močmi in utežmi, ki so izpeljane na osnovi uporabe treh različnih transformacijskih operatorjev;
- obseg, minimum in maksimum intervalov vektorjev selektivnih moči ter treh različnih tipov uteži;
- asimetrija vektorjev selektivnih moči in različnih tipov uteži.

Zaželeno je, da se uteži po absolutni razdalji ne oddaljijo bistveno od selektivnih moči, predvsem pa, da je velikost intervala, katerega meje določajo uteži, čimbolj podobna velikosti intervala selektivnih moči. Po drugi strani je sprememba razpona intervala zaradi majhnega pozitivnega zamika dopustna, ker odpravi problem popolne odsotnosti učinka veta. Na podlagi teoretičnih definicij obeh linearnih preslikav – na lestvico od 1 do 9 in na lestvico od 0 do

8 – je mogoče predpostaviti, da je podanim zahtevam zadoščeno. Funkciji namreč upoštevata celoten interval $[0, \Delta_{\max}]$ in obravnavata razlike Δ_{ij} med selektivnimi močmi nepristransko oziroma enakomerno. Multiplikativni AHP sicer slika razmerja na geometrično lestvico, vendar so dobljene vrednosti agregirane z ustrežno metodo povprečja. Nasprotno pa eksponentna transformacija določa razmerja med utežmi s poudarjanjem velikih razlik Δ_{ij} , zaradi česar gre predvidevati, da razločevalnost selektivnih moči izginja.

4.3.2.3 Ekstremnost uteži

Ekstremnost uteži je zelo preprosto izmeriti. Povprečna utež oziroma selektivna moč najbolj pomembnega kriterija je deljena s tisto, ki pripada najmanj pomembnemu kriteriju. Seveda pa je smiselno izračunati tudi razmerje med absolutno največjo in najmanjšo utežjo ali selektivno močjo. Slednja metrika je na tem mestu izpuščena, ker kvocient srednjih vrednosti, sploh v povezavi s standardnimi odkloni uteži, nazorno kaže značilnosti metod.

5 Pregled in analiza statistično-teoretičnih rezultatov

5.1 Značilnosti postopka skupinskega odločanja/pogajanja

5.1.1 Zmožnost doseganja učinkovitega kompromisa

Hipoteza $H_{1,1}$:

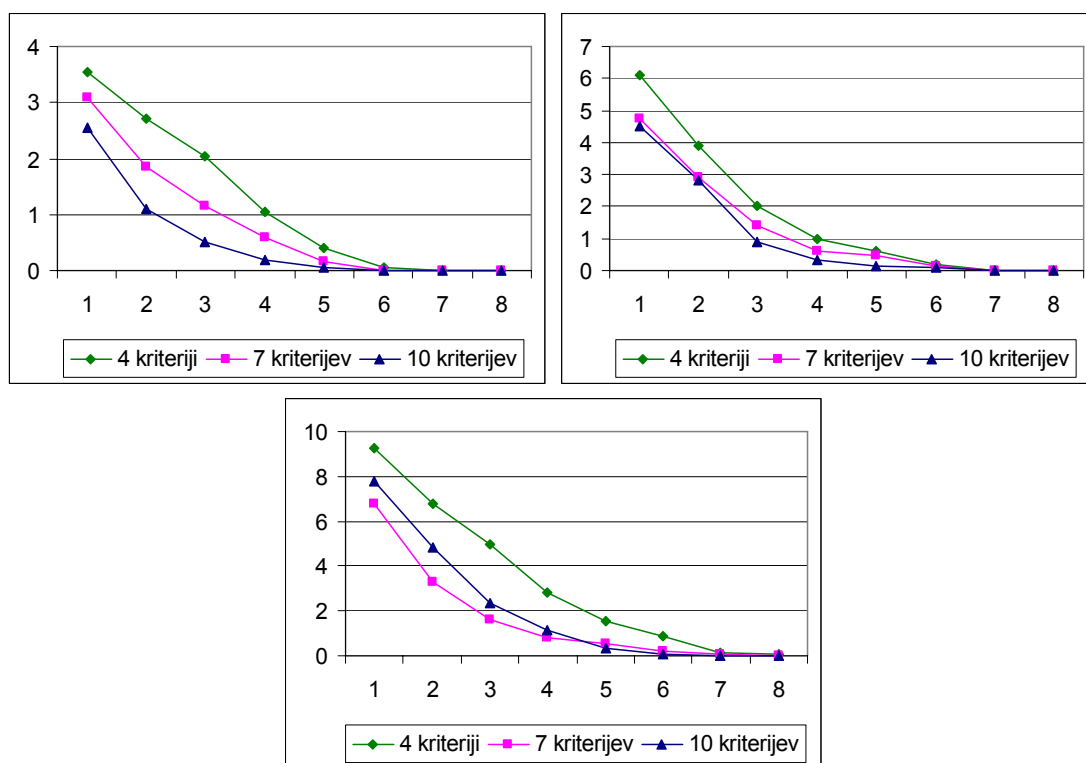
Dihotomijsko sortiranje alternativ, podprto z metrikami robustnosti presoj, zagotovi učinkovit kompromis skupine odločevalcev in/ali avtonomnih agentov.

Za vseh devet eksperimentalnih kombinacij simulacije, v katerih je število odločevalcev in njihovih osebnih agentov $o=4$, $o=7$ in $o=10$ ter število kriterijev $n=4$, $n=7$ in $n=10$, je odstotek primerov, ko izbira najboljše alternative ni enolična, enak 0. To dokazuje, da metrika robustnosti dobro služi svojemu namenu razlikovanja alternativ z enako stopnjo kompromisa. Kot je razvidno iz tabele 5.1, pa je tudi ob upoštevanju izključno slednje oddaljenost najboljše alternative od ostalih velika. Povprečna normirana razdalja do alternative na drugem mestu je 0.289, do množice vseh neoptimalnih alternativ pa kar 0.625.

Tabela 5.1: Oddaljenost najboljše alternative od druge najboljše in od vseh ostalih alternativ

o	oddaljenost od druge najboljše alternative			oddaljenost od vseh neoptimalnih alternativ		
	$n=4$	$n=7$	$n=10$	$n=4$	$n=7$	$n=10$
4	0.213	0.313	0.363	0.664	0.641	0.571
7	0.314	0.264	0.243	0.714	0.566	0.555
10	0.250	0.345	0.295	0.679	0.581	0.655

Razlike med devetimi eksperimentalnimi kombinacijami so majhne in so pretežno posledica naključnega vzorčenja. Vendar pa jih je moč delno pripisati tudi številoma odločevalcev in kriterijev. Slika 5.1 in tabela 5.2, ki povzemata podatke o povprečnem številu glasov za i -to najboljšo alternativo, jasno kažeta, da obnašanje metode v primeru štirih kriterijev nekoliko izstopa. Na sliki in v tabeli predstavlja indeks 1 najboljšo alternativo, indeks 2 drugo najboljšo alternativo in tako naprej.



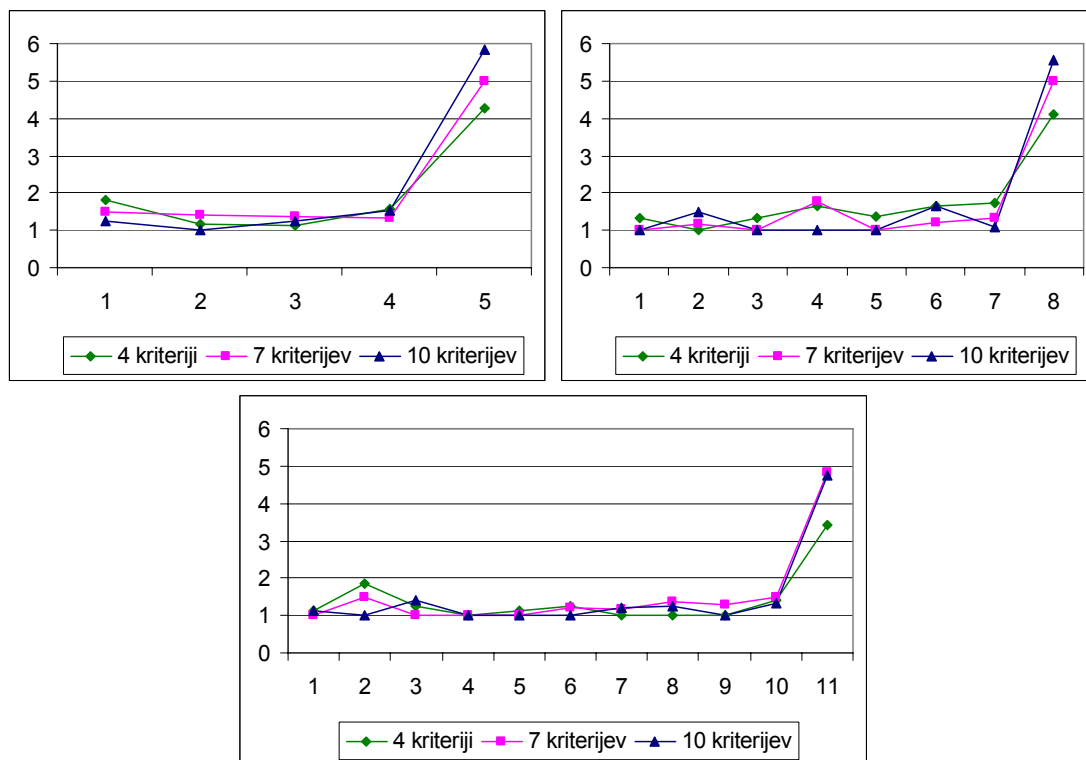
Slika 5.1: Povprečno število glasov za i -to najboljšo alternativo za $o=4$, $o=7$ in $o=10$ odločevalcev

Tabela 5.2: Povprečno število glasov za i -to najboljšo alternativo

o	n	1	2	3	4	5	6	7	8
4	4	3.550	2.700	2.050	1.050	0.400	0.050	0.000	0.000
	7	3.100	1.850	1.150	0.600	0.150	0.000	0.000	0.000
	10	2.550	1.100	0.500	0.200	0.050	0.000	0.000	0.000
7	4	6.100	3.900	2.000	1.000	0.600	0.200	0.000	0.000
	7	4.750	2.900	1.400	0.600	0.450	0.150	0.000	0.000
	10	4.500	2.800	0.900	0.350	0.150	0.100	0.000	0.000
10	4	9.250	6.750	5.000	2.800	1.550	0.900	0.150	0.050
	7	6.750	3.300	1.600	0.800	0.550	0.200	0.100	0.000
	10	7.800	4.850	2.350	1.150	0.350	0.050	0.000	0.000

Rezultati so ugodni. Najboljša alternativa prejme v povprečju skoraj vse glasove. Alternativa, ki ji sledi na drugem mestu, ima opazno manj glasov, tako da je razlika v ustreznosti njune izbire kot racionalne odločitve skupine nedvoumna. Število glasov monotono pada in doseže pri najslabših alternativah spodnjo mejo 0, kar je razumno za večino stvarnih situacij. Poleg tega je z množico razpoložljivih alternativ pokrit celoten spekter stopenj strinjanja.

Kompromisna skupinska odločitev, ki temelji na dvokategorijskem sortiranju, je učinkovita tudi iz vidika števila alternativ na k -tem mestu. Povprečno se na posameznem mestu nahaja nekaj več kot ena alternativa. To pomeni, da prejme v splošnem ena alternativa o glasov, ena alternativa $o-1$ glasov in tako naprej. Izjema so alternative brez glasov, ki jih je praviloma več. V praksi je takšna situacija zaradi upoštevanja učinka veta povsem normalna. Rezultati simulacije so prikazani na sliki 5.2 in zbrani v tabeli 5.3.

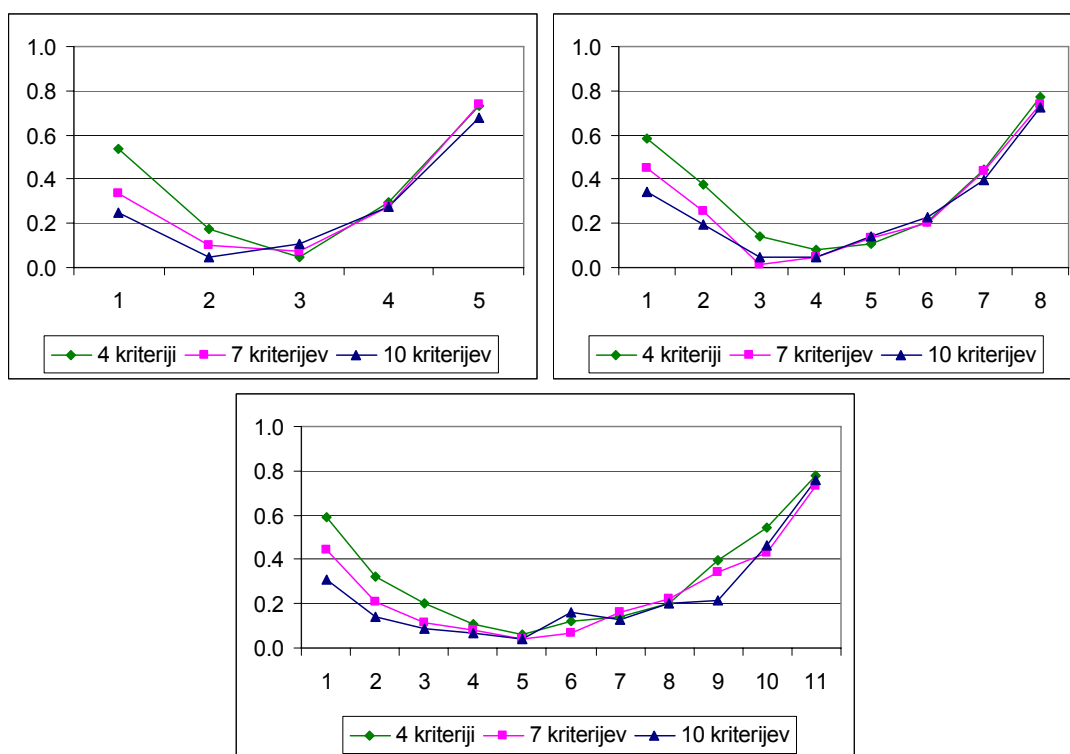


Slika 5.2: Povprečno število alternativ na k -tem mestu za $o=4$, $o=7$ in $o=10$ odločevalcev

Tabela 5.3: Povprečno število alternativ na k -tem mestu

o	n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
4	4	1.813	1.182	1.143	1.563	4.250						
	7	1.500	1.400	1.385	1.333	5.000						
	10	1.250	1.000	1.250	1.533	5.850						
7	4	1.333	1.000	1.333	1.667	1.364	1.667	1.750	4.100			
	7	1.000	1.167	1.000	1.778	1.000	1.200	1.333	5.000			
	10	1.000	1.500	1.000	1.000	1.000	1.667	1.100	5.550			
10	4	1.133	1.857	1.250	1.000	1.143	1.250	1.000	1.000	1.000	1.429	3.421
	7	1.000	1.500	1.000	1.000	1.000	1.200	1.167	1.375	1.286	1.500	4.850
	10	1.125	1.000	1.400	1.000	1.000	1.000	1.200	1.250	1.000	1.333	4.750

Zadnja uporabljena metrika je povprečna robustnost alternativ na k -tem mestu. Zaradi učinka veta odražajo največjo, skoraj popolno robustnost alternative, ki so soglasno sortirane v razred C^- . Pomembno je, da imajo visoko stopnjo robustnosti tudi alternative, ki jih večina agentov sortira v razred C^+ . Gre namreč za potencialno optimalne izbire. Na obeh straneh intervala se robustnost nato (skoraj) monotono nižja proti srednjemu mestu. To je pričakovano, ker velja za alternative, ki prejmejo približno $o/2$ glasov, popolna neskladnost v odločitveni skupini. Zato njihove ocene ne smejo biti trdne. Statistični podatki, na katerih temeljijo podane ugotovitve, so zajeti na sliki 5.3 in v tabeli 5.4.



Slika 5.3: Robustnost alternativ na k -tem mestu za $o=4$, $o=7$ in $o=10$ odločevalcev

Tabela 5.4: Povprečna robustnost alternativ na k -tem mestu

o	n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
4	4	0.534	0.172	0.048	0.295	0.732						
	7	0.335	0.100	0.077	0.277	0.737						
	10	0.247	0.048	0.110	0.275	0.677						
7	4	0.581	0.376	0.141	0.079	0.105	0.207	0.441	0.772			
	7	0.448	0.258	0.014	0.046	0.132	0.201	0.435	0.738			
	10	0.342	0.196	0.048	0.047	0.143	0.229	0.395	0.723			
10	4	0.588	0.320	0.199	0.107	0.062	0.119	0.142	0.199	0.394	0.543	0.781
	7	0.443	0.205	0.112	0.077	0.040	0.066	0.160	0.225	0.339	0.427	0.730
	10	0.307	0.138	0.088	0.064	0.043	0.164	0.127	0.204	0.217	0.460	0.756

Vseh pet metrik dokazuje zmožnost metode, da zagotovi učinkovit kompromis. Prvovrščena alternativa predstavlja racionalno odločitev, ker:

- je verjetnost, da ne bi bila njena izbira enolična, zelo majhna,
- je znatno oddaljena od drugovrščene in od vseh ostalih alternativ,
- je število glasov, ki jih prejme od odločevalcev/agentov, blizu zgornje meje o ,
- je med vsemi alternativami v splošnem samo ena takšna, ki prejme največ glasov,
- je njena robustnost velika.

Hipoteza $H_{1.1}$ je s tem potrjena.

5.1.2 Sposobnost avtonomnega vodenja in razreševanja nesoglasij

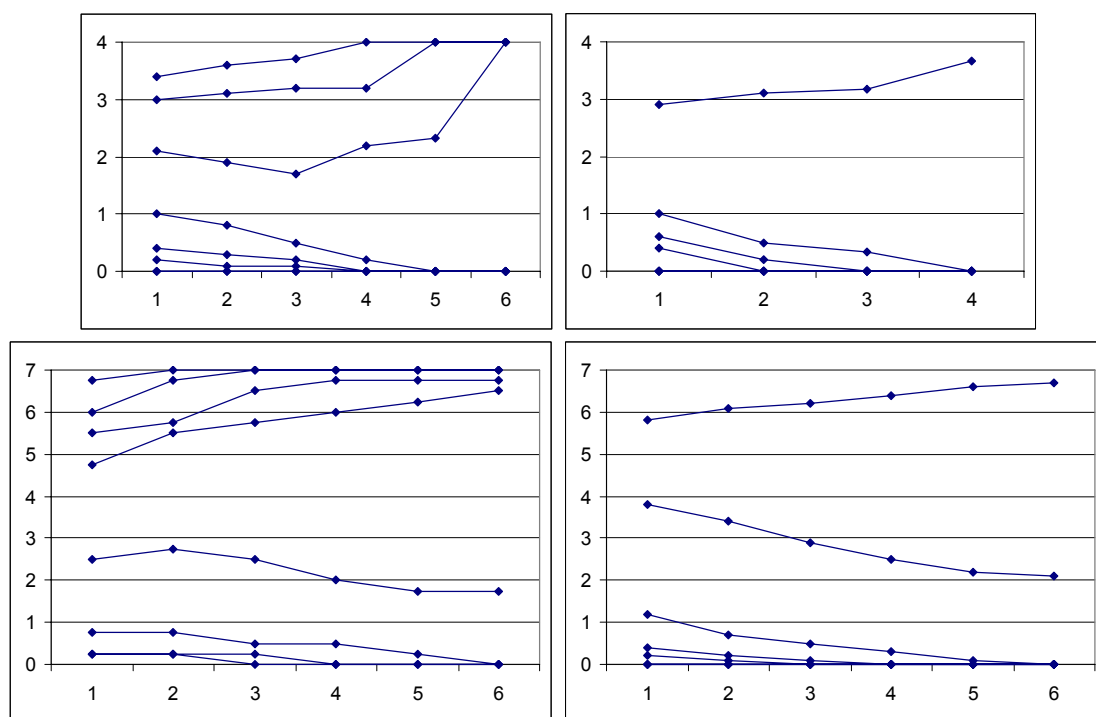
Hipoteza $H_{1.2}$:

Pogajalski postopek ima avtonomno vodstveno sposobnost, usmerjeno k reševanju nesoglasij.

Slika 5.4 kaže gibanje kompromisne rešitve proti konsenzni rešitvi skozi zaporedje iteracij postopka pogajanja za $o=4$ odločevalce in $n=4$ kriterije (zgoraj levo), $o=4$ in $n=7$ (zgoraj desno), $o=7$ in $n=4$ (spodaj levo) ter $o=7$ in $n=7$ (spodaj desno). Prikazane so povprečne stopnje kompromisa, izračunane za vse poskuse simulacije. Posamezno alternativo ponazarja ločena črta. Zgornja črta pripada alternativni, ki ima najvišjo stopnjo kompromisa (torej prejme največ glasov) v začetni iteraciji pogajanja. Sledi ji črta, ki pripada alternativni z drugo najvišjo začetno stopnjo kompromisa. Povsem spodaj se nahajajo alternative, ki jih že v prvi iteraciji postopka večina odločevalcev/agentov sortira v kategorijo C^- . Lahko se zgodi, da ima nekaj alternativ skozi vse iteracije enako število glasov, zato na posameznem grafu ni nujno $m=8$ črt. Takšen primer je eksperimentalna kombinacija s štirimi odločevalci in sedmimi kriteriji, pri kateri več alternativ ne prejme niti enega glasu.

Za razliko od ovrednotenja hipoteze $H_{1.1}$ so upoštevane le štiri eksperimentalne kombinacije. Izpuščenih je $o=10$ odločevalcev in $n=10$ kriterijev. Razlog za to leži v dejstvu, da temelji pogajalski mehanizem, ki je vpeljan v doktorski disertaciji, na kompleksnih optimizacijskih algoritmih. Ker je njihova časovna zahtevnost odvisna od števila odločevalcev ter predvsem od števila kriterijev in ker se morajo vsi algoritmi izvršiti v vsaki iteraciji na novo, zahteva potrditev hipoteze $H_{1.2}$ precej več procesorskega časa ali moči kot potrditev hipoteze $H_{1.1}$. Z

razpoložljivo aparaturno opremo pri takšni kompleksnosti ne bi bilo možno v dovolj kratkem času izvesti tolikšnega števila poskusov simulacije, da bi bili rezultati signifikantni.



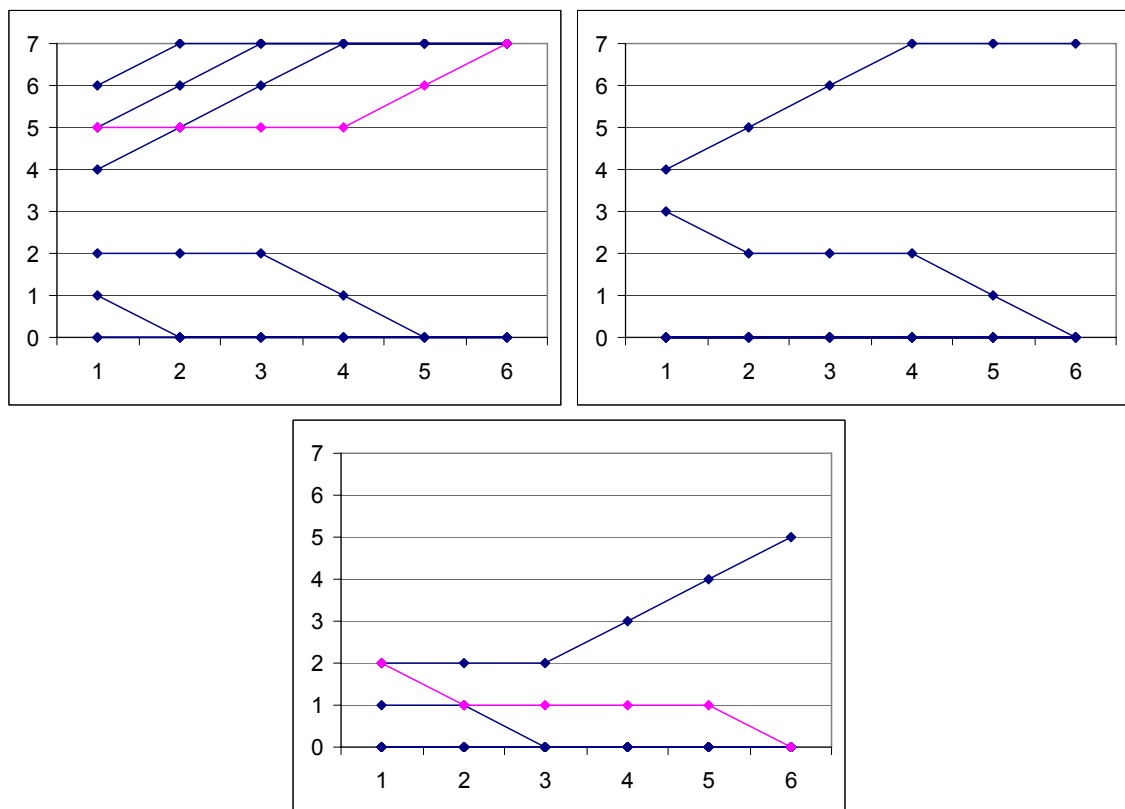
Slika 5.4: Gibanje povprečnih stopenj kompromisa skozi iteracije postopka pogajanja za $o=4$ (zgoraj) in $o=7$ (spodaj) odločevalcev ter $n=4$ (levo) in $n=7$ (desno) kriterijev

Iz slike 5.4 je mogoče ugotoviti, da alternative, ki prejmejo na začetku pogajanja razmeroma veliko, vendar ne vseh glasov, konvergirajo proti največjemu dosegljivemu številu glasov o oziroma proti maksimalni stopnji kompromisa. Analogno konvergirajo vse alternative z malo začetnimi glasovi proti spodnji meji 0 glasov. Torej ima postopek sposobnost samostojnega vodenja in razreševanja nesoglasij. V skladu z definiranimi kriterijema konvergence namreč agente usmerja proti enotnemu sortiranju alternativ v kategorijo C^+ ali kategorijo C^- . Vendar so opazne tri (zgolj navidezne) težave:

- Za $o=7$ odločevalcev varianta, ki ima na začetku približno $o/2$ glasov, ne konvergira oziroma je njena konvergenca zelo počasna. To je posledica izračuna in ponazoritve povprečnih stopenj kompromisa. Alternative z okoli polovico glasovi odražajo velik razkol v skupini. Zato se v odvisnosti od apliciranega kriterija konvergence nekatere približujejo stopnji kompromisa o , ki pomeni enotno uvrstitev v C^+ , in druge stopnji 0, ki pomeni poenotenost glede uvrstitve v C^- . Četudi je zanje v vseh primerih dosežen popoln konsenz, rezultira izračun povprečja dveh vrednosti, približno enakih o in 0, v vrednosti, ki je zelo blizu začetni stopnji kompromisa.

- Razmeroma malo alternativ ima na začetku približno $o/2$ glasov. Tudi to je posledica izračuna povprečnih vrednosti in načina vzorčenja statističnih podatkov.
- Za $n=4$ kriterije konvergira k soglasni uvrstitvi v kategorijo C^+ več alternativ kot za $n=7$ kriterijev. S številom kriterijev namreč pri vzorčenju iz enakomerne porazdelitve narašča verjetnost veta, ki preprečuje pozitiven ocenitev alternativ.

Zaradi pojasnjenih pomanjkljivosti povprečnih stopenj kompromisa so na sliki 5.5 prikazani trije tipični konkretni primeri gibanja kompromisne rešitve proti konsenzu. Naključno so bili izbrani iz množice rezultatov statističnih eksperimentov in nazorneje ponazarjajo značilnosti metode kakor povprečja na sliki 5.4. Med rezultati simulacije je veliko podobnih primerov.



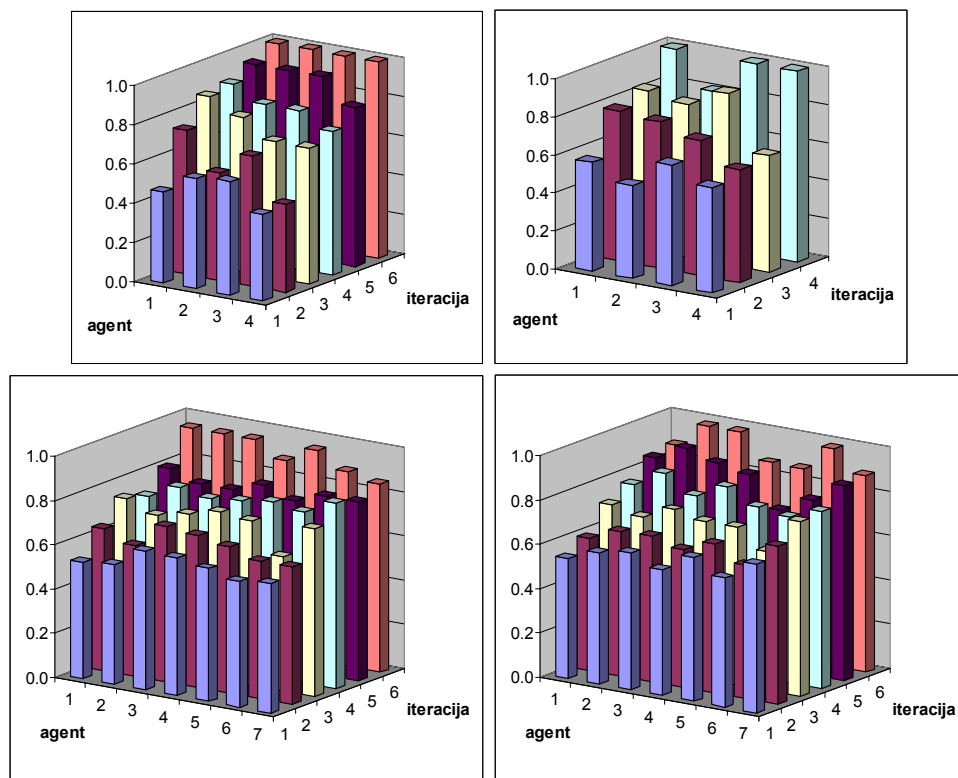
Slika 5.5: Tipični primeri iterativnega gibanja kompromisne rešitve proti konsenzu

Prvi primer predstavlja enakomerno začetno porazdelitev glasov med alternative. Razen za tri in sedem glasov obstaja za vsako možno število glasov vsaj ena alternativa, ki jih prejme. Vse alternative z več kot polovico začetnimi glasovi postopno konvergirajo proti enotni uvrstitvi v kategorijo C^+ . Ostale alternative konvergirajo proti soglasni uvrstitvi v negativno kategorijo. Na koncu nedvoumno pripada polovica alternativ C^+ in druga polovica C^- .

Drugi primer prikazuje dve alternativni, ki sta po zaželjenosti sprva zelo podobni. Razlika med njima je samo en glas. Nato konvergira ena proti soglasni uvrstitvi v razred C^+ in druga proti soglasni uvrstitvi v razred C^- . Tako je po zaslugi vodstvene sposobnosti analitično-posredniškega agenta dosežen popoln konsenz.

V tretjem primeru imajo na začetku pogajanja vse variante manj od $o/2$ glasov. Zato je izmed dveh alternativ z najvišjo stopnjo kompromisa izbrana tista z ugodnejšo robustnostjo. Le-ta konvergira proti enotni uvrstitvi v kategorijo C^+ , vendar je zaradi prevelike robustnosti ne doseže. Kljub temu pogajalski mehanizem poskrbi, da se število glasov zanjo dvigne iz dveh na pet. Za vse ostale alternative pa uspešno usmeri osebne agente k uskladitvi glede sortiranja v kategorijo C^- .

Avtonomna sposobnost vodenja in razreševanja nesoglasij se odraži tudi na stopnjah strinjanja agentov. Slika 5.6 kaže, da se le-te za vse agente in za vse eksperimentalne kombinacije skozi iteracije postopka pogajanja monotonno dvigujejo. Kot je moč razbrati iz tabele 5.5, je v vseh primerih dosežen občuten porast strinjanja glede na začetne vrednosti. Poleg tega so končne stopnje zelo blizu maksimumu 1. Tako je hipoteza $H_{1,2}$ potrjena.



Slika 5.6: Iterativno spreminjanje stopenj strinjanja agentov za $o = 4$ (zgoraj) in $o = 7$ (spodaj) ter $n = 4$ (levo) in $n = 7$ (desno)

Tabela 5.5: Razlika med končno in začetno povprečno skupno stopnjo strinjanja

<i>o</i>	<i>n</i>	začetno strinjanje		končno strinjanje		razlika	
		povprečje	odklon	povprečje	odklon	povprečje	odklon
4	4	0.468	0.123	0.939	0.158	0.471	0.180
	7	0.544	0.168	0.895	0.183	0.351	0.218
7	4	0.554	0.159	0.893	0.153	0.339	0.197
	7	0.563	0.141	0.946	0.137	0.383	0.165
skupaj		0.533	0.148	0.918	0.158	0.386	0.190

5.1.3 Konvergenca mnenj

Hipoteza $H_{1.3}$:

Pogajalski postopek konvergira brez sodelovanja moderatorja ali odločevalcev.

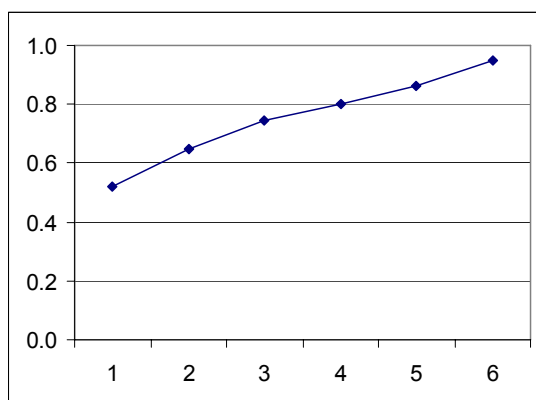
Konvergenca mnenj izvira neposredno iz sposobnosti avtonomnega vodenja in razreševanja nesoglasij. Zato jo v bistvu dokazujejo že statistični podatki, ki jih navaja podpoglavje 5.1.2. Kljub temu so aplicirane še tri metrike, ki dajejo podobne rezultate. Iz tabele 5.6 je razvidna znatna izboljšava dosežene stopnje konsenza glede na začetni kompromis, slika 5.7 pa kaže razmeroma hitro konvergenco stopnje konsenza proti najvišji možni vrednosti 1. Čeprav se le-tej pogajalski postopek v veliko primerih zgolj zelo približa, to ni pomanjkljivost. Morebitna robustnost ocen namreč ne more in tudi ne sme dopustiti popolne prilagoditve.

Tabela 5.6: Razlika med končno in začetno povprečno stopnjo konsenza

<i>o</i>	<i>n</i>	začetni konsenz		končni konsenz		razlika	
		povprečje	odklon	povprečje	odklon	povprečje	odklon
4	4	0.428	0.137	0.941	0.125	0.512	0.157
	7	0.509	0.138	0.898	0.138	0.389	0.216
7	4	0.563	0.074	0.884	0.149	0.322	0.161
	7	0.575	0.059	0.948	0.088	0.372	0.110
skupaj		0.519	0.102	0.918	0.125	0.399	0.161

Hitrost konvergence potrjujejo podatki o skupnem številu iteracij, ki so zbrani v tabeli 5.7. Konsenz je dosežen po povprečno 4.15 iteracijah. To je dovolj hitro, da postopek pogajanja ni podvržen bistveni informacijski in časovni obremenitvi. Hkrati pa je število iteracij tolikšno, da odraža v praksi pogosta začetna neskladja v odločitveni skupini. Število iteracij narašča s številom agentov oziroma odločevalcev, kar je povsem razumljivo, saj je za več pogajalcev

potrebnih več medsebojnih interakcij. Izraziteje odstopa eksperimentalna kombinacija za štiri agente in sedem kriterijev. Takrat nastopi pri naključnem vzorčenju kriterijskih vrednosti iz enakomerne porazdelitve velika verjetnost veta, zaradi česar je že na začetku postopka precej alternativ (skoraj) soglasno sortiranih v kategorijo C^- . Posledično je lahko konsenz poiskan z malo truda. Med minimalnim in maksimalnim izmerjenim številom iteracij ni bistvenih razlik, kar pomeni, da je hitrost konvergence podobna za širok spekter problemskih situacij.



Slika 5.7: Gibanje povprečne stopnje konsenza skozi iteracije

Tabela 5.7: Število iteracij postopka pogajanja

o	n	povprečje	minimum	maksimum
4	4	3.900	3	6
	7	2.900	2	4
7	4	4.700	3	6
	7	5.100	3	6
skupaj		4.150	2	6

Hipoteza $H_{1.3}$ je lahko potrjena, ker:

- konvergira stopnja konsenza proti zgornji meji 1,
- pomeni končna dosežena stopnja konsenza znatno izboljšavo glede na začetno stopnjo,
- se postopek pogajanja uspešno zaključi po razumnem številu iteracij.

5.1.4 Robustnost sprejete odločitve

Hipoteza $H_{1.4}$:

Pogajalski postopek rezultira v robustni skupinski odločitvi.

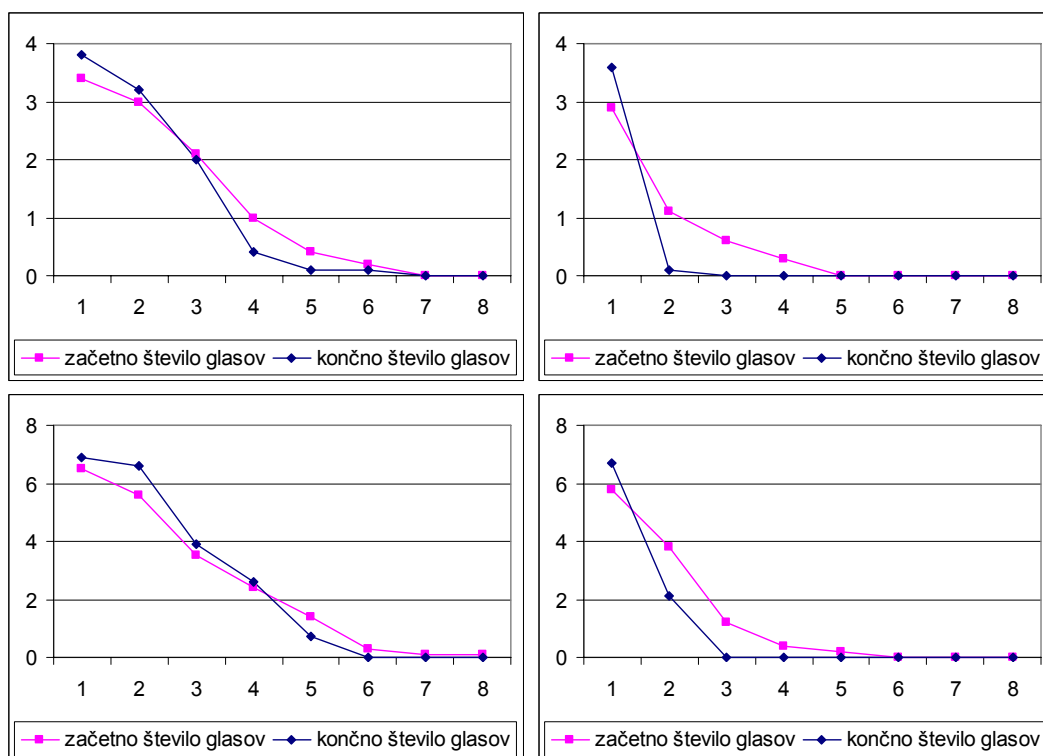
Robustnost sprejete skupinske odločitve je merjena relativno glede na začetni kompromis. Ob upoštevanju vseh eksperimentalnih kombinacij je izbira najboljše alternative neenolična v 2.5 odstotkih kompromisnih rešitev in v 0 odstotkih konsenznih rešitev. To pomeni rahlo izboljšavo konsenza v primerjavi s kompromisom. Kot navaja tabela 5.8, je konsenzna odločitev ustrežnejša tudi po oddaljenosti izbrane alternative od tiste, ki ji v šibki razvrstitvi neposredno sledi, in od vseh neoptimalnih alternativ hkrati. Med osmimi razlikami povprečnih razdalj je negativna le ena, sicer pa je sploh pri sedemkriterijskem modeliranju presoja porast robustnosti znaten, ker konvergira večina neoptimalnih alternativ proti soglasni uvrstitvi v kategorijo C^- .

Tabela 5.8: Razlika med začetno in končno oddaljenostjo najboljše alternative od ostalih

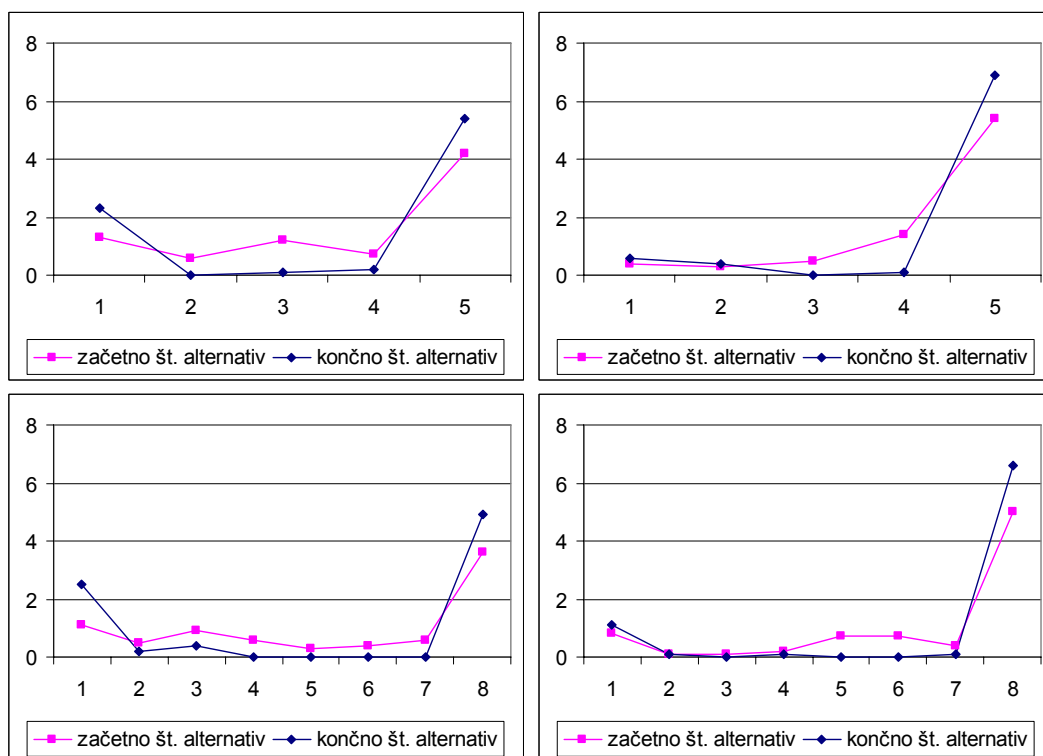
o	n	oddaljenost od druge najboljše alternative			oddaljenost od vseh neoptimalnih alternativ		
		začetek	konec	razlika	začetek	konec	razlika
4	4	0.100	0.150	0.050	0.611	0.743	0.132
	7	0.450	0.775	0.325	0.654	0.796	0.143
7	4	0.129	0.043	-0.086	0.655	0.704	0.049
	7	0.286	0.657	0.371	0.714	0.914	0.200
skupaj		0.241	0.406	0.165	0.658	0.789	0.131

Slika 5.8 razkriva razliko med razporeditvama glasov na začetku ter na koncu pogajanja. Doseženi konsenz je v vseh primerih učinkovitejši od začetnega kompromisa. Število glasov se za dobre alternative poveča in za slabe zmanjša. Najboljša alternativa prejme tako skoraj zmeraj največje možno število glasov – povprečje glasov štirih odločevalcev je 3.7, sedmih odločevalcev pa 6.8. Kadar je upoštevanih sedem kriterijev, so stopnje kompromisa ostalih alternativ ravno nasprotno minimizirane, kar pomeni, da večinoma padejo na spodnjo mejo 0. Takrat je dosežena (skoraj) popolna robustnost. Štirje kriteriji pa sicer poudarijo razliko med dobrimi in slabimi alternativami, vendar lahko povzročijo tudi približevanje nekaj najboljših izmed njih. Temu se je možno izogniti z uporabo konvergenčnega pravila, ki usmerja agente k sortiranju ene same variante v kategorijo C^+ .

Pogajalski mehanizem poskrbi, da se poveča število alternativ na prvem in na zadnjem mestu. Hkrati se zmanjša število alternativ na mestih 2 do o . Tako poraste oddaljenost ekstremnih od vmesnih mest in posledično oddaljenost dobrih od slabih alternativ. Ker povprečne alternative več ne obstajajo, temveč so vse izrazito ustrezne ali izrazito neustrezne, se izboljša robustnost odločitve. Jasna postane namreč ločnica med racionalnimi in neracionalnimi izbirami. Slika 5.9 prikazuje, kako se glede na začetno stanje spremeni število alternativ na k -tem mestu, ko se s konsenzno rešitvijo zaključi postopek pogajanja.

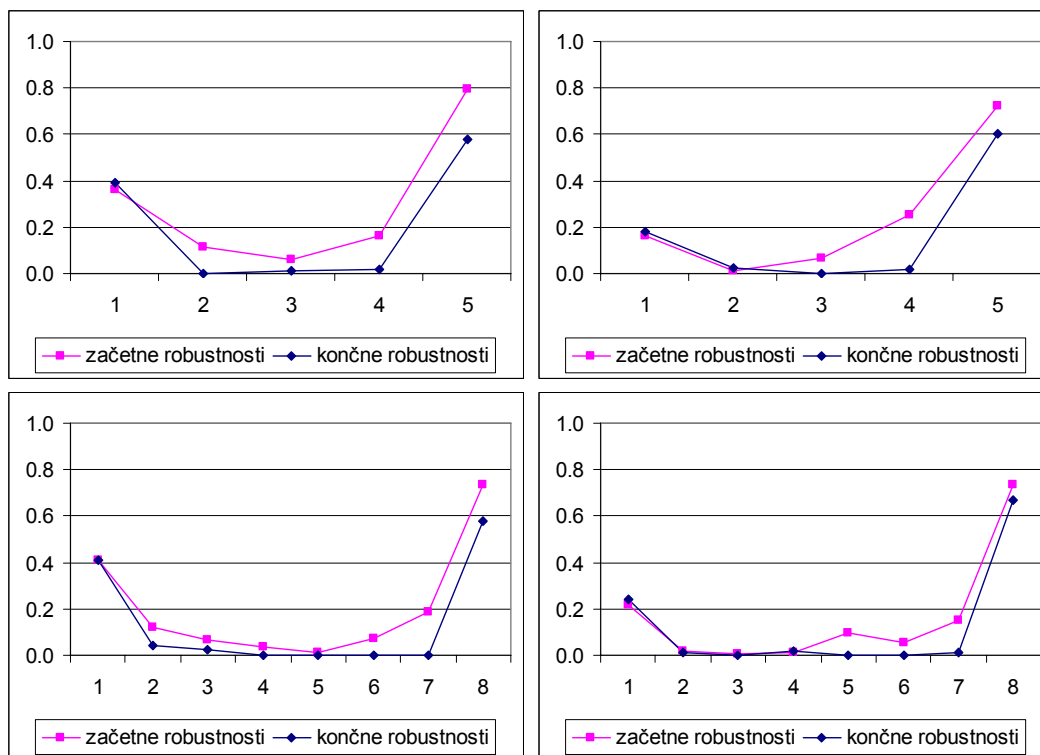


Slika 5.8: Spremembe stopenj kompromisa, izračunanih na začetku in na koncu postopka pogajanja za $o = 4$ (zgoraj) in $o = 7$ (spodaj) ter za $n = 4$ (levo) in $n = 7$ (desno)



Slika 5.9: Razlika med povprečnim številom alternativ na k -tem mestu na začetku in na koncu postopka pogajanja za $o = 4$ (zgoraj) in $o = 7$ (spodaj) ter za $n = 4$ (levo) in $n = 7$ (desno)

Zadnji dejavnik eksperimentalnega ovrednotenja konsenzne rešitve se osredotoča na stopnje robustnosti. Le-te so v splošnem nižje kot pri začetni kompromisni rešitvi, razen za alternative z največjim številom prejetih glasov. Ker je smotrno iskati racionalno odločitev izključno med slednjimi, konsenz iz praktičnega vidika ne zaostaja za kompromisom in zagotavlja zadostno robustnost. Statistični rezultati so grafično ponazorjeni na sliki 5.10.



Slika 5.10: Razlika med povprečno robustnostjo alternativ na k -tem mestu na začetku in na koncu postopka pogajanja za $o=4$ (zgoraj) in $o=7$ (spodaj) ter za $n=4$ (levo) in $n=7$ (desno)

Na podlagi predstavljenih eksperimentalnih podatkov je možno potrditi tudi hipotezo $H_{1.4}$. Konsenzna skupinska odločitev je robustna, ker je po vseh upoštevanih kriterijih enako dobra ali boljša kot začetni kompromis in ker je pogajalski mehanizem zmožen zagotoviti:

- popolnoma enolično izbiro najboljše alternative,
- zadostno oddaljenost najboljše alternative od druge najboljše in veliko oddaljenost od množice vseh neoptimalnih alternativ,
- zelo visoko število glasov odločevalcev/agentov za najboljšo alternativo,
- izrazito razločevanje ustreznih od neustreznih alternativ,
- zadostno stopnjo robustnosti vseh alternativ, ki so soglasno sortirane v kategorijo C^+ .

5.1.5 Občutljivost na spremembe v problemski situaciji

Hipoteza $H_{1.5}$:

Pogajalski postopek ni občutljiv na spremembe v problemski situaciji.

Veljavnost hipoteze $H_{1.5}$ je preverjena s teoretično določitvijo:

- števila zamenjav v šibkem vrstnem redu alternativ, ko je dodana nova ali odstranjena obstoječa alternativa,
- števila zamenjav, do katerih pride, v kolikor poljuben član skupine preneha sodelovati v odločitvenem postopku.

Naj bo dodana alternativa a_j . Za vsako obstoječo alternativo $a_i \in A \setminus \{a_j\}$ je izračunana mehka stopnja prednosti

$$\sigma(a_i) = c(a_i) \cdot d(a_i),$$

pri čemer je

$$c(a_i) = \sum_{k=1..n} \frac{w_k}{2} \cdot (s_k(a_i, b) + (1 - s_k(b, a_i)))$$

in

$$d(a_i) = \prod_{k=1..n} (1 - d_k(a_i)) \text{ ali } d(a_i) = \max_{k=1..n} d_k(a_i).$$

Razvidno je, da vrednost $\sigma(a_i)$ ni odvisna od nove alternative a_j , temveč samo od absolutnega referenčnega profila b , s katerim je a_i neposredno primerjana ob upoštevanju pragov q_k, p_k, u_k in v_k . Na osnovi mehke stopnje prednosti $\sigma(a_i)$ je vzpostavljena stroga prednostna relacija med alternativo in profilom:

$$a_i P b \Leftrightarrow \sigma(a_i) \geq \lambda.$$

Mesto alternative a_i v kompromisnem ali v konsenznem vrstnem redu je dobljeno s štetjem strogih prednostnih relacij, ki veljajo za različne odločevalce:

$$v_i = \text{card}(a_i P^k b, k = 1, \dots, o).$$

To pomeni, da je število glasov za vsako alternativo $a_i \in A \setminus \{a_j\}$ neodvisno od števila glasov za a_j . Zato se razvrstitev alternativ $a_i \in A \setminus \{a_j\}$ ne more spremeniti, če je dodana alternativa a_j . Analogno velja, če je a_j izločena iz množice A . S tem je dokazano, da postopek ni občutljiv na dodajanje in odstranjevanje alternativ.

Zahtevnejša naloga je ugotoviti število zamenjav v vrstnem redu alternativ, do katerih pride, kadar se poljuben odločevalec/agent umakne iz postopka pogajanja. Tedaj se v odvisnosti od relacij $a_i P^k b$ stopnja kompromisa v_i za vsako alternativo a_i bodisi zmanjša za 1 bodisi ohrani. Nastopijo lahko različne situacije:

- Če se zmanjšajo vse stopnje kompromisa, ni sprememb v razvrstitvi alternativ.
- Če se zniža kompromis ene alternative, jo lahko potencialno prehitijo vse ostale, kar znese največ $m - 1$ alternativ, pod pogojem, da za vsak indeks $j = 1, \dots, m, j \neq i$, velja pred prenehanjem sodelovanja odločevalca oziroma agenta enakovrednost $v_i = v_j$ ali enakovrednost $v_i = v_j + 1$. V slednjem primeru mora biti izpolnjen tudi dodaten pogoj, da so robustnosti $r(a_j)$ ugodnejše od robustnosti $r(a_i)$.
- V kolikor se znižata stopnji kompromisa dveh alternativ, lahko vsako od njiju prehiti $m - 2$ ali manj drugih alternativ.
- V kolikor upade število glasov za n alternativ, lahko vsako od njih prehiti največ $m - n$ ostalih alternativ.

Največje možno število zamenjav je v splošnem $n \cdot (m - n)$, pri čemer je $n \in [0 .. m]$. Skupno število relacij med razpoložljivimi variantami je $m \cdot (m - 1) / 2$. Zato je normirani maksimum razdalje:

$$\max \frac{n \cdot (m - n)}{m \cdot (m - 1) / 2} = \max \frac{2 \cdot n \cdot (m - n)}{m \cdot (m - 1)}.$$

Število m je lahko obravnavano kot konstanta. Potem ostane:

$$\max n \cdot (m - n).$$

Ker je vsota členov produkta $n \cdot (m - n)$ ne glede na n konstantna, je maksimum dosežen, ko sta člena enaka. Iz tega sledi, da je $n = m / 2$. Največja možna razdalja med vrstnima redoma alternativ, ki sta izpeljana pred in po umiku odločevalca/agenta, je potemtakem:

$$\frac{2 \cdot m/2 \cdot (m - m/2)}{m \cdot (m - 1)} = \frac{m}{2 \cdot (m - 1)} \approx 0.5.$$

Občutljivost je razmeroma visoka, vendar:

- obravnava zgornja izpeljava najbolj neugoden primer v smislu stopenj ν_i in $r(a_i)$;
- niso upoštevani položaji alternativ, kajti zamenjave na višjih mestih bi morale biti bolj relevantne kot na nižjih.

Glede občutljivosti na umike članov skupine iz odločitvenega postopka hipoteza $H_{1.5}$ torej ni potrjena. Vendar je mogoče sklepati, da v večini primerov spremembe v kompromisnem ali v konsenznem vrstnem redu alternativ niso prekomerne.

5.1.6 Miselno/informacijsko breme

Hipoteza $H_{1.6}$:

Dvokategorijsko sortiranje alternativ, ki temelji na izražanju preferenc v obliki psevdokriterija in je podprto z razdružitveno analizo, zagotavlja manjše miselno/informacijsko breme kakor metode, ki so se uporabljale do sedaj.

Z namenom potrditve hipoteze $H_{1.6}$ je metoda primerjana z osmimi obstoječimi pristopi – združitveno-razdružitvenim skupinskim odločitvenim postopkom na osnovi ELECTRE TRI, metodama ELECTRE TRI za skupine in ELECTRE-GD, skupinskima različicama metod PROMETHEE in AHP, skupinsko aplikacijo večatributne funkcije koristnosti ter postopkoma združevanja delnih vrstnih redov variant in iskanja konsenza z integracijo različnih formatov preferenc. Upoštevanih je pet kriterijev:

- skupno število preferenčnih parametrov,
- količina vhodnih podatkov za prvo iteracijo odločitvenega postopka,
- število ročnih prilagoditev preferenčnih parametrov v vsaki nadaljnji iteraciji,
- količina podatkov, ki jih je potrebno obdelati v posamezni iteraciji,
- kompleksnost tipov informacij.

Razen v povezavi z zadnjim kriterijem je možno informacijsko zahtevnost metod oceniti z matematičnimi enačbami, ki sestojijo iz konstantnih vrednosti, števil alternativ (m), atributov (n), kategorij (k) in odločevalcev (o) ter nekaterih drugih spremenljivk. Slednje so pojasnjene

v sklopu ovrednotenja tistih pristopov, na katere se nanašajo. V besedilu so utemeljene tudi vse izpeljane enačbe. Najprej je po kriterijih obravnavana vsaka metoda posebej, nato pa je opravljena še neposredna tabelarična primerjava.

Predlagana metoda

Skupno število preferenčnih parametrov

Obvezno: $n \cdot (m + 6)$

- Za vsakega od n kriterijev je podanih 6 vrednosti $g_j(b)$, q_j , p_j , u_j , v_j in w_j .
- Za vsako od m alternativ je podanih n kriterijskih vrednosti $g_j(a_i)$.

Največ: $n \cdot (m + 18)$

- Za vsakega od n kriterijev je lahko specificiranih največ 6 spodnjih in 6 zgornjih mej referenčnega profila, pragov in uteži.

Količina vhodnih podatkov za 1. iteracijo

Najmanj za primer posredne specifikacije presoje: $n \cdot (m + 2) + 2$

- Možna je samodejna izpeljava vrednosti preferenčnih parametrov na podlagi sortiranih učnih/referenčnih alternativ. Za vsako od njih je podanih n kriterijskih vrednosti $g_j(a_i)$ in kategorija – C^+ ali C^- . Potrebna je najmanj ena referenčna alternativa za posamezno kategorijo (vsaj ena za C^+ in vsaj ena za C^-).
- Podane so kriterijske vrednosti m ocenjevanih alternativ $g_j(a_i)$.

Najmanj za primer neposredne specifikacije presoje: $n \cdot (m + 2)$

- Za vsakega od n kriterijev so podane vrednosti alternativ $g_j(a_i)$, profil $g_j(b)$ in utež w_j . Pragovi so samodejno izračunani kot relativni odmiki od $g_j(b)$ z uporabo decibelov in privzetega lingvističnega modifikatorja »zmeren«.

Običajno: $n \cdot (m + 6)$

- Za vsakega od n kriterijev je podanih 6 vrednosti $g_j(b)$, q_j , p_j , u_j , v_j in w_j ter kriterijske vrednosti alternativ $g_j(a_i)$.

Največ: $n \cdot (m + 18)$

- Za vsakega od n kriterijev so poleg točnih izhodiščnih vrednosti določene še omejitve.

Število ročnih prilagoditev preferenčnih parametrov na iteracijo

Običajno: 0

- Pogajalski mehanizem prilagaja preferenčne parametre samodejno.

Največ: $6 \cdot n$

- V primeru nezmožnosti samodejne prilagoditve lahko odločevalec odobri presortiranje alternativ s spremembo bodisi spodnje bodisi zgornje meje dopustnih odstopanj enega ali več parametrov – profila, štirih pragov in/ali uteži. Gre zgolj za potrditev potrebnih odmikov, ki jih izračuna analitično-komunikacijski agent.

Količina podatkov, ki jih je potrebno obdelati v posamezni iteraciji

Najmanj: $3 \cdot m - 1$

- Obravnavanih je:
 1. m kategorij alternativ,
 2. m stopenj robustnosti alternativ,
 3. $m - 1$ relacij preference in indifferene ali m mest v vrstnem redu alternativ.

Največ: $3 \cdot m + 12 \cdot n$

- V primeru neskladnosti mora odločevalec, ki se prilagaja skupini, dodatno obravnavati še:
 1. do 6 na novo izpeljanih vrednosti $g_j(b)$, q_j , p_j , u_j , v_j in w_j za n kriterijev,
 2. do 6 prekoračenih mej referenčnega profila, pragov in uteži za n kriterijev,
 3. stopnjo strinjanja.

Kompleksnost tipov informacij

- Klasifikacije: binarni vrednosti C^+ in C^-
- Stopnje robustnosti in strinjanja: realna števila na intervalu $[0, 1]$
- Preferenčni parametri: realna števila in lingvistične stopnje vpliva {zelo šibek, šibek, zmeren, močen, zelo močen}
- Vrstni red alternativ: cela števila ali relaciji preference in indifferene

Združitevno-razdružitevni postopek na osnovi metode ELECTRE TRI

Skupno število preferenčnih parametrov

Obvezno: $n \cdot (5 \cdot k + m + 1) + 2 \cdot m$

- Za vsakega od n kriterijev in k referenčnih profilov so podane vrednosti $g_j(b^h)$, $q_j(b^h)$, $p_j(b^h)$, $u_j(b^h)$ in $v_j(b^h)$.
- Za vsakega od n kriterijev je podana utež w_j .
- Za vsako od m alternativ je specificiranih n kriterijskih vrednosti $g_j(a_i)$ ter spodnja in zgornja meja dovoljene klasifikacije oziroma razpona dopustnih kategorij.

Količina vhodnih podatkov za 1. iteracijo

V primeru posredne specifikacije presoje: $(n + 1) \cdot (m + k + 1) + m$

- Možna je samodejna izpeljava vrednosti preferenčnih parametrov na podlagi sortiranih učnih/referenčnih alternativ. Za vsako od njih je podanih n kriterijskih vrednosti $g_j(a_i)$ in kategorija C^h . Za posamezno izmed skupno $k + 1$ kategorij je potrebna najmanj ena referenčna alternativa.
- Podane so kriterijske vrednosti $g_j(a_i)$ in meji klasifikacije za m ocenjevanih alternativ.

V primeru neposredne specifikacije presoje: $n \cdot (5 \cdot k + m + 1) + 2 \cdot m$

- Za vsakega od n kriterijev je potrebno podati vrednosti alternativ $g_j(a_i)$ in utež w_j .
- Za vsakega od n kriterijev in k profilov je potrebno določiti referenčno vrednost in štiri pragove.
- Postavljenih je m spodnjih in m zgornjih mej razponov dopustnih kategorij alternativ.

Število ročnih prilagoditev preferenčnih parametrov na iteracijo

Običajno: m

- Potrebni so m ali manj sprememb spodnjih/zgornjih mej dopustnih kategorij.

Največ: $n \cdot (5 \cdot k + 1) + m$

- V primeru neskladnosti so zahtevane tudi spremembe profilov, pragov in/ali uteži.

Količina podatkov, ki jih je potrebno obdelati v posamezni iteraciji

Obvezno: $l + 2 \cdot \sum_{i=1..m} C^g(a_i) - C^s(a_i)$

- C^g in C^s sta indeksa zgornje in spodnje dovoljene kategorije.
- Obravnavati je potrebno:

1. stopnje sprejemljivosti sortiranja vsake alternative v vsako dopustno kategorijo,
2. števila menjav, ki so nujne, da alternativa doseže posamezno dovoljeno kategorijo,
3. l impliciranih omejitev, ki pogojujejo sortiranje v določeno kategorijo.

Kompleksnost tipov informacij

- Klasifikacije: stroge pripadnosti kategorijam C^h
- Stopnje sprejemljivosti sortiranja: realna števila na intervalu $[0, 1]$
- Števila zahtevanih menjav: pozitivna cela števila
- Preferenčni parametri: realna števila
- Omejitve: relacije neenakosti

ELECTRE TRI za skupine

Skupno število preferenčnih parametrov

Obvezno: $n \cdot (m + k + 4)$

- Za vsakega od n kriterijev in k referenčnih profilov je podana natančna vrednost $g_j(b^h)$.
- Za vsakega od n kriterijev so podani enotni pragovi q_j , p_j in v_j ter utež w_j .
- Za vsako od m alternativ je specificiranih n natančnih kriterijskih vrednosti $g_j(a_i)$.
- Namesto n pragov veta v_j sme biti določenih n konstant α_j za izpeljavo $v_j = p_j + \alpha_j / w_j$.

Največ: $3 \cdot n \cdot (m + k + 4)$

- Za vsakega od $n \cdot (m + k + 4)$ obveznih preferenčnih parametrov sta določeni še spodnja in zgornja meja. Tudi konstante α_j so lahko podvržene omejitvam.

Količina vhodnih podatkov za 1. iteracijo

Obvezno: $n \cdot (m + k + 4)$

- Ročno je potrebno podati vse natančne vrednosti preferenčnih parametrov modela.

Največ: $3 \cdot n \cdot (m + k + 4)$

- Ročno je potrebno podati tudi vse omejitve preferenčnih parametrov modela.

Število ročnih prilagoditev preferenčnih parametrov na iteracijo

Običajno: $2 \cdot n \cdot (m + k + 4)$

- V primeru neskladnosti so zahtevane spremembe omejitev.

Količina podatkov, ki jih je potrebno obdelati v posamezni iteraciji

Najmanj: $2 \cdot k \cdot (m + 2 \cdot n)$

- Za dve proceduri – optimistično in pesimistično – je potrebno ločeno obravnavati:
 1. mehke prednostne relacije $\sigma(a_i, b^h)$,
 2. spodnje in zgornje meje k kategorij glede na n kriterijev.

Največ: $2 \cdot k \cdot (m + 2 \cdot n) + 2 \cdot n \cdot (m + k + 4)$

- Dodatno je potrebno obravnavati omejitve vseh preferenčnih parametrov.

Kompleksnost tipov informacij

- Omejitve: relacije neenakosti
- Vse ostalo: realna števila

ELECTRE-GD

Skupno število preferenčnih parametrov

Obvezno: $n \cdot (m + 4) + 2$

- Za vsakega od n kriterijev so podani pragovi q_j, p_j in v_j ter utež w_j .
- Za vsako od m alternativ je specificiranih n kriterijskih vrednosti $g_j(a_i)$.
- Določeni sta konstanti β in λ .

Količina vhodnih podatkov za 1. iteracijo

Obvezno: $n \cdot (m + 4) + 2$

- Ročno je potrebno podati vse vrednosti preferenčnih parametrov modela.

Število ročnih prilagoditev preferenčnih parametrov na iteracijo

- Iterativnost ni omogočena.

Količina podatkov, ki jih je potrebno obdelati v posamezni iteraciji

Obvezno: $m \cdot (2 \cdot m \cdot o + m + o + (m - 1) / 2)$

- Obravnavati je potrebno:
 1. m^2 mehkih in strogih prednosti za vsakega od o odločevalcev,
 2. individualne razvrstitve m alternativ glede na o odločevalcev,
 3. m^2 globalnih prednosti,

4. globalno delno razvrstitev m alternativ z največ $m \cdot (m - 1) / 2$ relacijami prednosti, enakovrednosti in neprimerljivosti.

Kompleksnost tipov informacij

- Preferenčni parametri: realna števila
- Konstanti β in λ : realni števili na intervalu $[0, 1]$
- Mehke prednosti: realna števila na intervalu $[0, 1]$
- Stroge prednosti: binarni vrednosti 0 in 1
- Vrstni red alternativ: relacije prednosti, enakovrednosti in neprimerljivosti

Skupinski PROMETHEE

Skupno število preferenčnih parametrov

Obvezno: $n \cdot (m + 2)$ do $n \cdot (m + 4)$

- Za vsakega od n kriterijev je določena oblika prednostne funkcije.
- Za vsakega od n kriterijev so podani pragovi q_j, p_j in/ali s_j ter utež w_j . V odvisnosti od izbrane oblike prednostne funkcije je potrebno upoštevati nič, enega ali dva praga.
- Za vsako od m alternativ je specificiranih n kriterijskih vrednosti $g_j(a_i)$.

Količina vhodnih podatkov za 1. iteracijo

Obvezno: $n \cdot (m + 2)$ do $n \cdot (m + 4)$

- Ročno je potrebno podati vse vrednosti preferenčnih parametrov modela.

Število ročnih prilagoditev preferenčnih parametrov na iteracijo

Obvezno: n

- Dovoljeno je zgolj prilagajanje uteži, ker ostali preferenčni parametri niso upoštevani v postopku iskanja kompromisa.

Količina podatkov, ki jih je potrebno obdelati v posamezni iteraciji

Obvezno za PROMETHEE I: $m \cdot (m + 3) / 2 + n$

- Obravnavati je potrebno:
 1. n uteži,
 2. m pozitivnih in m negativnih razvrstitvenih tokov,

3. delni vrstni red variant z največ $m \cdot (m - 1) / 2$ relacijami prednosti, enakovrednosti in neprimerljivosti.

Obvezno za PROMETHEE II: $2 \cdot m + n - 1$

- Obravnavati je potrebno:
 1. n uteži,
 2. m mrežnih razvrstitvenih tokov,
 3. šibki vrstni red alternativ z $m - 1$ relacijami prednosti in enakovrednosti.

Kompleksnost tipov informacij

- Preferenčni parametri: realna števila
- Razvrstitveni tokovi: realna števila na intervalu $[0, 1]$ ali intervalu $[-1, 1]$,
- Razvrstitev alternativ: relacije prednosti, enakovrednosti in neprimerljivosti
- Ravnina GAIA: dvodimenzionalne vizualne informacije

Metoda združevanja delnih vrstnih redov alternativ

Skupno število preferenčnih parametrov

Obvezno: $n \cdot (m + 2) + o$ do $n \cdot (m + 4) + o$

- Presoje so modelirane z metodo PROMETHEE I/II ali z metodo ELECTRE III.
- Izražene so uteži o odločevalcev.

Količina vhodnih podatkov za 1. iteracijo

Obvezno: $n \cdot (m + 2) + l + o - 1$ do $n \cdot (m + 4) + l + o - 1$

- Ročno je potrebno podati vse vrednosti preferenčnih parametrov modela.
- Določenih je $o - 1$ mest vpliva odločevalcev in vstavljenih l belih kart.

Število ročnih prilagoditev preferenčnih parametrov na iteracijo

- Iterativnost ni omogočena.

Količina podatkov, ki jih je potrebno obdelati v posamezni iteraciji

Najmanj: $m \cdot (m - 1) / 2$

- Obravnavati je potrebno skupinsko delno razvrstitev alternativ z relacijami prednosti, enakovrednosti in neprimerljivosti.

Največ: $m \cdot (m - 1) + 3 \cdot m + o$

- Dodatno je potrebno obravnavati:
 1. $2 \cdot m$ razdalj alternativ, vezanih na razvrstitvi P^+ in P^- ,
 2. $m \cdot (m - 1) / 2$ objektivnih in m subjektivnih komponent,
 3. o uteži odločevalcev.

Kompleksnost tipov informacij

- Preferenčni parametri: realna števila
- Komponente in uteži odločevalcev: realna števila na intervalu $[0, 1]$
- Mesta odločevalcev: intervalno glede na konstanten zamik in bele karte,
- Razvrstitev alternativ: relacije prednosti, enakovrednosti in neprimerljivosti
- Razdalje alternativ: realna števila

Skupinska aplikacija večatributne funkcije koristnosti

Skupno število preferenčnih parametrov

Obvezno: $n \cdot (m + 1)$

- Podanih je n delnih koristnosti vsake od m alternativ.
- Specificirane so uteži n kriterijev.

Količina vhodnih podatkov za 1. iteracijo

Obvezno: $m + m \cdot n + n$

- Določenih je m mest v šibkem vrstnem redu alternativ.
- Podanih je $m \cdot n$ delnih koristnosti alternativ in n uteži kriterijev.

Število ročnih prilagoditev preferenčnih parametrov na iteracijo

Običajno: $m \cdot (n + 1) + 3$

- Prilagoditi je potrebno največ m mest v vrstnem redu alternativ in največ $m \cdot n$ delnih koristnosti alternativ.
- Izraziti je potrebno ocene skupinske odločitve glede na tri kriterije zadovoljstva.

Količina podatkov, ki jih je potrebno obdelati v posamezni iteraciji

Obvezno: $m \cdot (m + 2 \cdot n - 1) / 2 + 4$

- Obravnavati je potrebno:
 1. $m \cdot (m - 1) / 2$ primerjav mest v lastnem in izpeljanem vrstnem redu alternativ,
 2. $m \cdot n$ primerjav lastnih in izpeljanih delnih koristnosti,
 3. 3 ocene kriterijev zadovoljstva in oceno globalnega zadovoljstva.

Kompleksnost tipov informacij

- Vrstni red alternativ: cela števila ali relaciji preference in indifferene
- Ocene alternativ: realna števila
- Kriteriji zadovoljstva: cela števila na intervalu $[0, 4]$ ter opisne vrednosti {popolnoma nezadovoljen, nezadovoljen, zadovoljen, zelo zadovoljen, popolnoma zadovoljen}

Skupinski AHP

Skupno število preferenčnih parametrov

Obvezno za klasični AHP in posamičnega odločevalca: $N_1 \cdot m + \sum_{j=1..N_2} n_j$

- Izražene so prioritete m alternativ za N_1 elementarnih kriterijev.
- Izražene so prioritete n_j podkriterijev j -tega izpeljanega oziroma sestavljenega kriterija za vsak $j = 1, \dots, N_2$.

Obvezno za stohastični AHP in vse odločevalce: $(o + 2) \cdot (N_1 \cdot m + \sum_{j=1..N_2} n_j)$

- Za o odločevalcev so prioritete izražene na enak način kot pri klasičnem AHP.
- Za celotno skupino so specificirane spodnje in zgornje meje intervalov prioritet.

Količina vhodnih podatkov za 1. iteracijo

Obvezno: $N_1 \cdot m \cdot (m - 1) / 2 + \sum_{j=1..N_2} n_j \cdot (n_j - 1) / 2$

- Podane so parne primerjave m alternativ za N_1 elementarnih kriterijev.
- Podane so parne primerjave podkriterijev za vsakega od N_2 izpeljanih kriterijev.

Število ročnih prilagoditev preferenčnih parametrov na iteracijo

- Iterativnost ni omogočena.

Količina podatkov, ki jih je potrebno obdelati v posamezni iteraciji

Obvezno za klasični AHP: $2 \cdot m$

- Obravnavati je potrebno:
 1. vektor sintetiziranih prioritet m alternativ,
 2. $m - 1$ relacij preference in indifferene ali m mest v vrstnem redu alternativ,
 3. stopnjo konsenza.

Obvezno za stohastični AHP: $4 \cdot m + 1$

- Obravnavati je potrebno:
 1. vektorja spodnjih in zgornjih mej sintetiziranih prioritet m alternativ,
 2. $m - 1$ relacij preference in indifferene ali m mest v vrstnem redu alternativ,
 3. skupno verjetnost zamenjav mest v vrstnem redu in posamično verjetnost za vsako od m alternativ,
 4. stopnjo konsenza.

Kompleksnost tipov informacij

- Parne primerjave: cela števila na intervalu $[1..9]$ ali intervalu $[0..8]$ za stohastični AHP in njihove recipročne vrednosti
- Prioritete: realna števila na intervalu $[0..1]$
- Stopnja konsenza: realno število na intervalu $[0..1]$
- Verjetnosti zamenjav mest: realna števila na intervalu $[0..1]$
- Vrstni red alternativ: cela števila ali relaciji preference in indifferene

Postopek iskanja konsenza z integracijo različnih preferenčnih formatov

Skupno število preferenčnih parametrov

Najmanj za primera funkcije koristnosti in ordinalne razvrstitve alternativ: m

- Podane so koristnosti ali mesta m alternativ.
- Večkriterijsko odločanje ni predvideno. Presoje so združene samo po odločevalcih.

Najmanj za primera multiplikativne in mehke prednostne relacije: $m \cdot (m + 1) / 2$

- Podane so parne primerjave m alternativ.
- Večkriterijsko odločanje ni predvideno. Presoje so združene samo po odločevalcih.

Največ: $m + 6$ ali $m \cdot (m + 1) / 2 + 6$

- Dodatno so postavljeni štirje mehki kvantifikatorji ter pragova konsenza in bližine.

Količina vhodnih podatkov za 1. iteracijo

Obvezno: m do $m \cdot (m + 1) / 2 + 6$

- Ročno je potrebno podati vse vrednosti preferenčnih parametrov modela.

Število ročnih prilagoditev preferenčnih parametrov na iteracijo

Najmanj: 3

- Mehanizem zaporedoma ponudi 3 različne možnosti prilagoditve – konsenzno rešitev, rešitev tik pod konsenzom in rešitev tik nad pragom sprejemljivosti. Odločevalec jih bodisi potrdi bodisi zavrne.
- Ni spremembe preferenčnih parametrov, zaradi česar pride do neskladnosti med vhodi in rezultati odločitvenega modela.

V primerih funkcije koristnosti in ordinalne razvrstitve alternativ: m

- Ročno je potrebno prilagoditi vse ocene alternativ.

V primerih multiplikativne in mehke prednostne relacije: $m \cdot (m + 1) / 2$

- Ročno je potrebno prilagoditi vse ocene alternativ.

Količina podatkov, ki jih je potrebno obdelati v posamezni iteraciji

Najmanj: $3 \cdot m + o$

- Obravnavati je potrebno:
 1. individualno in skupinsko razvrstitev m alternativ,
 2. zahtevano gibanje vsake od m alternativ v obliki podatka o ohranitvi, izboljšanju ali poslabšanju mesta,
 3. stopnje bližine o odločevalcev skupinski odločitvi.

Največ: $5 \cdot m + o$

- Namesto smeri gibanja alternativ so obravnavane tri predlagane možnosti prilagoditve v obliki spremenjenih vrstnih redov m alternativ.

Kompleksnost tipov informacij

- Razvrstitev alternativ: cela števila ali relaciji preference in indifferenca
- Funkcija koristnosti: realna števila na intervalu $[0..1]$

- Multiplikativna relacija: cela števila na intervalu [1..9] in recipročne vrednosti
- Mehka prednostna relacija: realna števila na intervalu [0..1]
- Kvantifikatorji in pragovi: realna števila na intervalu [0..1]
- Stopnje bližine: realna števila na intervalu [0..1]
- Smeri gibanja alternativ: ternarne vrednosti za izboljšanje, poslabšanje in enakost

Glede tipov informacij med devetimi metodami ni bistvenih razlik. Vse modelirajo presoje v obliki relacij in realnih števil. Čeprav vzpodbujajo nekatere tudi izražanje dela preferenc na človeku prijazen način, kot denimo z lingvističnimi stopnjami ali s kvalitativnimi ocenami, to zaradi parcialnosti nima večjega vpliva na skupno miselno obremenitev. Z gotovostjo pa je mogoče zatrditi, da kompleksnost tipov informacij vpeljane metode ne presega kompleksnosti kateregakoli obstoječega pristopa, s katerim je primerjana.

Za precej bolj zanimivo se izkaže primerjava glede količine informacij, ki jih je potrebno z različnimi metodami modelirati ter posledično iz vidika odločevalcev specificirati, spremljati in prilagajati skozi zaporedje iteracij odločitvenega postopka. V tabeli 5.9 so tako za štiri od petih obravnavanih kriterijev vrednotenja metod povzete vse izpeljane matematične enačbe.

Tabela 5.9: Primerjava informacijske kompleksnosti predlagane metode in obstoječih metod

	Skupno število preferenčnih parametrov	Količina vhodnih podatkov za 1. iteracijo	Število ročnih prilagoditev na iteracijo	Količina podatkov za obdelavo v posamezni iteraciji
Predlagana metoda	$n \cdot (m + 6)$ do $n \cdot (m + 18)$	$n \cdot (m + 2) + 2$ ali $n \cdot (m + 2)$ ali $n \cdot (m + 6)$ do $n \cdot (m + 18)$	0 ali $6 \cdot n$	$3 \cdot m - 1$ do $3 \cdot m + 12 \cdot n$
Združitevno-razdružitevni postopek na osnovi metode sortiranja ELECTRE TRI	$n \cdot (5 \cdot k + m + 1) + 2 \cdot m$	$(n + 1) \cdot (m + k + 1) + m$ ali $n \cdot (5 \cdot k + m + 1) + 2 \cdot m$	m ali $n \cdot (5 \cdot k + 1) + m$	$l + 2 \cdot \sum_{i=1..n} \Delta_i$, kjer je $\Delta_i = C^g(a_i) - C^s(a_i)$
ELECTRE TRI za skupine	$n \cdot (m + k + 4)$ do $3 \cdot n \cdot (m + k + 4)$	$n \cdot (m + k + 4)$ do $3 \cdot n \cdot (m + k + 4)$	$2 \cdot n \cdot (m + k + 4)$	$2 \cdot k \cdot (m + 2 \cdot n)$ do $2 \cdot k \cdot (m + 2 \cdot n) + 2 \cdot n \cdot (m + k + 4)$
ELECTRE-GD	$n \cdot (m + 4) + 2$	$n \cdot (m + 4) + 2$	iterativnost ni omogočena	$m \cdot (2 \cdot m \cdot o + m + o + (m - 1) / 2)$

	Skupno število preferenčnih parametrov	Količina vhodnih podatkov za 1. iteracijo	Število ročnih prilagoditev na iteracijo	Količina podatkov za obdelavo v posamezni iteraciji
Skupinski PROMETHEE	$n \cdot (m + 2)$ do $n \cdot (m + 4)$	$n \cdot (m + 2)$ do $n \cdot (m + 4)$	n	$m \cdot (m + 3) / 2 + n$ ali $2 \cdot m + n - 1$
Metoda združevanja delnih vrstnih redov alternativ	$n \cdot (m + 2) + o$ do $n \cdot (m + 4) + o$	$n \cdot (m + 2) + l + o - 1$ do $n \cdot (m + 4) + l + o - 1$	iterativnost ni omogočena	$m \cdot (m - 1) / 2$ do $m \cdot (m - 1) + 3 \cdot m + o$
Skupinska aplikacija večatributne funkcije koristnosti	$n \cdot (m + 1)$	$m + m \cdot n + n$	$m \cdot (n + 1) + 3$	$m \cdot (m + 2 \cdot n - 1) / 2 + 4$
Skupinski AHP	$N_1 \cdot m + \sum_j n_j$, kjer je $j = 1, \dots, N_2$	$N_1 \cdot m \cdot (m - 1) / 2 + \sum_j n_j \cdot (n_j - 1) / 2$, kjer je $j = 1, \dots, N_2$	iterativnost ni omogočena	$2 \cdot m$ do $4 \cdot m + 1$
Postopek iskanja konsenza z integracijo različnih formatov preferenc	m do $m \cdot (m + 1) / 2 + 6$	m do $m \cdot (m + 1) / 2 + 6$	3 ali m ali $m \cdot (m + 1) / 2$	$3 \cdot m + o$ do $5 \cdot m + o$

Ugotovljeno je:

1. Za vse štiri kriterije velja, da zahteva predlagana metoda obdelavo manjše količine informacij kot obstoječa pristopa k sortiranju – združitevno-razdružitevni postopek na temelju metode ELECTRE TRI in ELECTRE TRI za skupine. To je posledica večje avtonomnosti, reduciranega števila kategorij in učinkovitejšega modeliranja presoj.
2. Predlagana metoda je po skupnem številu preferenčnih parametrov in količini vhodnih podatkov, ki jih mora odločevalec specificirati v 1. iteraciji, podobna trem metodam razvrščanja na osnovi konceptov prednostne relacije in psevdokriterija – ELECTRE-GD, skupinski različici metode PROMETHEE in metodi združevanja delnih vrstnih redov alternativ. Vendar pa v splošnem zahteva obdelavo manjše količine podatkov v posamezni vmesni iteraciji in ob zaključku agregacije presoj. Boljše se obnese tudi pri postopnem prilagajanju preferenc, ker:
 - opravi večino prilagoditev samodejno, brez posredovanja odločevalcev;
 - omogoča metoda PROMETHEE izključno ročno spreminjanje uteži, medtem ko zanemarija ostale preferenčne parametre in ni sposobna samodejnosti;
 - ELECTRE-GD in metoda združevanja delnih vrstnih redov sploh ne zagotavljata iterativnosti.

3. Skupinska aplikacija večatributne funkcije koristnosti nalaga približno enako miselno obremenitev kot v disertaciji definirana metoda glede količine vhodov v 1. iteraciji in glede skupnega števila preferenčnih parametrov. Vendar zahteva v kasnejših iteracijah obdelavo večje količine podatkov in več ročnih prilagoditev.
4. Skupinski AHP je primerljiv z definirano metodo samo po količini podatkov, ki jih je potrebno obdelati po zaključeni agregaciji. Sicer pa ne vzpodbuja iterativnosti in se sooča z izvorno pomanjkljivostjo metode AHP – zaradi redundantnih parnih primerjav nalaga prekomerno miselno breme pri začetni specifikaciji preferenc.
5. Postopek iskanja konsenza z integracijo različnih preferenčnih formatov ima glede na upoštevane dejavnike vrednotenja metod navidezno manjšo kompleksnost. Toda nujno se je zavedati, da ne podpira neposrednega večkriterijskega odločanja. Če bi ga, bi bilo potrebno člene v enačbah množiti z n , kar bi metodi izenačilo ali celo obrnilo situacijo.

S tem je hipoteza $H_{1.6}$ potrjena.

5.1.7 Zmožnost učenja o problemski situaciji

Hipoteza $H_{1.7}$:

Z razdružitveno analizo podprto skupinsko dihotomijsko sortiranje omogoča boljši vpogled v problemsko situacijo, izraženo s parametri odločitvenega modela, kakor obstoječe metode.

Zmožnost učenja je odvisna predvsem od miselnega/informacijskega bremena. Zato je dokaz hipoteze $H_{1.7}$ nekoliko poenostavljen in izhaja iz podatkov, zbranih v okviru hipoteze $H_{1.6}$. Podana je kvalitativna utemeljitev, zakaj osem primerjanih metod zavira učenje:

- Združitveno-razdružitveni postopek na osnovi metode ELECTRE TRI in ELECTRE TRI za skupine sortirata alternative v poljubno mnogo kategorij, zaradi česar nalagata odločevalcem prekomerno miselno breme. Posledica razmeroma majhne avtonomije odločitvenega postopka in velikega števila preferenčnih parametrov je, da imajo člani skupine slab vpogled v doprinos posameznih parametrov modela h končni odločitvi. Iz tega razloga je poglobljanje znanja o problemski situaciji oteženo.
- Metoda združevanja delnih vrstnih redov alternativ, ELECTRE-GD in skupinski AHP ne vzpodbujajo iterativnosti, temveč združijo presoje in ovrednotijo alternative v enem koraku. Brez iterativnosti pa učenje ni mogoče.

- Pomanjkljivost skupinske različice metode PROMETHEE je, da daje dober vpogled v uteži kriterijev, medtem ko v vseh iteracijah odločitvenega postopka z izjemo prve zanemari ostale preferenčne parametre. Zato ne more zagotoviti celovitosti učenja.
- Skupinska aplikacija večatributne funkcije koristnosti zahteva vnos delnih koristnosti in ocenitev stopnje zadovoljstva z izpeljanim skupinskim vrstnim redom alternativ. Ne daje pa povratnih informacij o tem, kako morajo odločevalci prilagoditi koristnosti, če želijo sprejeti skupinsko odločitev. To pomeni, da ni možno opazovati vpliva izhodnih podatkov na vhodne in da se odločevalci ne morejo učiti drug od drugega.
- Postopek iskanja konsenza z integracijo različnih preferenčnih formatov prav tako ne zagotovi učinkovite povratne povezave med racionalno skupinsko odločitvijo tekoče iteracije in presojami posameznikov. Poleg tega ne zmore nadzirati osebnih presoj po kriterijih, temveč upošteva samo agregacijo na nivoju odločevalcev ali agentov.

Definirana odločitvena metoda odpravlja omenjene pomanjkljivosti in vzpodbuja učenje na naslednje načine:

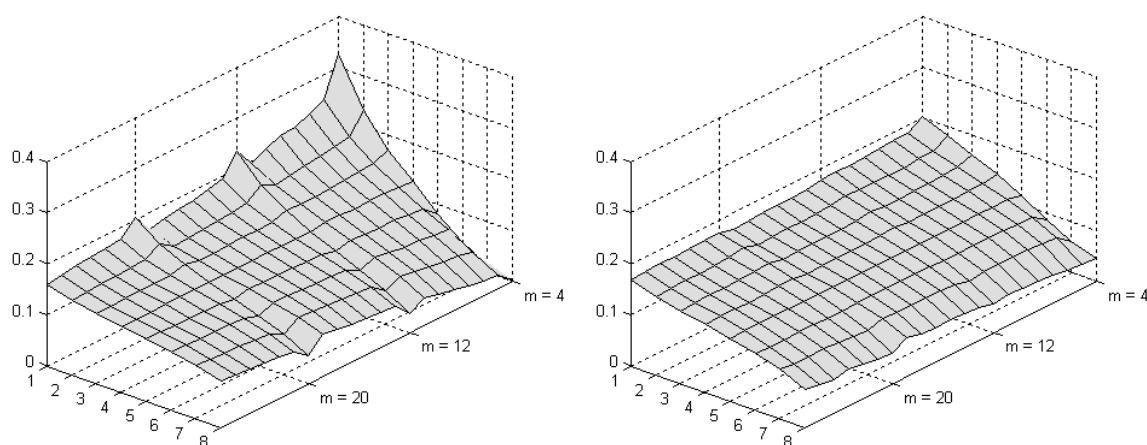
- zagotavlja majhno miselno breme;
- upošteva vse tipe preferenčnih parametrov;
- modelira povratno povezavo med skupinsko odločitvijo in preferenčnimi parametri, tako da izpelje robustne vrednosti parametrov, ki ustrezajo odločitvi, in jih predstavi udeležencem postopka;
- omogoči, da se odločevalci učijo drug od drugega, saj ugotovi, kateri od njih imajo najbolj enotno in/ali robustno mnenje, ter posameznikom aktivno nakaže, kako naj prilagodijo lastne presoje, če se strinjajo s tujim mnenjem in so ga pripravljeni vsaj deloma sprejeti;
- posameznemu odločevalcu predstavi veliko različnih informacij o osebni in skupinski odločitvi, gibanju skupine in robustnosti, vendar z namenom preprečevanja prevelike miselne obremenitve hkrati poskrbi, da večina teh informacij ni nujna za napredovanje skupine proti konsenzu, temveč je na voljo po želji;
- izraža presoje na mehek način, med drugim tudi z lingvističnimi modifikatorji, ki so blizu človekovemu načinu razmišljanja.

5.2 Značilnosti metod za izpeljavo uteži kriterijev

5.2.1 Nepristranska enakomerna porazdelitev

5.2.1.1 Splošne značilnosti

Povprečne selektivne moči in indekse dominance prikazuje slika 5.11. Iz desne proti levi se večja število alternativ kot tudi verjetnost šibkega in strogega veta: $P_W=0.3, P_S=0.1$; $P_W=0.6, P_S=0.1$; $P_W=0.6, P_S=0.3$; $P_W=0.6, P_S=0.5$; $P_W=0.9, P_S=0.1$; $P_W=0.9, P_S=0.3$; $P_W=0.9, P_S=0.5$. Natančne vrednosti podajata tabeli T.1 in T.2. Zaradi obsežnosti poglavja se tabele, katerih oznaka se pričinja s črko T, nahajajo v prilogi doktorske disertacije.

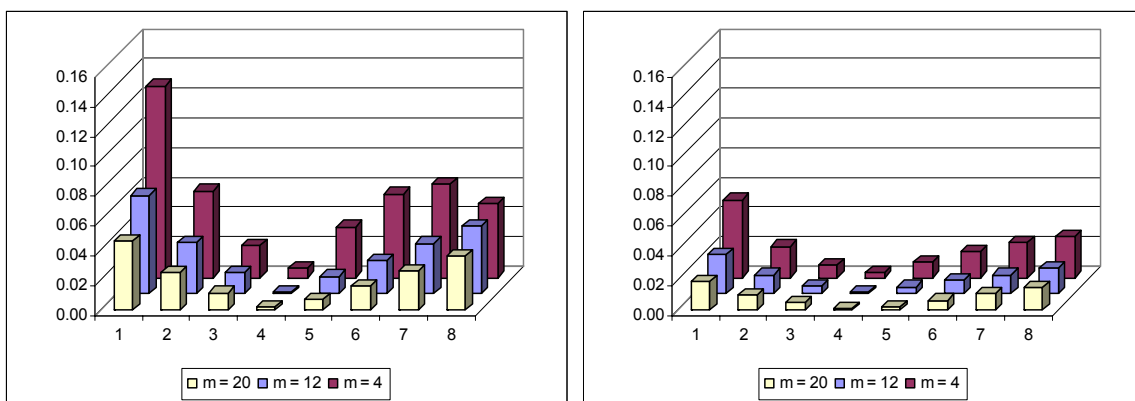


Slika 5.11: Povprečne selektivne moči in povprečni indeksi dominance

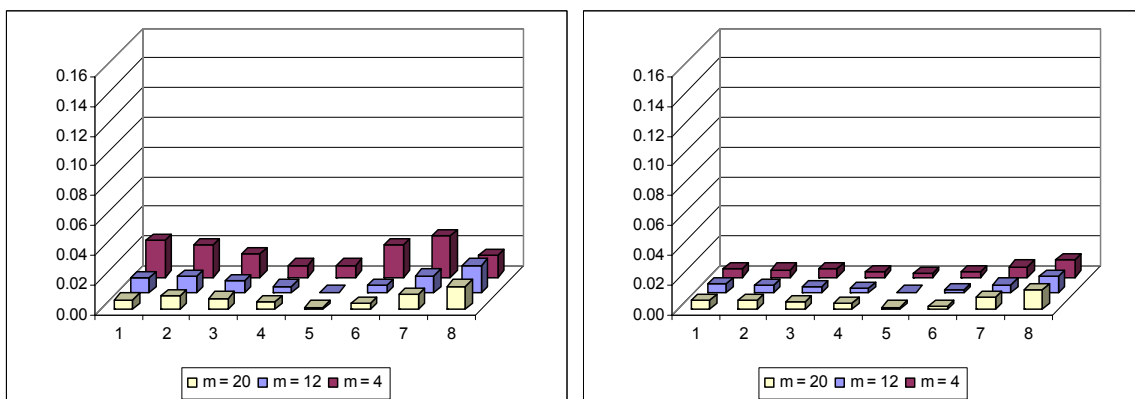
Selektivne moči kriterijev se spreminjajo, medtem ko so indeksi dominance skoraj konstantni. Prav tako je pri selektivnih močeh opaziti nekoliko večje standardne odklone. To pomeni, da so selektivne moči občutljive na število alternativ in verjetnost veta, za indekse dominance pa to ne velja. Poleg tega nosijo selektivne moči bogatejše razločevalne informacije.

5.2.1.2 Občutljivost selektivnih moči in indeksov dominance na vhode modela

Daleč najboljši vpogled v občutljivost pristopov na vhodne parametre modela podajajo razlike med maksimalnimi in minimalnimi povprečnimi kriterijskimi utežmi. Pri tem so upoštevana razhajanja v številu alternativ ter v verjetnosti veta. Izračunane razlike so razvidne iz slik 5.12 in 5.13 ter tabel T.3 in T.4.



Slika 5.12: Občutljivost selektivnih moči na število alternativ in verjetnost veta, pri čemer je $P_W \geq 0.3$ (levi graf) oziroma $P_W \geq 0.6$ (desni graf)



Slika 5.13: Občutljivost indeksov dominanc na število alternativ in verjetnost veta, pri čemer je $P_W \geq 0.3$ (levi graf) oziroma $P_W \geq 0.6$ (desni graf)

Jasno je razvidno, da so selektivne moči občutljive tako na število alternativ kot na verjetnost veta. Z večanjem števila variant se ne glede na verjetnosti šibkega in strogega veta manjšajo razlike med maksimalnimi in minimalnimi selektivnimi močmi kriterijev. Prav tako je možno opaziti manjšanje razlik z večanjem verjetnosti veta, pri čemer ostane število alternativ enako. Ker je manjšanje razlik posledica težnje k poenotenju selektivnih moči, kar pomeni, da se selektivne moči bolj pomembnih kriterijev nižajo, selektivne moči manj pomembnih kriterijev pa višajo, vpliva večanje verjetnosti veta ali števila alternativ tudi na upad bogatosti razločevalnih informacij. Težnjo k poenotenju kot eno izmed bistvenih značilnosti selektivnih moči nazorno izpostavi kriterij x_4 . Razlika med maksimalno in minimalno močjo le-tega je namreč za vse kombinacije parametrov modela zgolj neznatno večja od 0, torej ostaja njegova moč ob spreminjanju parametrov modela praktično enaka. Hkrati se razlike večajo na levi in desni strani kriterija x_4 , to je za kriterije $x_3, \dots, x_1$ in kriterije $x_5, \dots, x_8$.

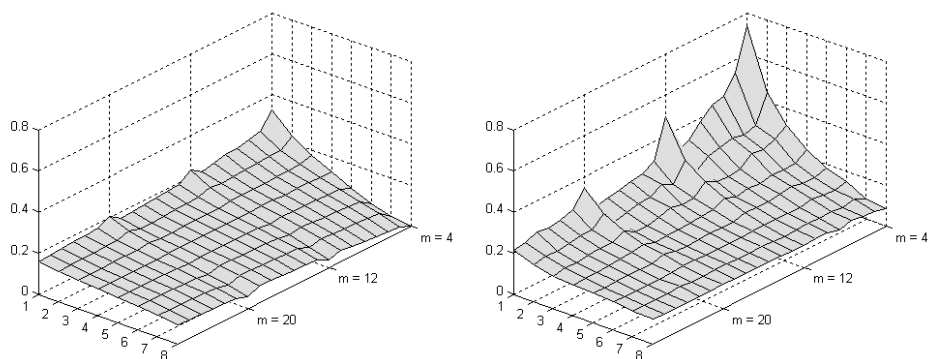
Po drugi strani razlike med maksimalnimi in minimalnimi indeksi dominance kažejo na sorazmerno neobčutljivost le-teh na parametre modela – število alternativ ter verjetnosti šibkega in strogega veta. Nekoliko izstopa samo primer z $m=4$ alternativami ter verjetnostima šibkega veta $P_W=0.3$ in strogega veta $P_S=0.1$. Za vse ostale kombinacije so razlike tako rekoč zanemarljive in poenotene, kar priča o robustnosti pristopa.

Občutljivost selektivnih moči je posledica enakomerne porazdelitve vzorcev stopenj veta. Zaradi le-te obstaja velika verjetnost, da dajo različni kriteriji podoben nabor stopenj veta za množico alternativ, pri čemer so izločevanja alternativ enakomerna in nepristranska. V primeru, da je alternativ sorazmerno malo, je tako v splošnem naključno izbranih le nekaj kriterijev, ki jim ima možnost dati veto. Posledično pride do trenda izrazitega ločevanja kriterijev v smislu njihovih moči, saj nekateri opravijo večjo selekcijo nad alternativami kot drugi. Če se število alternativ večja, pa obstaja velika verjetnost, da bodo vsi kriteriji dali veto približno enako mnogo alternativam, pri čemer so alternative določene povsem enakomerno – ne moremo predpostaviti vzorca, da bodo v splošnem dobile nekatere alternative več vetov kot druge. Zaradi tega izginjajo razlike v selektivnosti kriterijev. Podobno velja tudi za verjetnosti nastopa šibkega in strogega veta. Če sta le-ti majhni, je naključno izbranih le nekaj kriterijev, ki z visokimi stopnjami veta izločijo več ali vsaj nekaj alternativ, ko verjetnosti naraščata, pa je takšnih kriterijev vedno več, zato se njihove selektivne moči izenačujejo.

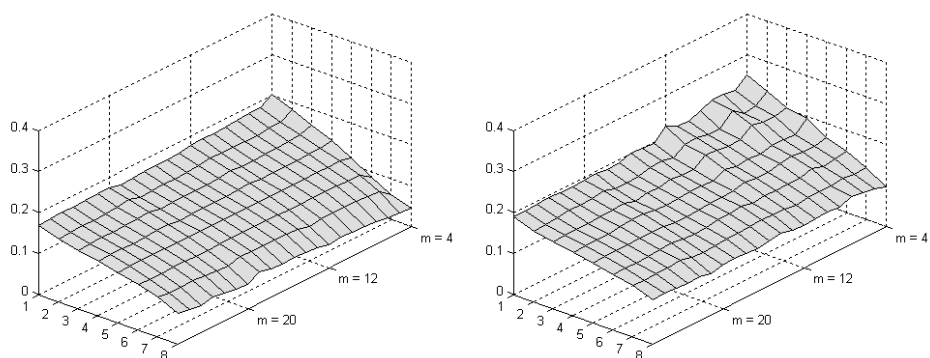
Iz pojasnjenih razlogov se zdi občutljivost selektivnih moči povsem razumna in celo nujna. Da bi bilo možno dokazati ustreznost selektivnih moči, so zato nujni eksperimenti, ki ne temeljijo na enakomerni nepristranski porazdelitvi vzorcev stopenj veta. Smiselno je torej poseči tudi po normalni porazdelitvi in po pristranski enakomerni porazdelitvi.

Indeksi dominance niso občutljivi na parametre modela zaradi izpeljave ordinalnega vrstnega reda kriterijev iz mehke binarne relacije in tvorbe kardinalnih uteži iz te ordinalne razvrstitve na osnovi metrike razdalje. Zato se prvotne kardinalne informacije izgubijo in se nadomestijo z novimi, bolj stabilnimi, a hkrati manj bogatimi. Ker pa je zaznati rahle razlike za $P_W=0.3$, $P_S=0.1$ in $m=4$, je potrebno preveriti, kako ta kombinacija parametrov modela vpliva na ordinalni vrstni red kriterijev.

Tudi primerjava med povprečnimi in največjimi možnimi izpeljanimi utežmi zelo nazorno pojasnjuje občutljivost selektivnih moči in neobčutljivost indeksov dominance na parametre eksperimentalnega modela. Primerjava je podana grafično s slikama 5.14 in 5.15.



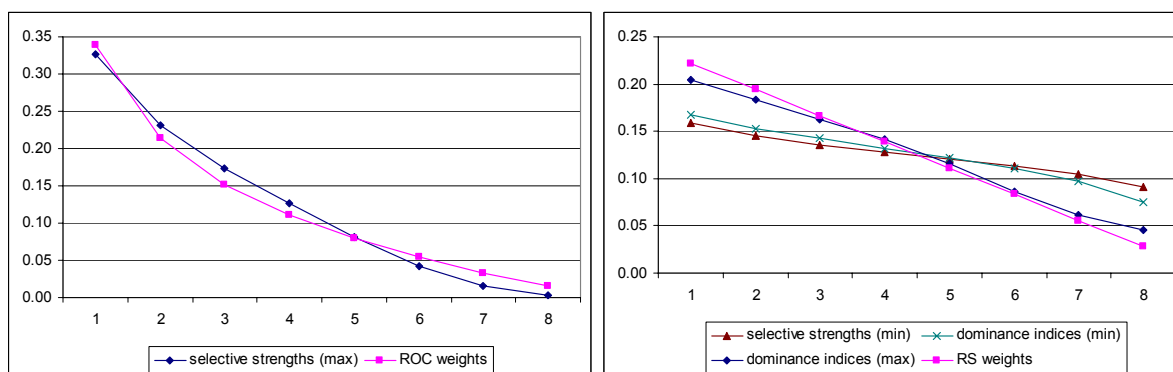
Slika 5.14: Primerjava povprečnih in največjih selektivnih moči



Slika 5.15: Primerjava povprečnih in največjih indeksov dominance

5.2.1.3 Razločevalnost selektivnih moči in indeksov dominance

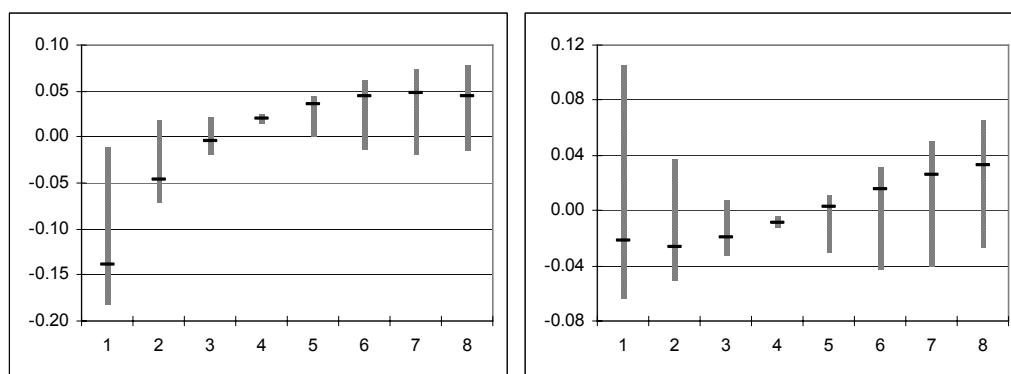
Sliki 5.14 in 5.15 ter podatki v tabelah T.1 in T.2 kažejo, da so informacije o razločevanju kriterijev bogatejše v primeru selektivnih moči kot v primeru indeksov dominance. Ustreznost razločevalnih informacij je ocenjena s pomočjo primerjave izpeljanih uteži z uveljavljenimi utežmi ROC in RS. Rezultati so razvidni iz slike 5.16 in tabele T.5.



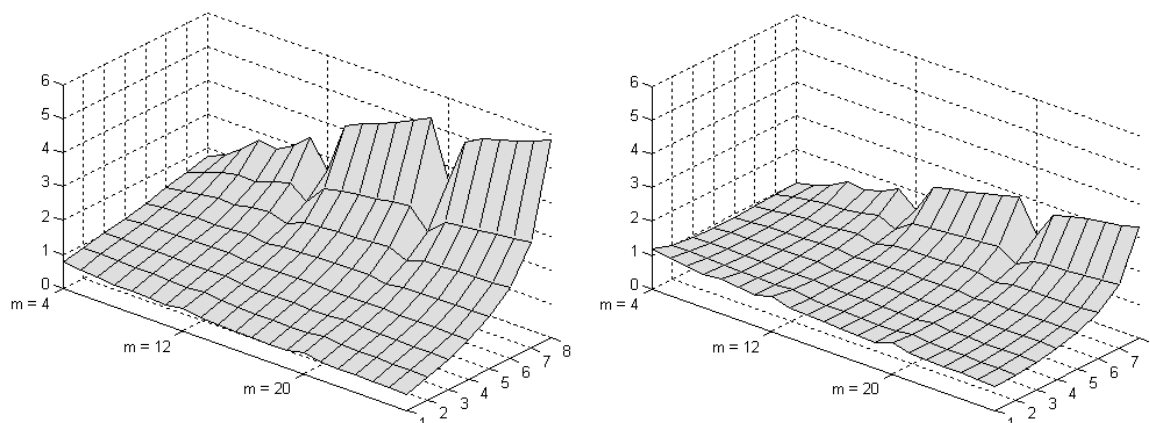
Slika 5.16: Primerjava ekstremnih vektorjev povprečnih selektivnih moči in indeksov dominance z utežmi ROC in RS

Razločevalnost selektivnih moči ne preseže razločevalnosti uteži ROC, vendar lahko pade nekoliko pod razločevalnost uteži RS. Indeksi dominanc nosijo v vseh primerih manj razločevalnih informacij kot uteži RS, čeprav se le-tem v zgornjem ekstremnem primeru zelo približajo. Zaradi neobčutljivosti na parametre modela se spodnji ekstremni primer ne razlikuje bistveno od zgornjega in daje neznatno bolj razločevalne uteži kriterijev kot najbolj poenotene selektivne moči.

Ekstremni vektorji kažejo na sprejemljivost obeh pristopov, saj ne odstopata veliko od uveljavljenih norm. Ker pa imajo selektivne moči razmeroma velik razpon, je potrebno ugotoviti, ali gravitirajo v splošnem bolj proti utežem ROC ali utežem RS. V ta namen je opravljena njihova primerjava za vse opazovane eksperimentalne kombinacije parametrov modela – različne stopnje veta in različna števila alternativ. Dobljene rezultate povzemata sliki 5.17 in 5.18 ter tabeli T.6 in T.7.



Slika 5.17: Razdalje med povprečnimi uteženimi vsotami in utežmi ROC oziroma utežmi RS



Slika 5.18: Povprečje razmerij istoležnih selektivnih moči in uteži ROC oziroma uteži RS

Razdalje kažejo, da se selektivne moči v splošnem obnašajo bolj podobno utežem RS kot utežem ROC. Četudi so ekstremna razhajanja, do katerih pride pri nizki verjetnosti veta in majhnem številu alternativ, zelo izrazita, so srednje vrednosti za vse kriterije blizu utežem RS. Ker so selektivne moči praviloma od uteži RS nižje za bolj pomembne kriterije in višje za manj pomembne kriterije, nosijo nekoliko revnejše razločevalne informacije. Posledično so tudi razločevalne informacije uteži ROC bogatejše. Glede na njih pa je opaziti obrnjeno sliko. Selektivne moči se jim v ekstremnem primeru sicer zelo približajo, vendar so povprečna razhajanja vseh poskusov skoraj tako velika kot največja razhajanja.

Še natančnejši vpogled dajejo razmerja med istoležnimi selektivnimi močmi in utežmi ROC oziroma utežmi RS. Povprečne selektivne moči so za štiri alternative in vse stopnje veta zelo podobne utežem RS. Če se število alternativ poveča, selektivna moč najpomembnejšega kriterija pade pod RS utež le-tega, s čimer se zmanjša stopnja razločevalnosti. V tem primeru je opaziti tudi občuten skok razmerij med utežmi najmanj pomembnega kriterija. Vendar je to predvsem posledica nizke RS uteži kriterija x_8 . Kot namreč kažejo podatki iz zgornjih tabel in grafov, se absolutna razdalja glede na kriterija x_6 in x_7 bistveno ne spremeni. Prav tako se razločevalnost selektivnih moči manjša z večanjem verjetnosti nastopa veta.

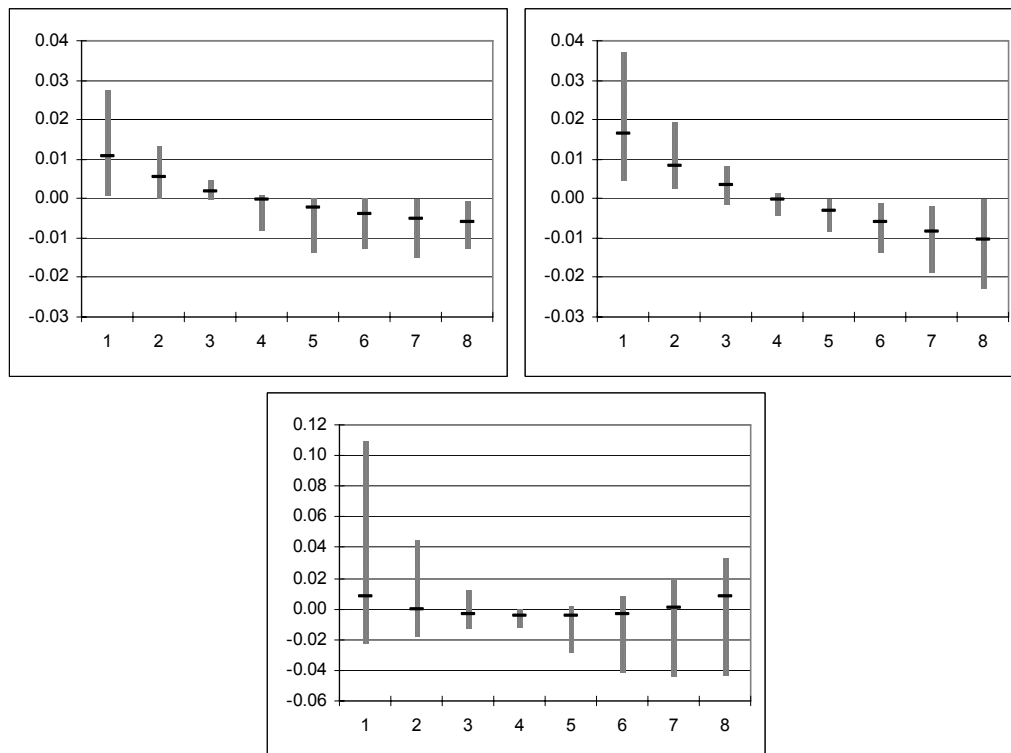
Bolj izrazita so odstopanja od uteži ROC, katerim se selektivne moči približajo izključno v primeru majhnega števila alternativ in majhne verjetnosti veta. Zato je mogoče zaključiti, da je razločevalnost in natančnost selektivnih moči povsem ustrezna, če so kot merilo upoštevane sicer dobro uveljavljene uteži RS. Po drugi strani pa lahko pričakujemo podobne rezultate, kot jih dajo uteži ROC, v nekaterih specifičnih, v praksi pogostih primerih. Redko se namreč zgodi, da bi imeli vsi kriteriji izrazito moč veta. Prav tako je za stvarne odločitvene situacije povsem običajno, da je diskretna množica alternativ sorazmerno majhna. Tedaj dajo selektivne moči bogatejše in bržkone relevantnejše informacije kakor indeksi dominance.

5.2.1.4 Primerjava vseh štirih metod za izpeljavo uteži

Za korektno ovrednotenje selektivnih moči in indeksov dominance pa je nujno ugotoviti tudi njihovo kardinalno razhajanje z dvema preprostima agregacijskima operatorjema – uteženo vsoto in normirano vsoto stopenj veta (oziroma analogno povprečnimi stopnjami veta). Slika 5.19 in tabela T.8 tako navajata razdalje med:

- povprečnimi uteženimi vsotami in povprečnimi selektivnimi močmi,

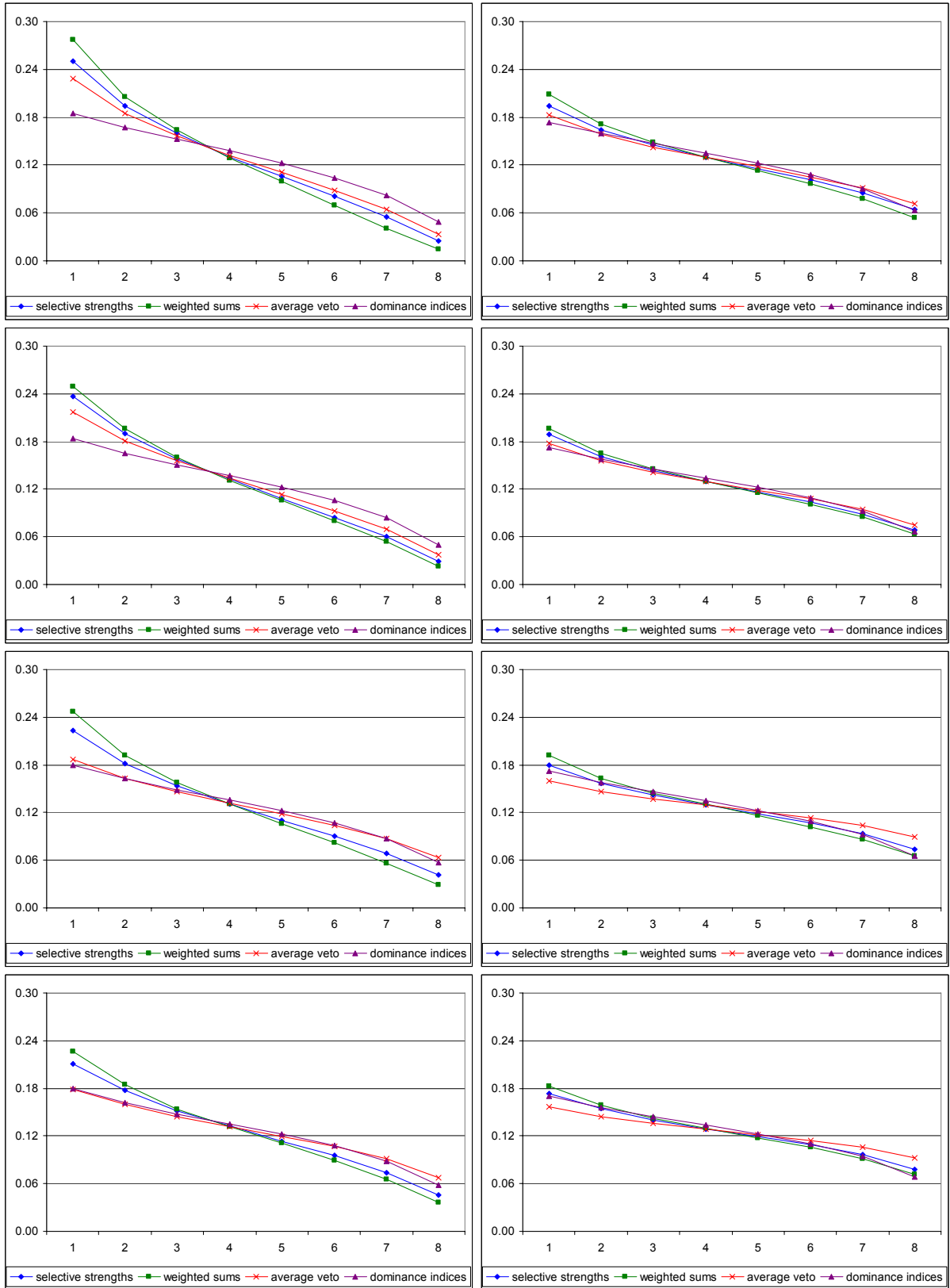
- povprečnimi selektivnimi močmi in povprečnimi stopnjami veta ter
- povprečnimi stopnjami veta in povprečnimi indeksi dominance.



Slika 5.19: Razdalje med uteženimi vsotami in selektivnimi močmi (graf 1), selektivnimi močmi in stopnjami veta (graf 2) ter stopnjami veta in indeksi dominance (graf 3)

Razvidno je, da so povprečne utežene vsote in povprečne stopnje veta podobne povprečnim selektivnim močem. Utežene vsote dajo v primerjavi s selektivnimi močmi nekoliko višje uteži bolj pomembnim kriterijem (x_1 , x_2 in x_3) in nekoliko nižje uteži manj pomembnim kriterijem, za stopnje veta pa velja ravno nasprotno. To pomeni, da je bogatost razločevalnih informacij največja za utežene vsote, najmanjša pa za stopnje veta.

Izrazitejša odstopanja je opaziti med stopnjami veta in indeksi dominance. Veliki intervali med največjimi in najmanjšimi kriterijskimi razlikami nakazujejo na občutljivost stopenj veta na parametre modela v primerjavi z indeksi dominance. Natančnejšo primerjavo med štirimi pristopi, ki kaže trend sprememb z ozirom na eksperimentalne kombinacije, podajata slika 5.20 in tabela T.9. Iz slike je razvidno, da neodvisno od problemske situacije in uporabljene metode v vektorju uteži ni nobenih anomalij, saj ga oriše rahlo konkavno-konveksna krivulja, ki se približuje linearnemu predpisu (premici). To je skladno z vzorci človeškega obnašanja pri določanju uteži, ki so jih v svoji raziskavi zaznali in pojasnili Doyle idr. (1997).



Slika 5.20: Povprečne izpeljane uteži za $m = 4$ (levi stolpec) in $m = 12$ (desni stolpec) ter za

$$P_W = 0.6, P_S = 0.1; P_W = 0.6, P_S = 0.3; P_W = 0.9, P_S = 0.1; P_W = 0.9, P_S = 0.3$$

Podmnožica kombinacij parametrov modela je izbrana tako, da je minimizirano informacijsko breme bralca disertacije in maksimizirana nazornost predstavitve razhajanj med pristopi ter trenda spreminjanja uteži in razhajanj v odvisnosti od verjetnosti veta in števila alternativ. Indeksi dominance niso zajeti v zgornji tabeli zaradi njihove neobčutljivosti, katere posledica je, da zanje ne veljajo isti trendi kot za druge tri pristope.

Na podlagi grafične in tabelarične predstavitve izpeljanih uteži je za vse pristope z izjemo indeksov dominance razvidno naslednje:

- Število alternativ vpliva na razporeditev uteži vseh pristopov in na razhajanja med njimi. Če se število alternativ poveča iz 4 na 12, se ne glede na pristop znižajo uteži treh najpomembnejših kriterijev (x_1 , x_2 in x_3) in povišajo uteži štirih najmanj pomembnih kriterijev (x_5 , x_6 , x_7 in x_8). Ker se uteži enačijo in se posledično zmanjšuje razmerje med največjo in najmanjšo, izgineva bogatost razločevalnih informacij.
- Stopnji šibkega in strogega veta vplivata na razporeditev uteži vseh pristopov, vendar v manjši meri kot število alternativ. Razločevalnost izgineva tako z višanjem verjetnosti šibkega veta kakor tudi strogega veta. To pomeni, da uteži treh najbolj pomembnih kriterijev padajo, uteži treh najmanj pomembnih kriterijev pa rastejo. Gre za posledico povečanja števila enakomerno porazdeljenih pozitivnih stopenj veta v matriki veta.
- Manj bogate so razločevalne informacije, bolj so pristopi poenoteni.
- Za vse kombinacije parametrov najbolj razločujejo kriterije utežene vsote, najmanj pa stopnje veta. Selektivne moči dajejo vmesne vrednosti.
- Za stopnji veta $P_W=0.3$ in $P_S=0.1$ je razmerje med utežema najbolj pomembnega in najmanj pomembnega kriterija izrazito veliko, posebej v primeru štirih alternativ. Takrat so selektivne moči, utežene vsote in povprečne stopnje veta razporejene podobno kot uteži ROC, medtem ko so indeksi dominance podobni utežem RS. Posledično je možno opaziti izrazito razhajanje med informacijsko revnejšimi indeksi dominance in drugimi pristopi.
- Razločevalnost med stopnjami veta izrazito pade, če se verjetnost šibkega veta poveča na 0.9. Takrat obstaja velika verjetnost, da dajo vsi kriteriji podobno visoke stopnje veta različnim alternativam, zaradi česar pride do poenotenja njihovih vplivov. Agregacijski operator torej ni sposoben določiti ustreznih moči kriterijev.
- Razlika med selektivnimi močmi in uteženimi vsotami je korelirana z razdaljo med stopnjama šibkega in strogega veta.

5.2.1.4.1 Neposredna primerjava selektivnih moči in uteženih vsot

Absolutne razlike med selektivnimi močmi in uteženimi vsotami so najizrazitejše za $P_W=0.6$, $P_S=0.1$ ter $m=4$. Če se m večja, se absolutna razhajanja manjšajo, pristopa postajata enotnejša, razmerje med najbolj in najmanj pomembnim kriterijem pa se zniža. Če se večja stopnja strogega veta P_S , se manjša razlika med pristopoma, ki sta za $P_W=0.6$ in $P_S=0.5$ skoraj usklajena. Za $P_W=0.9$ in $P_S=0.1$ so absolutna odstopanja približno enaka kot za $P_W=0.6$ in $P_S=0.1$, vendar pa pri $P_W=0.9$ manjšanje razlik ob višanju P_S ni tako hitro kot pri $P_W=0.6$, zato so le-te pri $P_W=0.9$ in $P_S=0.5$ večje kakor pri $P_W=0.6$ in $P_S=0.5$.

Interpretacija je sledeča:

- Če je veliko ničnih oziroma nizkih stopenj veta $d_j(a_i) \approx 0$ in malo strogih ali visokih stopenj veta $d_j(a_i) \approx 1$, slednje nekaj pomenijo, zato je preferiranih le malo kriterijev s stopnjami veta 1 ali blizu 1.
- Kadar je strogih ali visokih stopenj veta dosti, obstaja velika verjetnost, da jih imajo praktično vsi kriteriji pri različnih alternativah, zaradi česar pride do poenotenja.
- Večji interval med verjetnostjo šibkega in strogega veta vodi do več sorodnih α -rezov, saj se stopnje veta pri posameznih kriterijih spreminjajo postopoma, to pa rezultira v bolj izrazitem odstopanju selektivnih moči in uteženih vsot.

Utežene vsote privedejo do bolj ekstremnih uteži, ker pripišejo kriterijem prevelik pomen z ozirom na izločanje alternativ. Informacija o izločanju posamezne alternative se namreč v splošnem podvaja, zato daje glede na njo utežena vsota previsoko kriterijsko utež. To je posledica dejstva, da upoštevajo utežene vsote vse α -reze, algoritem za izpeljavo selektivnih moči pa le tiste, pri katerih se spremeni stopnja φ_{ji} . Razlika nastopi pri enem kriteriju, če so si α -rezi podobni, kar pomeni, da ni hitrih sprememb v φ_{ji} . Tedaj obstaja več vmesnih stopenj, za katere se informacija podvoji. Vendar je pričakovati, da se odvečne vmesne stopnje enakomerno porazdelijo med kriterije in alternative, zato so utežene vsote praviloma previsoke za vse kriterije, kompenzacija pa ob normalizaciji uteži povzroči, da razlika med uteženimi vsotami in selektivnimi močmi v praksi ob upoštevanju več kriterijev ni tako opazna kot bi bila za en sam kriterij.

Selektivne moči in utežene vsote so najizraziteje ločene v primeru velikega števila vmesnih stopenj, ki podvajajo informacijo in so posledica podobnosti α -rezov, natančneje sorodnih vzorcev stopenj veta pri različnih alternativah. Zato imajo utežene vsote večje razmerje kot

selektivne moči, če je verjetnost strogega veta nizka in verjetnost šibkega veta visoka, torej je interval stopenj veta velik. Če je interval zaradi skoraj enakih verjetnosti strogega in šibkega veta majhen, pa pride do precejšnjega poenotenja selektivnih moči in uteženih vsot.

Z večanjem števila alternativ je zaznati poenotenje selektivnih moči. Takrat pri skoraj vsakem kriteriju nastopi učinek veta, pri čemer se za $m \gg n$ alternative glede kriterijskih vetov močno razlikujejo. Posledično se delne selektivne moči enakomerno porazdelijo.

Utežene vsote imajo večja razmerja od selektivnih moči, te pa večja razmerja od povprečnih stopenj veta, kar pomeni večjo utež najbolj in manjšo utež najmanj pomembnega kriterija. Med tretjim in petim kriterijem pride do izenačitve, pri čemer je večja poenotenost korelirana z izenačitvijo pri manj pomembnem kriteriju.

5.2.1.4.2 Primerjava stopenj veta z drugimi pristopi

Absolutna razhajanja selektivnih moči s povprečnimi stopnjami veta so za stopnji strogega veta $P_W=0.3$ in $P_W=0.6$ manjša kot razhajanja z uteženimi vsotami, vendar pa postanejo izrazito večja, kadar je $P_W=0.9$. Velja tudi, da so absolutne razlike med selektivnimi močmi in povprečnimi stopnjami veta najmanjše za $P_W=0.3$, nekoliko večje za $P_W=0.6$ in največje za $P_W=0.9$. Pri tem stopnja P_S v smislu absolutnih razlik nima praktično nobenega vpliva.

Če je verjetnost šibkega veta visoka, imajo vsi kriteriji visoko vsoto stopenj veta. Posledično ni izstopajočih kriterijev, zaradi česar so uteži približno enake, razmerje med največjo in najmanjšo pa izrazito majhno. Stopnje veta je torej mogoče ločiti od drugih pristopov z visoko verjetnostjo šibkega veta.

5.2.1.4.3 Primerjava indeksov dominance z drugimi pristopi

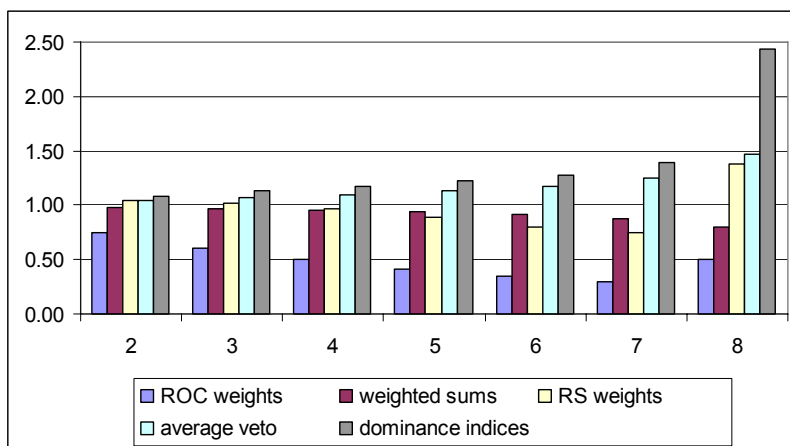
Indeksi dominance imajo za $P_W=0.3$ in $P_S=0.1$ ne glede na število alternativ manjše razmerje med najbolj in najmanj pomembnim kriterijem kot vsi ostali pristopi. Če se večata verjetnosti šibkega in strogega veta, postane ta pristop precej podoben ostalim pristopom, z ozirom na katere da neizrazito večje razmerje le za $P_W=0.9$ in $m=20$.

Razhajanja indeksov dominance z drugimi pristopi so posledica njihove neobčutljivosti na učinek veta in število alternativ. Neobčutljivost izvira iz formiranja mehke binarne relacije, izpeljave ordinalnega vrstnega reda kriterijev in tvorbe kardinalnih uteži na osnovi metrike

razdalje, temelječe na konstanti a . Kardinalna informacija se tako izgubi in nato s pomočjo metrike razdalje ponovno pridobi.

5.2.1.5 Ekstremnost uteži

Pri ocenitvi bogatosti razločevalnih informacij in ekstremnosti uteži služijo v veliko pomoč razmerja med razmerji uteži, izpeljanimi z različnimi pristopi, in v sklopu posameznih pristopov razmerja med utežema najbolj in najmanj pomembnega kriterija. V prvem slučaju so selektivne moči Φ_j primerjane z uteženimi vsotami, normiranimi vsotami stopenj veta, indeksi dominance Θ_j in utežmi ROC/RS. V ta namen so kriteriji razporejeni v padajočem vrstnem redu. Najprej so za različne pristope izračunana razmerja med najvišjo utežjo in vsemi ostalimi utežmi, na primer $\Phi_1:\Phi_2, \Phi_1:\Phi_3, \Phi_1:\Phi_4 \dots$ Tukaj je $\Phi_1 = \max \{\Phi_j\}$, $\Phi_2 = \max \{\Phi_j\} \setminus \Phi_1$ in tako naprej. Nato so izračunana razmerja teh razmerij, kot je denimo $(\Phi_1:\Phi_j):(\Theta_1:\Theta_j)$. Dobljeni rezultati so vidni na sliki 5.21 in v tabeli T.10. Za drugi slučaj pa so statistični rezultati zbrani v tabeli 5.10.



Slika 5.21: Razmerja selektivnih moči z utežmi, izpeljanimi z drugimi pristopi

Razmerja med uteženimi vsotami so višja kot razmerja med selektivnimi močmi. Toda zdijo se nekako nenaravna, saj so iste informacije zajete v izračunu večkrat. Razlike med stopnjami nesoglasja so tako poudarjene in utegnejo voditi do prekomernih, nekorektnih odstopanj uteži.

Utežene vsote dajejo od vseh pristopov najbogatejše informacije o razločevanju kriterijev, vendar pa so le-te korelirane s potencialno preveliko ekstremnostjo razpona uteži. Glede na navedbe v literaturi naj razmerje med katerimakoli utežema pomembnosti kriterijev ne bi bilo izrazito nizko ali visoko. Mejno še sprejemljivo razmerje je pri tem postavljeno na 75. Iz

tabele je razvidno, da povprečna razmerja med najvišjo in najnižjo utežjo, ki jih implicirajo selektivne moči, povprečja veta in indeksi dominance, te meje ne dosežajo, medtem ko jo utežene vsote presegajo v povezavi s štirimi kombinacijami vhodnih parametrov modela. Za primerjavo je smiselno upoštevati tudi razmerji med največjo in najmanjšo ROC utežjo, ki je 21.743, in med največjo in najmanjšo RS utežjo, ki je 8.

Tabela 5.10: Razmerje med najbolj in najmanj pomembnim kriterijem

m	P_W	P_S	selektivne moči	utežene vsote	povpr. stopnje veta	indeksi dominance
4	0.3	0.1	47.42	176.47	32.94	3.50
	0.6	0.1	63.94	423.77	29.47	4.16
	0.6	0.3	21.61	81.39	12.47	3.92
	0.6	0.5	16.54	33.17	9.62	3.44
	0.9	0.1	11.60	53.29	3.59	4.10
	0.9	0.3	10.57	46.84	3.45	3.91
	0.9	0.5	5.81	9.22	2.58	3.62
12	0.3	0.1	19.16	104.16	16.67	3.32
	0.6	0.1	3.55	5.33	2.85	2.98
	0.6	0.3	3.15	3.79	2.59	2.82
	0.6	0.5	2.86	2.98	2.29	2.74
	0.9	0.1	2.64	3.40	1.85	2.87
	0.9	0.3	2.37	2.79	1.74	2.63
	0.9	0.5	2.16	2.35	1.62	2.35
20	0.3	0.1	5.13	10.45	4.58	3.15
	0.6	0.1	2.50	3.11	2.15	2.99
	0.6	0.3	2.25	2.48	1.97	2.75
	0.6	0.5	2.12	2.18	1.83	2.53
	0.9	0.1	2.03	2.41	1.58	2.81
	0.9	0.3	1.91	2.12	1.52	2.61
	0.9	0.5	1.79	1.90	1.43	2.33

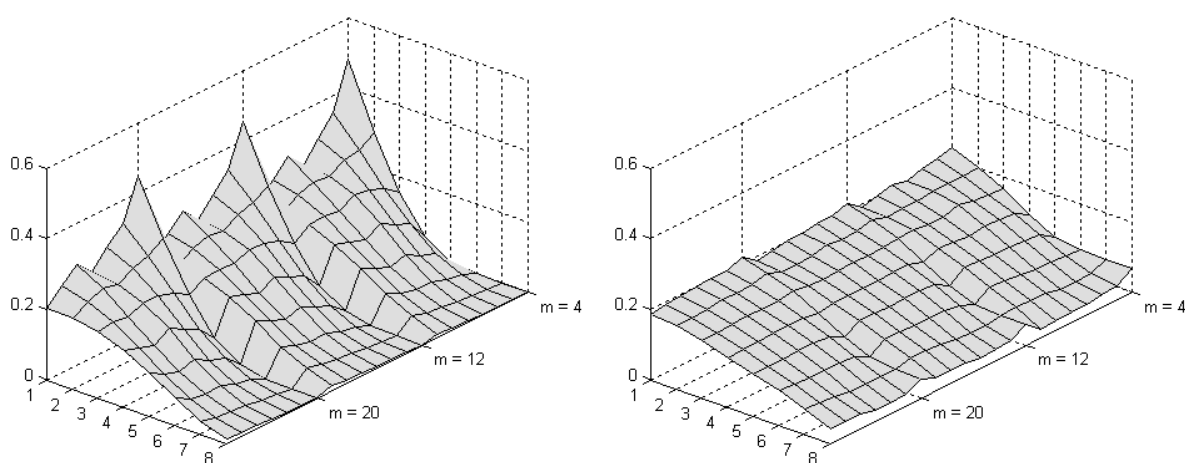
Eksperimenti, pri katerih so vzorci dobljeni z nepristransko enakomerno porazdelitvijo, za vrednotenje metod izpeljave uteži ne zadoščajo iz razlogov, pojasnjenih v poglavju 4.2.1.5, pa tudi zato, ker nakazujejo na znatno občutljivost selektivnih moči, uteženih vsot in povprečnih stopenj veta na število variant. Tako je potrebno upoštevati tudi obe pristranski porazdelitvi.

5.2.2 Pristranska normalna porazdelitev

5.2.2.1 Splošne značilnosti

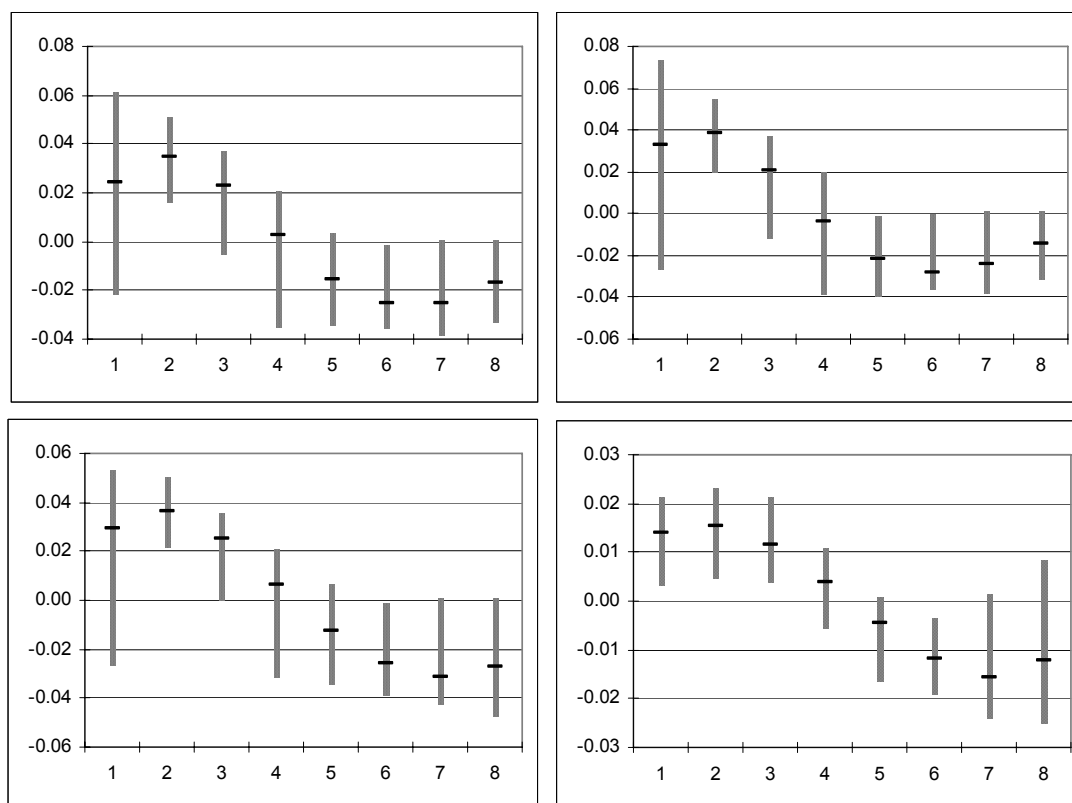
Povprečne selektivne moči in indekse dominance, izpeljane na osnovi mehkih relacij veta, generiranih z naključnim vzorčenjem iz pristranske normalne porazdelitve s konstanto $k=1$,

grafično prikazuje slika 5.22, numerično pa jih podajata tabeli T.11 in T.12. Razvidno je, da indeksi dominance niso občutljivi na parametre eksperimentalnega modela, medtem ko so selektivne moči občutljive na verjetnost veta in razmeroma neobčutljive na število alternativ. Velja tudi, da nosijo za domala vse eksperimentalne kombinacije selektivne moči bogatejše razločevalne informacije; do približnega poenotenja pride samo v primeru visokih verjetnosti veta $P_W=0.9$ in $P_S=0.5$. Izpostaviti gre nizke selektivne moči manj pomembnih kriterijev in ekstremno moč najpomembnejšega kriterija, če sta verjetnosti veta $P_W=0.3$ in $P_S=0.1$. Nizki standardni odkloni kažejo pri obeh pristopih, še zlasti pri indeksih dominance, na robustnost srednjih vrednosti, saj kardinalne uteži za različne vzorce simulacije bistveno ne odstopajo.



Slika 5.22: Povprečne selektivne moči in povprečni indeksi dominance za konstanto $k = 1$

Sorazmerno s konstanto k se nekoliko spreminjajo uteži, izpeljane z vsemi štirimi pristopi. Skladno s teoretično definicijo, podano v poglavju 4, večanje konstante rezultira v manjšem razhajanju kriterijev. To potrjujeta tabela T.13 in slika 5.23, iz katerih je razvidno, da so za konstanto $k=1$ uteži pomembnejših kriterijev x_1 do x_4 v splošnem večje in uteži preostalih kriterijev x_5 do x_8 manjše kakor za konstanto $k=2$. Z nižanjem konstante se tako bogatijo razločevalne informacije, kar je najbolj očitno pri uteženih vsotah in najmanj očitno pri indeksih dominance. Do odstopanja od tega pravila pride le za eksperimentalno kombinacijo s parametri $m=4$, $P_W=0.3$ in $P_S=0.1$. Ta kombinacija daje najbolj ekstremne uteži predvsem v primeru nepristranske enakomerne porazdelitve. Ker konstanta $k=2$ ne omogoča zadostnega omejevanja selektivnosti kriterijev, se občutljivosti nepristranske enakomerne porazdelitve do določene mere ohranijo. Bolj specifični rezultati meritev razločevalnosti, ekstremnosti in občutljivosti so zajeti v naslednjih podpoglavjih.

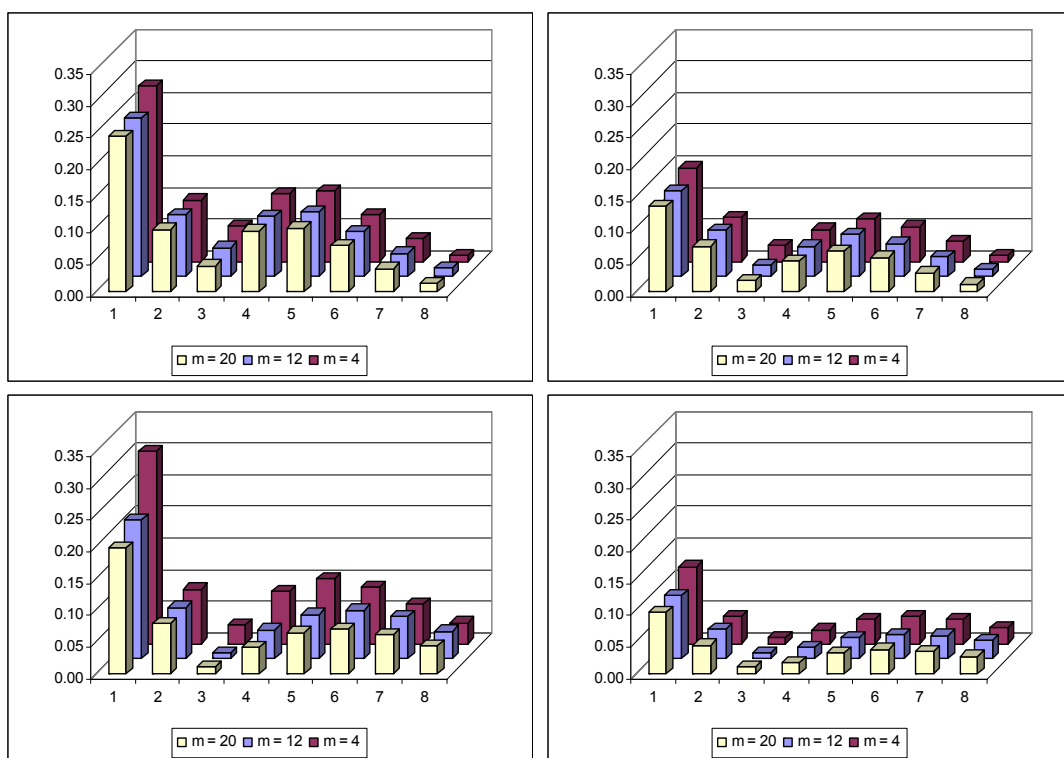


Slika 5.23: Razdalje med selektivnimi moči (graf 1), uteženimi vsotami (graf 2), stopnjami veta (graf 3) in indeksi dominance (graf 4) za konstanti $k = 1$ in $k = 2$

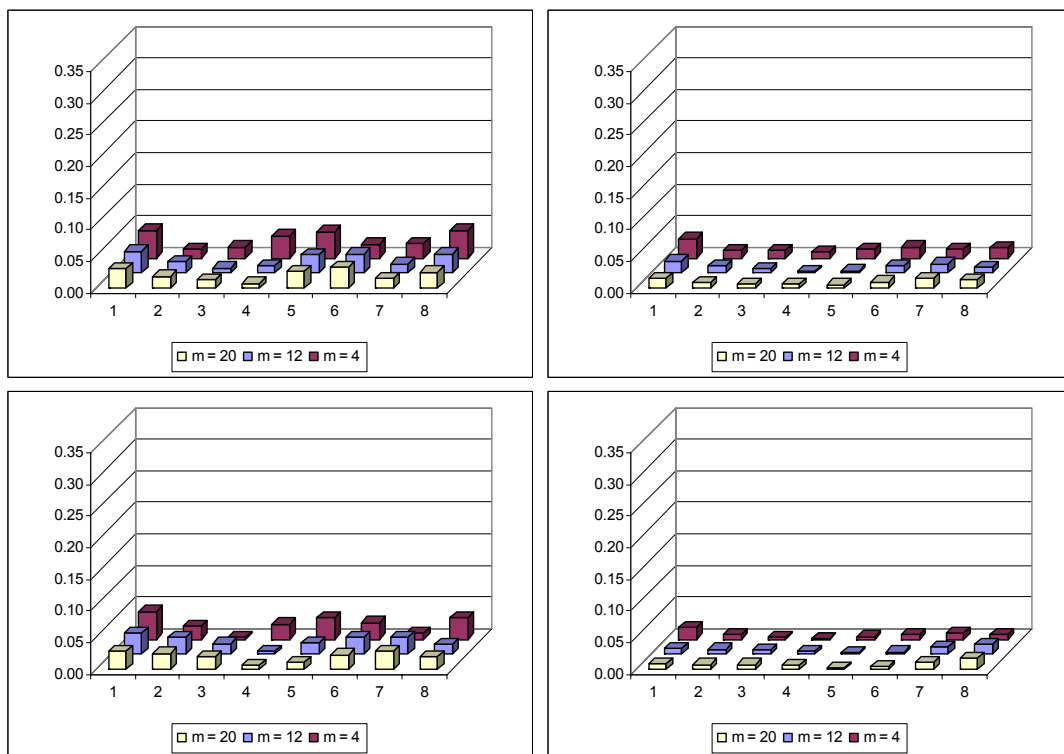
5.2.2.2 Občutljivost na vhodne parametre

Najpreprostejši in bržkone najboljši pokazatelj občutljivosti na vhodne parametre modela – število variant in verjetnost veta – so razlike med maksimalnimi in minimalnimi povprečnimi kriterijskimi utežmi, dobljenimi za različne eksperimentalne kombinacije. Izračunane razlike so razvidne iz slik 5.24 in 5.25 ter tabel T.14 in T.15. Ločeno sta upoštevani obe konstanti k , vsa števila alternativ m in dve množici verjetnosti veta – množica vseh kombinacij verjetnosti in podmnožica kombinacij s $P_W \geq 0.6$.

Rezultati kažejo, da so indeksi dominance neobčutljivi na število alternativ in na konstanto k ter le rahlo občutljivi na verjetnost veta. Tudi v primerjavi z enakomerno porazdelitvijo ni mogoče zaznati bistvenih razlik v občutljivosti. To pomeni, da nimata niti izbor kardinalnih stopenj veta niti razmerje med številom kriterijev in številom alternativ relevantnega vpliva na preslikavo izpeljane ordinalne razvrstitve v indekse dominance.



Slika 5.24: Občutljivost selektivnih moči na število alternativ in verjetnost veta, pri čemer je $P_W \geq 0.3$ (levo) oziroma $P_W \geq 0.6$ (desno) ter $k = 1$ (zgoraj) oziroma $k = 2$ (spodaj)



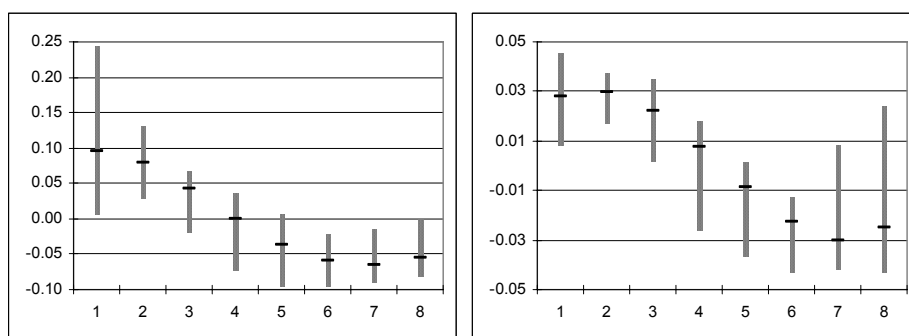
Slika 5.25: Občutljivost indeksov dominanc na število alternativ in verjetnost veta, pri čemer je $P_W \geq 0.3$ (levo) oziroma $P_W \geq 0.6$ (desno) ter $k = 1$ (zgoraj) oziroma $k = 2$ (spodaj)

Drugačno sliko dajejo selektivne moči. Z manjšanjem konstante k se manjša tudi občutljivost na število alternativ, ki za $k=1$ skoraj izgine. Boljši kot je torej nadzor nad selektivnostmi kriterijev, bolj so izpeljane selektivne moči neodvisne od razmerja med številoma kriterijev in alternativ. Ravno obratno pa se spreminja občutljivost na verjetnost veta. Le-ta je namreč najizrazitejša v primeru pristranske normalne porazdelitve s $k=1$ in najmanj izrazita v primeru nepristranske enakomerne porazdelitve, kar izvira iz dejstva, da pristranskost potencira razločevanje kriterijev zlasti v primeru, ko je verjetnost nastopa veta nizka, saj so takrat le pri malo kriterijih generirane visoke stopnje veta, pri vseh ostalih pa občutno nižje. Po drugi strani visoka verjetnost veta zagotovi močno selektivnost vseh kriterijev, in to neodvisno od izbrane naključne porazdelitve.

Primerjava z rezultati, dobljenimi na osnovi nepristranske enakomerne porazdelitve, razkrije še eno zanimivo značilnost. Občutljivost selektivnih moči kriterijev x_3 oziroma x_4 predstavlja pri enakomerni porazdelitvi v splošnem globalni, pri normalni porazdelitvi s konstanto $k=1$ pa lokalni minimum. Razlog za to je učinkovit nadzor, ki rezultira v večji razločevalnosti, posledica katere je, da imajo najmanj pomembni kriteriji vselej zelo nizke uteži in tako pri njih med eksperimentalnimi kombinacijami ne prihaja do opaznih razlik. Zaradi tega nastopi v povezavi s konstanto $k=1$ globalni minimum šele pri kriteriju x_8 . Potrebno se je tudi zavedati, da odgovarja lokalni minimum tisti točki, v kateri se krivulje selektivnih moči, dobljene za različne eksperimentalne kombinacije, sekajo.

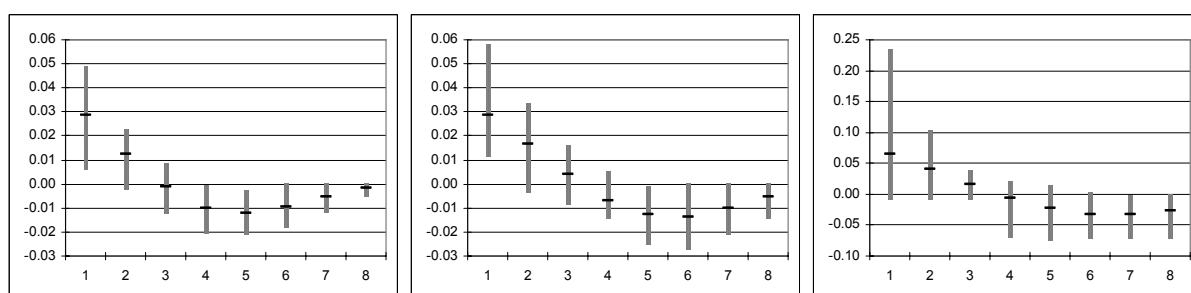
5.2.2.3 Razločevalnost in ekstremnost

Iz slike 5.26 in tabele T.16 so razvidne razlike med povprečnimi selektivnimi močmi oziroma indeksi dominance, izpeljanimi z zajemanjem naključnih vzorcev iz normalne porazdelitve, in povprečnimi selektivnimi močmi ter indeksi dominance, generiranimi na osnovi enakomerne porazdelitve. V primeru normalne porazdelitve rezultirajo tako selektivne moči kot indeksi dominance v višjih utežeh bolj pomembnih in nižjih utežeh manj pomembnih kriterijev, kar pomeni izrazitejšo razločevalnost. Slednja je povsem pričakovana posledica vpeljanega nadzora nad selektivnostjo, ki za kriterije vnaprej predvidi njihova mesta v ordinalni razvrstitvi. Ujemanje uteži je najboljše za kriterij x_4 in se na obeh straneh le-tega skoraj monotono slabša. Odstopanja selektivnih moči so opazna predvsem za kriterija x_1 in x_2 , medtem ko so indeksi dominance glede na nepristransko enakomerno porazdelitev le rahlo razločevalnejši, kar izvira iz njihove neobčutljivosti na parametre eksperimentalnega modela.



Slika 5.26: Razdalje med selektivnimi močmi (graf 1) oziroma indeksi dominance (graf 2), izpeljanimi na osnovi pristranske normalne in nepristranske enakomerne porazdelitve

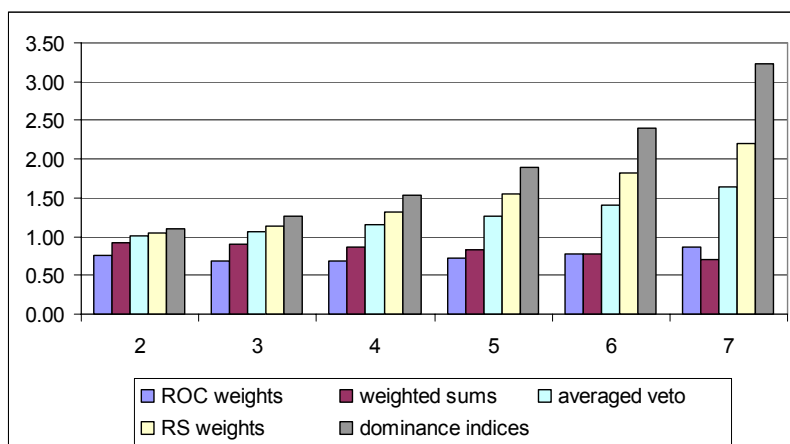
Za razdalje med izpeljanimi selektivnimi močmi, uteženimi vsotami, povprečnimi stopnjami veta in indeksi dominance, ki jih navajata slika 5.27 in tabela T.17, velja podoben trend kot pri nepristranski enakomerni porazdelitvi. Bogatost razločevalnih informacij je največja za utežene vsote in najmanjša za indekse dominance. Selektivne moči, utežene vsote in povprečne stopnje veta so precej podobne, medtem ko prihaja pri indeksih dominance glede na ostale tri pristope do izrazitejših odstopanj, še posebej za kriterij x_1 .



Slika 5.27: Razdalje med uteženimi vsotami in selektivnimi močmi (graf 1), selektivnimi močmi in stopnjami veta (graf 2) ter stopnjami veta in indeksi dominance (graf 3)

Povprečna razmerja med razmerji selektivnih moči in razmerji z drugimi pristopi izpeljanih uteži, ki so razvidna iz slike 5.28 in tabele T.18, potrjujejo ugotovitve glede razločevalnosti, utemeljene že na podlagi meritev z metriko razdalje. Selektivne moči so v povprečju manj razločevalne kot uteži ROC in utežene vsote, vendar bolj razločevalne kot srednje stopnje veta, indeksi dominance in uteži RS. Z izjemo indeksov dominance, ki nosijo najrevnejše razločevalne informacije, se povprečne uteži vseh z raziskavo vpeljanih pristopov nahajajo med utežmi ROC in RS, ki opredeljujejo zgornjo in spodnjo mejo sprejemljivosti. Vendar pa razmerja razkrivajo tudi nekoliko preveliko potencialno ekstremnost maksimalnih/minimalnih selektivnih moči in predvsem uteženih vsot. Standardni odkloni razmerij so namreč izrazito

veliki, kar pomeni, da je lahko v mejnih situacijah utež kriterija x_1 previsoka, uteži kriterijev x_6 do x_8 pa skoraj nične.

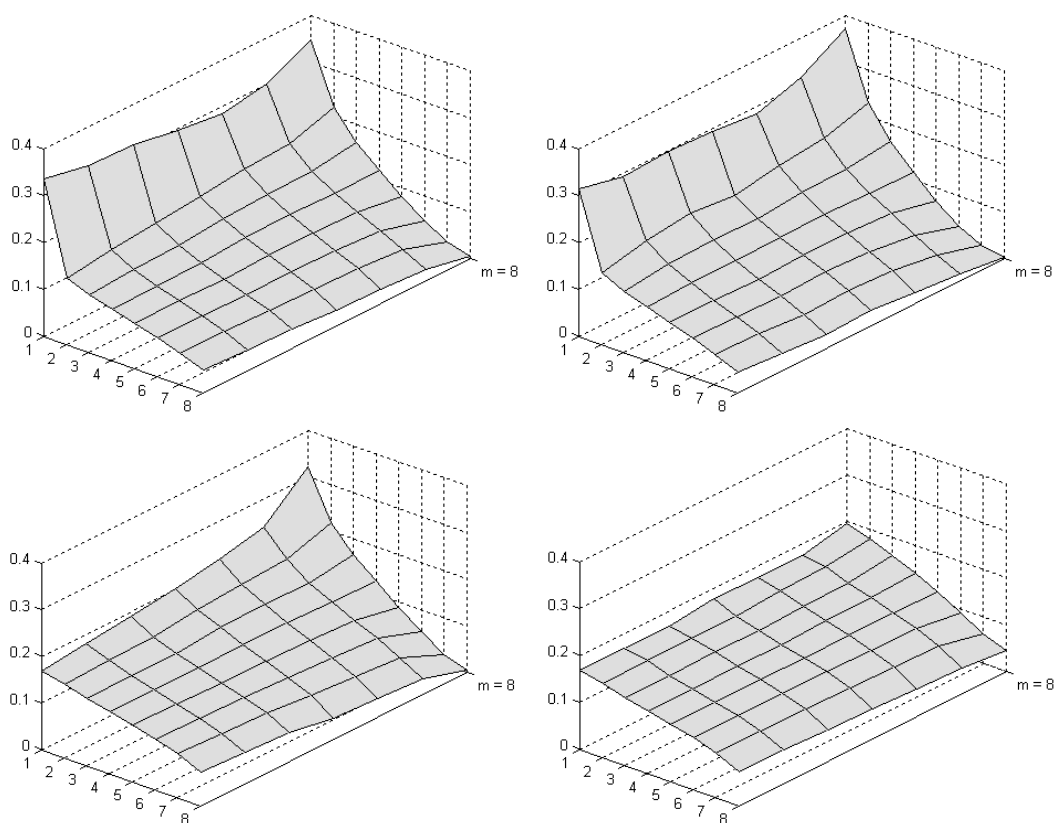


Slika 5.28: Razmerja selektivnih moči z utežmi, izpeljanimi z drugimi pristopi

5.2.3 Pristranska enakomerna porazdelitev

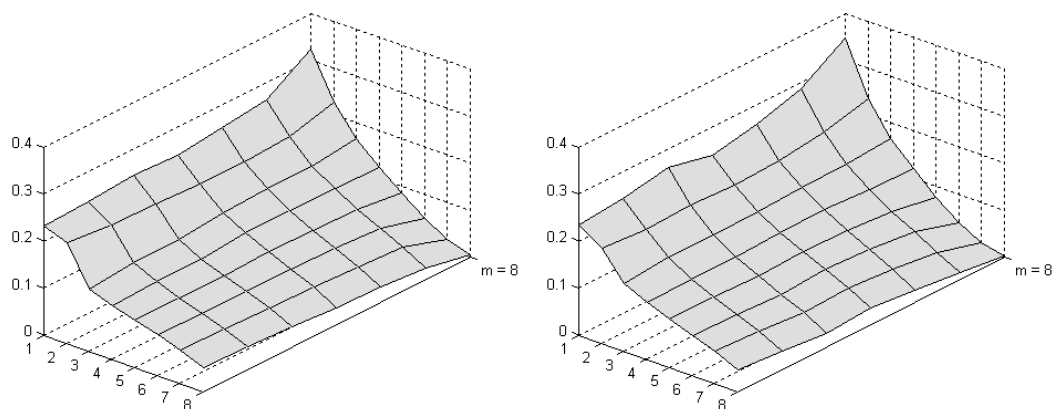
5.2.3.1 Splošne značilnosti

Povprečne selektivne moči, utežene vsote, stopnje veta in indekse dominance, izpeljane za 8 alternativ na podlagi naključnih vzorcev iz pristranske enakomerne porazdelitve z enim preferenčno izdvojenim kriterijem ($l=1$), grafično prikazuje slika 5.29, medtem ko jih numerično podajajo tabele T.19 do T.22. Razvidno je, da selektivne moči in utežene vsote upoštevajo medsebojno izločevanje kriterijev in dobro ujemajo večji eksperimentalno predviden učinek najpomembnejšega kriterija, ki daje sam veto kar polovici alternativ. Utež tega kriterija zato ne glede na verjetnost veta izrazito presega preostale uteži in je skoraj konstantna za različne eksperimentalne kombinacije. Posledično so uteži tudi bistveno drugačne kot v primerih nepristranske enakomerne porazdelitve in pristranske normalne porazdelitve. To pa po drugi strani ne velja za stopnje veta in indekse dominance, pri katerih ni opaziti signifikantnih razlik v primerjavi s preostalima dvema tipoma verjetnostne porazdelitve, kar pomeni, da se pristopa nista zmožna učinkovito soočiti niti s situacijami obstoja konfliktnih alternativ niti s situacijami izstopajočega vpliva manjšega deleža in prekrivajočega vpliva večjega deleža kriterijev.



Slika 5.29: Srednje selektivne moči, utežene vsote, stopnje veta in indeksi dominance za $l=1$

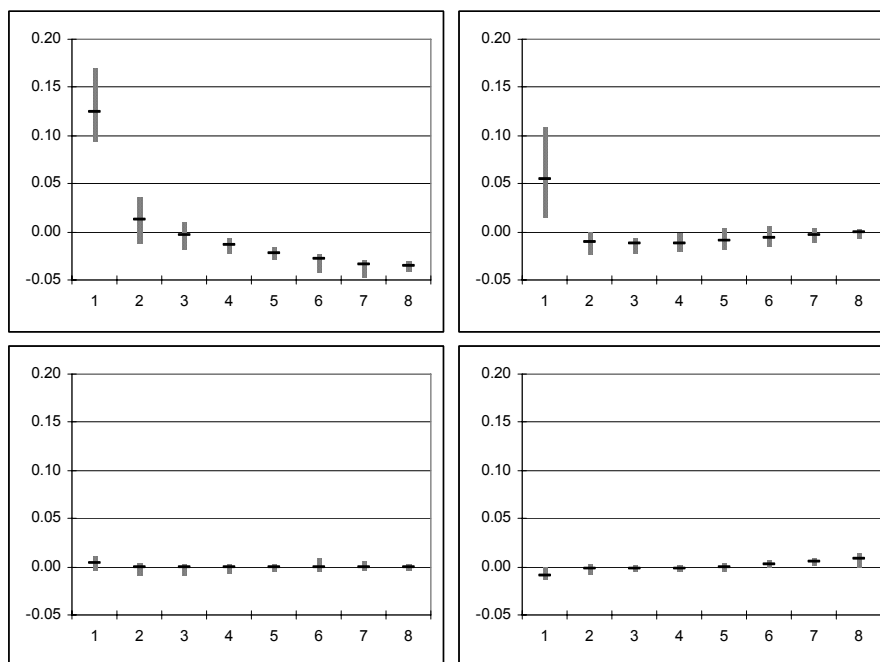
Podobne uteži so dobljene tudi za dva preferenčno izdvojena kriterija ($l=2$). Uteži so tako kot za $l=1$ zbrane v tabelah T.19 do T.22, selektivne moči in utežene vsote pa so v grafični obliki prikazane še na sliki 5.30. Slednja ne zajema stopenj veta in indeksov dominance, ker pri njih ni moč zaznati bistvene razlike glede na $l=1$. Za $l=2$ selektivni moči oziroma uteženi vsoti najpomembnejših kriterijev x_1 in x_2 ponovno odstopata od ostalih, čeprav razhajanje ni tako zelo izrazito kakor za $l=1$. Seveda pa je to razumljivo, kajti učinki veta teh dveh kriterijev se začnejo prekrivati.



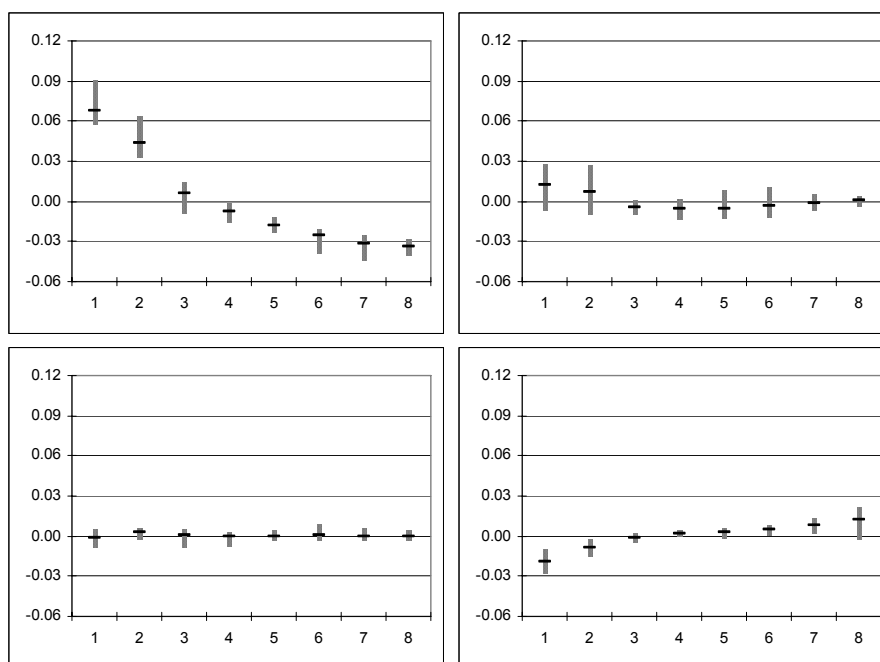
Slika 5.30: Povprečne selektivne moči in utežene vsote za $l=2$

Iz tabel T.19 do T.22 je mogoče razbrati, da standardni odkloni selektivnih moči in uteženih vsot v splošnem niso signifikantno večji kot standardni odkloni stopenj veta. Iz tega sledi, da se s spremembo značilnosti selektivnih moči in uteženih vsot, ki izvira iz postopka vzorčenja na osnovi pristranske enakomerne porazdelitve, ne poslabša robustnost le-teh v primerjavi s stopnjami veta, katerih značilnosti se ohranijo glede na nepristransko enakomerno in pristransko normalno porazdelitev. Bolj specifične meritve so obdelane v naslednjih podpoglavjih.

Zmožnost selektivnih moči in uteženih vsot ter nezmožnost stopenj veta in indeksov dominance za obravnavo konfliktnih alternativ ter medsebojnega izključevanja kriterijev potrjujeta na pregleden način sliki 5.31 in 5.32, v numerični obliki pa tudi tabela T.23. Stopnje veta in indeksi dominance se pri pristranski delitvi kriterijev v dve skupini le neznatno odmaknejo od vrednosti, ki so dobljene na osnovi nepristranske enakomerne porazdelitve. Še največ razlik nastopi za $l=2$ kriterija v primeru indeksov dominance, vendar v nepričakovani in hkrati nezaželeni smeri: kriterijem s povečanim učinkom veta so dodeljene nekoliko nižje uteži kot sicer, kriterijem z neizrazitim, prepletajočim se vplivom pa za odtenek višje uteži. Po drugi strani precej boljše ločijo kriterij(a) s povečanim in neodvisnim vplivom selektivne moči; preskok med prvim(a) kriterijem(a) in ostalimi $n-l$ kriteriji je namreč očiten. Tudi utežene vsote zaznajo in upoštevajo razlike med kriteriji, vendar v manjši meri kot selektivne moči. Le-tem še nekako sledijo za $l=1$, za $l=2$ pa po točnosti komajda presežejo stopnje veta.



Slika 5.31: Razdalje med selektivnimi močmi, uteženimi vsotami, stopnjami veta in indeksi dominance, izpeljanimi na osnovi pristranske in nepristranske porazdelitve za $l=1$

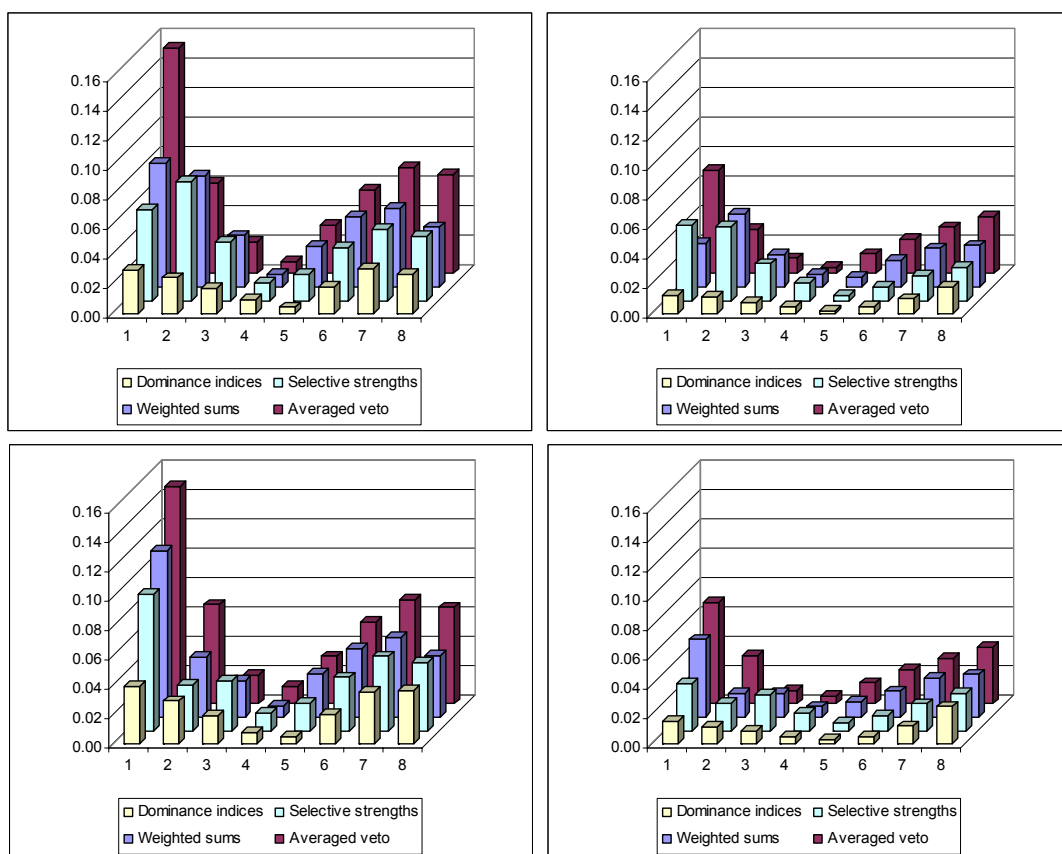


Slika 5.32: Razdalje med selektivnimi močmi (graf 1), uteženimi vsotami (graf 2), stopnjami veta (graf 3) in indeksi dominanc (graf 4), izpeljanimi na osnovi pristranske in nepristranske enakomerne porazdelitve za $l = 2$

5.2.3.2 Občutljivost na vhodne parametre

Enako kot za nepristransko enakomerno in pristransko normalno verjetnostno porazdelitev je tudi v primeru pristranske enakomerne porazdelitve občutljivost na vhodne parametre modela ugotovljena na podlagi razlik med maksimalnimi in minimalnimi povprečnimi kriterijskimi utežmi, dobljenimi za različne eksperimentalne kombinacije. Izračunane razlike so prikazane na sliki 5.33 in v tabeli T.24. Upoštevani sta obe konstanti l in dve množici verjetnosti veta – množica vseh kombinacij verjetnosti in podmnožica kombinacij s $P_W \geq 0.6$. Skupno število alternativ je enotno in je postavljeno na $m = 8$.

Na verjetnost veta so, skladno s predhodnimi ugotovitvami, vezani na druga dva tipa verjetnostnih porazdelitev, najmanj občutljivi indeksi dominanc. Na drugi strani so najbolj občutljivejša stopnje veta, pristopa, ki sta najbolj učinkovita z ozirom na razločevalnost – selektivne moči in utežene vsote – pa imata srednjo robustnost. Iz tega sledi, da zagotavljanje točnosti in razločevalnosti uteži ne zahteva nujno kompromisa glede občutljivosti.



Slika 5.33: Občutljivost uteži na verjetnost veta, kjer je $P_W \geq 0.3$ (levo) in $P_W \geq 0.6$ (desno) oziroma $l = 1$ (zgoraj) in $l = 2$ (spodaj)

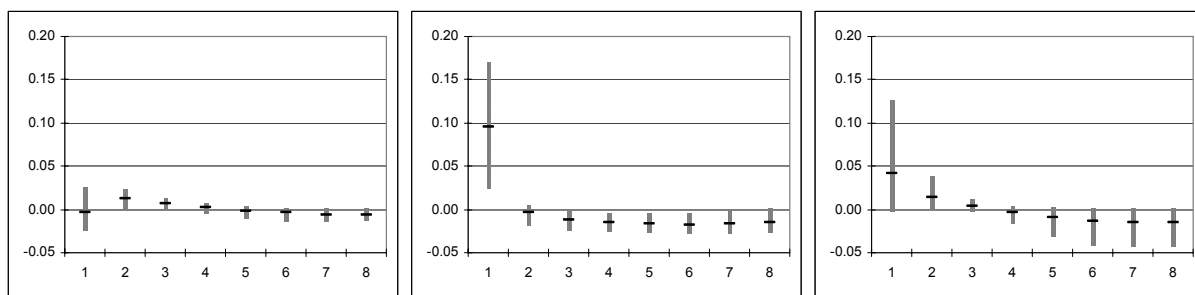
Iz slike 5.33 in tabele T.24 je mogoče izluščiti še naslednje ugotovitve:

- Zelo izstopajo uteži, izpeljane v primeru majhnih verjetnosti šibkega veta $P_W=0.3$ in strogega veta $P_S=0.1$. Takrat imajo vsi kriteriji skromne možnosti izločevanja variant, zato njihova delitev v dve skupini ne pride do izraza.
- Stopnje veta in indeksi dominance niso občutljivi na velikosti podmnožic kriterijev, torej na vrednost l . To je posledica dejstva, da sploh ne razločujejo vpeljanih skupin ali jih razločujejo v nezadostni meri.
- Selektivne moči in utežene vsote so občutljive na velikosti podmnožic kriterijev. Za $l=2$ se tako zmanjša občutljivost kriterija x_2 , ker se njegova utež za vse eksperimentalne kombinacije poenoti z utežjo kriterija x_1 .

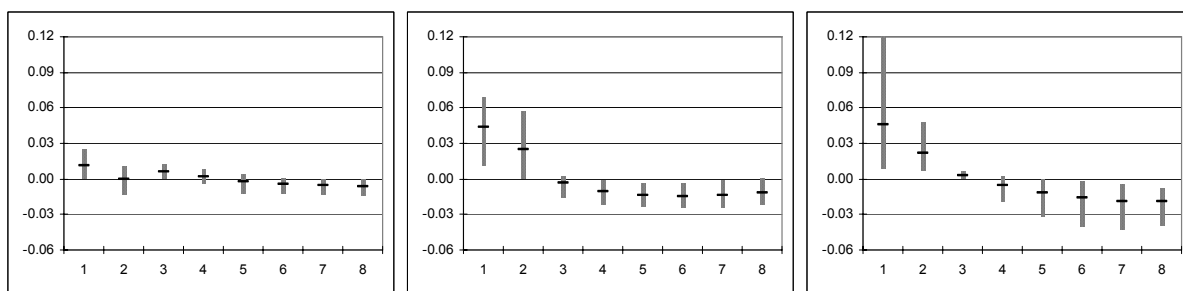
5.2.3.3 Razločevalnost in ekstremnost

Iz tabele T.25 ter slik 5.34 in 5.35 so razvidne razdalje med povprečnimi utežmi, izpeljanimi na osnovi različnih pristopov. Tako za $l=1$ kot za $l=2$ veljajo podobni vzorci. Utežene vsote

in selektivne moči nosijo enako bogate razločevalne informacije, kar predstavlja napredek v razločevalnosti selektivnih moči v primerjavi z nepristransko verjetnostno porazdelitvijo. Razločevalnost stopenj veta je znatno manjša, predvsem zaradi nižjih uteži prvih l kriterijev, ki po pomembnosti ne izstopajo, čeprav bi v skladu z generiranimi naključnimi vzorci morali. Razlika med stopnjami veta in indeksi dominanc pa ostaja podobna kot pri nepristranski enakomerni porazdelitvi.



Slika 5.34: Razdalje med uteženimi vsotami in selektivnimi močmi (graf 1), selektivnimi močmi in stopnjami veta (graf 2) ter stopnjami veta in indeksi dominanc (graf 3) za $l = 1$

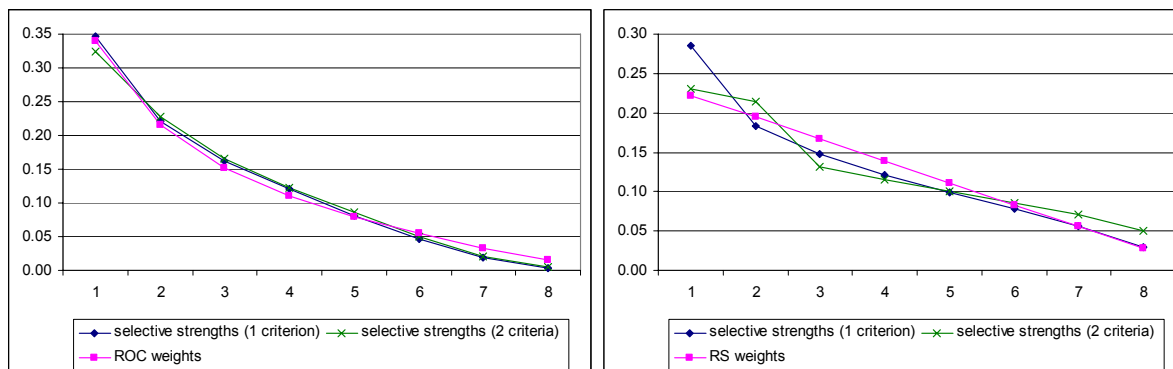


Slika 5.35: Razdalje med uteženimi vsotami in selektivnimi močmi (graf 1), selektivnimi močmi in stopnjami veta (graf 2) ter stopnjami veta in indeksi dominanc (graf 3) za $l = 2$

Ker se pri zajemanju vzorcev iz pristranske enakomerne verjetnostne porazdelitve z delitvijo kriterijev v dve skupini poveča razločevalnost selektivnih moči, je nujno preveriti, ali ni morda le-ta v korelaciji s prekomerno ekstremnostjo. Na to vprašanje odgovori primerjava ekstremnih – maksimalnih in minimalnih – vektorjev z uveljavljenimi utežmi ROC in RS. Rezultate primerjave kažeta slika 5.36 in tabela T.26.

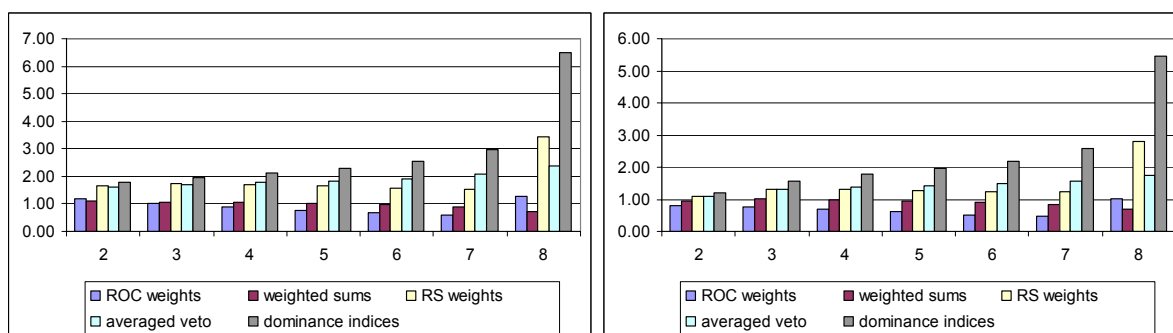
Maksimalne selektivne moči tako za $l=1$ kakor tudi za $l=2$ sovpadajo z utežmi ROC, kar pomeni, da v nobenem primeru ne kršijo ustaljenih norm. Izpostaviti velja le za odtonek prenizki selektivni moči najmanj pomembnih kriterijev x_7 in x_8 , ki pa v praksi ne moreta imeti bistvenega vpliva na odločitev. Nekoliko večja razhajanja nastopijo med minimalnimi močmi

in utežmi RS. Vendar tudi ta niso alarmantna. Selektivne moči prvih l kriterijev zaradi predpostavljene izrazite izločevalnosti presegajo uteži RS, kar morajo posledično kompenzirati uteži kriterijev $x_{l+1}, \dots, x_5$. Zanimiv pojav predstavljata v slučaju konstante $l=2$ dokaj visoki selektivni moči najmanj pomembnih kriterijev x_7 in x_8 , ki pa sta še vedno nižji kot pri nepristranski enakomerni verjetnostni porazdelitvi, kar govori v prid poudarjeni razločevalnosti.



Slika 5.36: Primerjava ekstremnih vektorjev povprečnih selektivnih moči z utežmi ROC in RS

Zgornje trditve potrujeta slika 5.37 in tabela T.27, ki navajata razmerja med razmerji uteži kriterijev. Selektivne moči so v povprečju približno enako razločevalne kot utežene vsote, manj razločevalne kot uteži ROC in bolj razločevalne od uteži ostalih pristopov, pri čemer je odstopanje še posebej izrazito v primerjavi s konstantnimi indeksi dominanc. Iz tega sledi, da nosijo izmed štirih vpeljanih pristopov najbogatejše informacije selektivne moči in utežene vsote, ki so v splošnem navzgor omejene z utežmi ROC in navzdol omejene z utežmi RS. Veliki odkloni pri kriteriju x_8 so posledica nizkih uteži le-tega, zaradi katerih lahko že majhna absolutna razdalja rezultira v znatni (tudi več desetkratni) spremembi razmerja.

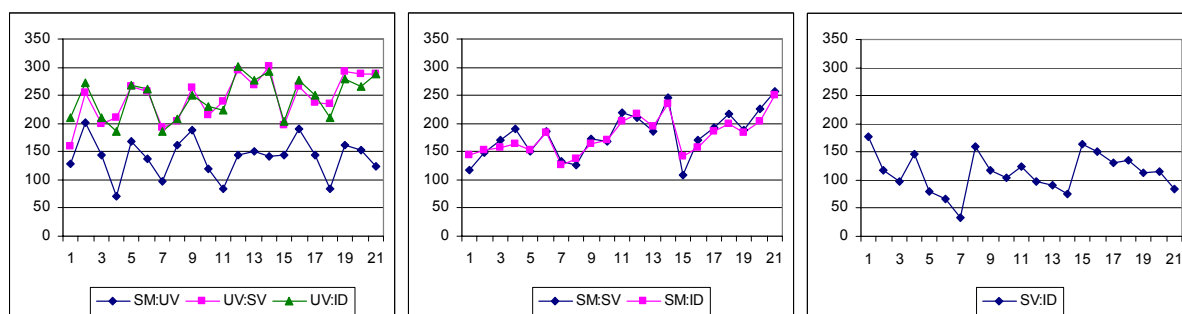


Slika 5.37: Razmerja selektivnih moči z utežmi, izpeljanimi z drugimi pristopi, za $l = 1$ oziroma $l = 2$

5.2.4 Ordinalna razhajanja med pristopi

5.2.4.1 Nepristranska enakomerna porazdelitev

Števila razhajanj najpomembnejšega kriterija v ordinalnih vrstnih redih kriterijev, izpeljanih s štirimi različnimi pristopi samodejne določitve uteži, so razvidna iz slike 5.38 in iz tabele T.28. Pri tem so razhajanja za vsako od 21 eksperimentalnih kombinacij preštetna na osnovi 1000 neodvisnih poskusov simulacije. Na sliki 5.38 so zaradi preglednosti pari primerjanih pristopov razporejeni v tri grafe. Tako so na levem grafu po posameznih eksperimentalnih kombinacijah prikazana razhajanja med uteženimi vsotami in ostalimi tremi pristopi, na srednjem grafu razhajanja med selektivnimi močmi in stopnjami veta oziroma indeksi dominance, na desnem grafu pa števila razhajanj med stopnjami veta in indeksi dominance.



Slika 5.38: Števila razhajanj najpomembnejšega kriterija na 1000 poskusov simulacije

Meritve kažejo, da se pri izbiri najpomembnejšega kriterija najmanj razhajajo stopnje veta in indeksi dominance, kar je pričakovano, saj nosita ta pristopa najrevnejše razločevalne informacije, hkrati pa sta tudi najbolj robustna na spremembe vhodnih parametrov modela. Razlike med njima neodvisno od števila alternativ skoraj monotono padajo z verjetnostjo veta; edina iregularnost nastopi za verjetnosti $P_W=0.6$ in $P_S=0.5$. Pri eksperimentalnih kombinacijah s slednjima namreč prevladuje nad učinkom šibkega veta vpliv strogega veta, s katerim se stopnje veta niso sposobne uspešno soočiti. Sicer pa sovpada izginjanje neskladij pristopov v izbiri najpomembnejšega kriterija s postopnim poenotenjem srednjih kardinalnih uteži.

Skromna razhajanja ordinalno najpomembnejšega kriterija gre opaziti tudi med selektivnimi močmi in uteženimi vsotami, ki prav tako rezultirajo v podobnih kardinalnih povprečjih. Vendar je v tem primeru vzorec spreminjanja razlik s parametri eksperimentalnih kombinacij vezan predvsem na stopnjo verjetnosti strogega veta. Če se ta večja in se posledično manjša interval $P_W - P_S$, se sočasno manjša delež primerov razhajanja najpomembnejšega kriterija. To

je popolnoma skladno z izhodiščno predpostavko, na kateri temeljijo selektivne moči – le-te se glede na utežene vsote obnesejo tem bolje, kolikor več je podobnosti oziroma podvajanj v stopnjah šibkega (delnega) veta.

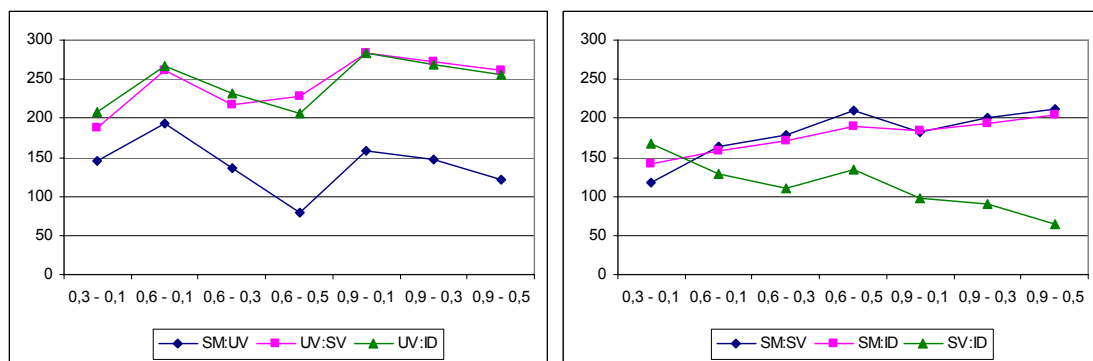
Največja razhajanja v ordinalni izbiri najpomembnejšega kriterija se skladno s kardinalnimi utežmi pojavijo med uteženimi vsotami in stopnjami veta oziroma indeksi dominance. Ta lahko v primerih najmanj ugodnih eksperimentalnih kombinacij dosežejo približno trideset-odstotni delež, skoraj nikdar pa ne padejo pod dvajset odstotkov. Vzorec razhajanj je podoben kot pri primerjavi uteženih vsot s selektivnimi utežmi, vendar ni tako izrazit. Zanimivo je, da ni bistvenih odstopanj med stopnjami veta in indeksi dominance, čeprav graf neposredne primerjave teh dveh pristopov na sliki 5.38 ne prikazuje njunega absolutnega ujemanja.

Za selektivne moči in stopnje veta oziroma indekse dominance veljajo glede na ostale štiri primerjave srednje izrazita razhajanja, kar potrjuje na osnovi kardinalnih uteži ugotovljeno nevtrarno umestitev selektivnih moči. V splošnem se ta razhajanja neodvisno od števila alternativ krepijo z verjetnostjo nastopa veta. To je v nasprotju s trendom poenotenja kardinalnih uteži, kar pomeni, da prihaja do bolj izrazitih zamenjav v ordinalnih vrstnih redih kriterijev, ko so numerične uteži, izpeljane z različnimi pristopi, razmeroma podobne in neekstremne. Če so torej med učinki veta kriterijev občutne razlike, izpeljejo praviloma selektivne moči, stopnje veta in indeksi dominance enake ordinalne vrstne rede, v povezavi s katerimi pa kriterijem priredijo precej različne kardinalne uteži. Če ima večina kriterijev podoben vpliv veta, pa so izpeljane kardinalne uteži vseh treh pristopov podobne, vendar neznatna in nerobustna razhajanja vodijo k pogostim zamenjavam v ordinalnih vrstnih redih kriterijev.

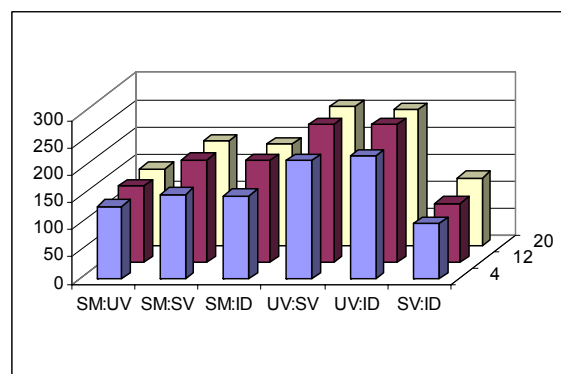
Zgornje ugotovitve povzemata in dopolnjujeta slika 5.39 in tabela T.29, ki podajata povprečna števila razhajanj štirih pristopov v izbiri najpomembnejšega kriterija glede na verjetnost veta, ter slika 5.40 in tabela T.30, iz katerih so razvidna povprečna razhajanja pristopov glede na število alternativ. Velja torej naslednje:

- najmanjša so razhajanja stopenj veta in indeksov dominance, daleč največja pa razhajanja med uteženimi vsotami in stopnjami veta oziroma indeksi dominance;
- razhajanja med selektivnimi močmi in ostalimi pristopi so srednja, kar nakazuje na nevtralnost selektivnih moči, saj se le-te ne približajo izrazito nobenemu drugemu bolj ekstremnemu pristopu;

- na razhajanja znatno vpliva verjetnost veta, pri čemer se v splošnem število razhajanj zmanjša z ožjenjem intervala šibkega veta, le pri primerjavi selektivnih moči in stopenj veta oziroma indeksov dominance velja ravno nasprotno;
- število alternativ ne vpliva na razhajanja pristopov glede izbire najpomembnejšega kriterija;
- utežene vsote (in analogno selektivne moči) imajo skoraj enaka razhajanja s stopnjami veta kot z indeksi dominance, čeprav slednja pristopa v 5 do 15 odstotkih primerov ne rezultirata v izbiri istega najpomembnejšega kriterija.

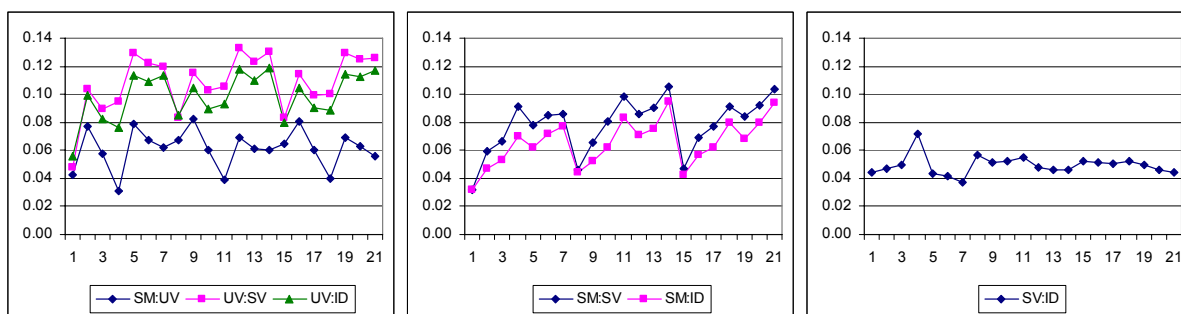


Slika 5.39: Povprečna števila razhajanj najpomembnejšega kriterija glede na verjetnost veta



Slika 5.40: Povprečna razhajanja najpomembnejšega kriterija glede na število alternativ

Podobne rezultate primerjave med pristopi, kot so dobljeni z meritvijo deleža razhajanj v izbiri najbolj pomembnega kriterija, daje tudi Kemeny-Snellova metrika razdalje med dvema delnima ordinalnima razvrstitvama. Povprečne normirane Kemeny-Snellove razdalje so za 21 eksperimentalnih kombinacij zbrane v tabeli T.31 in grafično ponazorjene na sliki 5.41. Z namenom izboljšanja preglednosti sestoji slednja enako kot slika 5.38 iz treh ločenih grafov.



Slika 5.41: Povprečne normirane Kemeny-Snellove razdalje med ordinalnimi vrstnimi redi kriterijev

Glede na delež razhajanj najpomembnejšega kriterija je moč pri Kemeny-Snellvih razdaljah opaziti naslednje relevantne spremembe:

- izrazitejši vpliv verjetnosti veta na razhajanje med selektivnimi močmi in stopnjami veta oziroma indeksi dominance, predvsem za $m=4$;
- ovržen vpliv verjetnosti veta na razhajanje med stopnjami veta in indeksi dominance, razen za eksperimentalno kombinacijo s parametri $m=4$, $P_W=0.6$ in $P_S=0.5$;
- povečano razliko med stopnjami veta in indeksi dominance v primerjavi s selektivnimi močmi ali uteženimi vsotami.

Ugotovitve so posledica dejstva, da se z večanjem verjetnosti veta manjšajo razlike v učinkih veta za selektivno neizrazite kriterije. Zato se stopnje veta in indeksi dominance, ki temeljijo na drugačnih metodoloških principih, začnejo vse bolj oddaljevati glede razvrstitve manj pomembnih in kardinalno podobnih kriterijev, kar kompenzira ujemanje v izbiri najpomembnejšega kriterija. Sorazmerno se ob upoštevanju vseh kriterijev spreminjajo tudi razlike med selektivnimi močmi in uteženimi vsotami na eni ter stopnjami veta in indeksi dominance na drugi strani. To potrjuje tudi tabela 5.11, ki vključuje Paersonove korelacijske koeficiente za rezultate, dobljene glede na tri upoštevane metrike – metriko razhajanj najpomembnejšega kriterija, Kemeny-Snellovo metriko razdalje in metriko utežene razdalje. Pri primerjavi stopenj veta in indeksov dominance so namreč deleži razhajanj najbolj pomembnega kriterija precej slabše korelirani s Kemeny-Snellovimi kot z uteženimi razdaljami. To pomeni, da so razlike v ordinalnih vrstnih redih posebej izrazite pri manj pomembnih kriterijih, katerim so v sklopu metrike utežene razdalje prirejene nizke uteži in ki imajo zato skromnejši vpliv kakor pomembnejši kriteriji. Ravno nasprotno pa Kemeny-Snellova razdalja ne utežuje mest kriterijev, zaradi česar ima tisti kriterij, ki je najmanj pomemben, pravico doprinesiti k razhajanju med dvema pristopoma enako kot najpomembnejši kriterij. Za vse ostale pare pristopov je

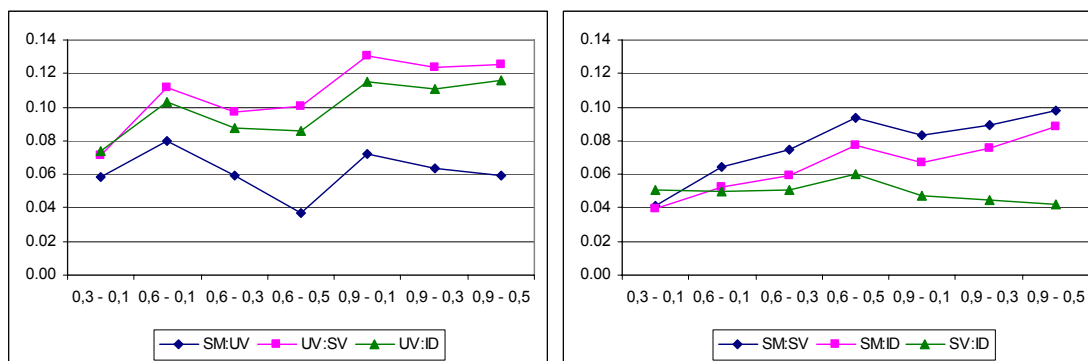
metrika razhajanja najbolj pomembnega kriterija korelirana podobno s Kemeny-Snellovo kot z uteženo razdaljo, kar kaže, da zamenjave mest manj pomembnih kriterijev ne izstopajo po pogostosti.

Tabela 5.11: Paersonove korelacije med metrikami

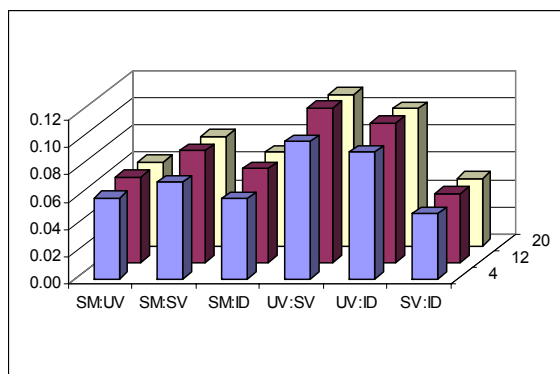
	najpomembnejši kriterij : Kemeny-Snellova razdalja	najpomembnejši kriterij : utežena razdalja	Kemeny-Snellova razdalja : utežena razdalja
selektivne moči : utežene vsote	0.891	0.934	0.989
selektivne moči : povprečni veto	0.860	0.867	0.991
selektivne moči : indeksi dominance	0.782	0.793	0.995
utežene vsote : povprečni veto	0.866	0.885	0.995
utežene vsote : indeksi dominance	0.733	0.779	0.991
povprečni veto : indeksi dominance	0.606	0.802	0.946

Iz tabele 5.11 je mogoče razbrati visoke korelacijske koeficiente med Kemeny-Snellovimi in uteženimi razdaljami. Nekoliko šibkejša, vendar še vedno precej močna korelacija velja samo za zgoraj omenjeno primerjavo med stopnjami veta in indeksi dominance, ki potrjuje v prejšnjem odstavku podane ugotovitve. Visoke korelacije izpostavljajo dejstvo, da metrika utežene razdalje ni nujno potrebna, ker vrača skoraj enake rezultate kot neutežena Kemeny-Snellova metrika. Zato njeni rezultati na tem mestu niso eksplicitno navedeni in obrazloženi.

Z zgornjimi ugotovitvami sta skladni tudi slika 5.42 in tabela T.32, ki povzemata povprečne Kemeny-Snellove razdalje glede na verjetnost veta, ter slika 5.43 in tabela T.33, ki podajata povprečne razdalje glede na število alternativ. Razvidno je spreminjanje razdalj z verjetnostjo veta ter odmik stopenj veta in indeksov dominance v primerjavi s selektivnimi močmi in uteženimi vsotami. Enako kot pri metriki razhajanja ordinalno najbolj pomembnega kriterija pa tudi pri Kemeny-Snellovih razdaljah velja, da število alternativ nima bistvenega vpliva ter da je opaziti najboljše ujemanje stopenj veta in indeksov dominance, najslabše ujemanje uteženih vsot in stopenj veta oziroma indeksov dominance ter srednje dobro ujemanje vseh pristopov s selektivnimi močmi, kar potrjuje nevtralnost slednjih.



Slika 5.42: Povprečne Kemeny-Snellove razdalje glede na verjetnost veta

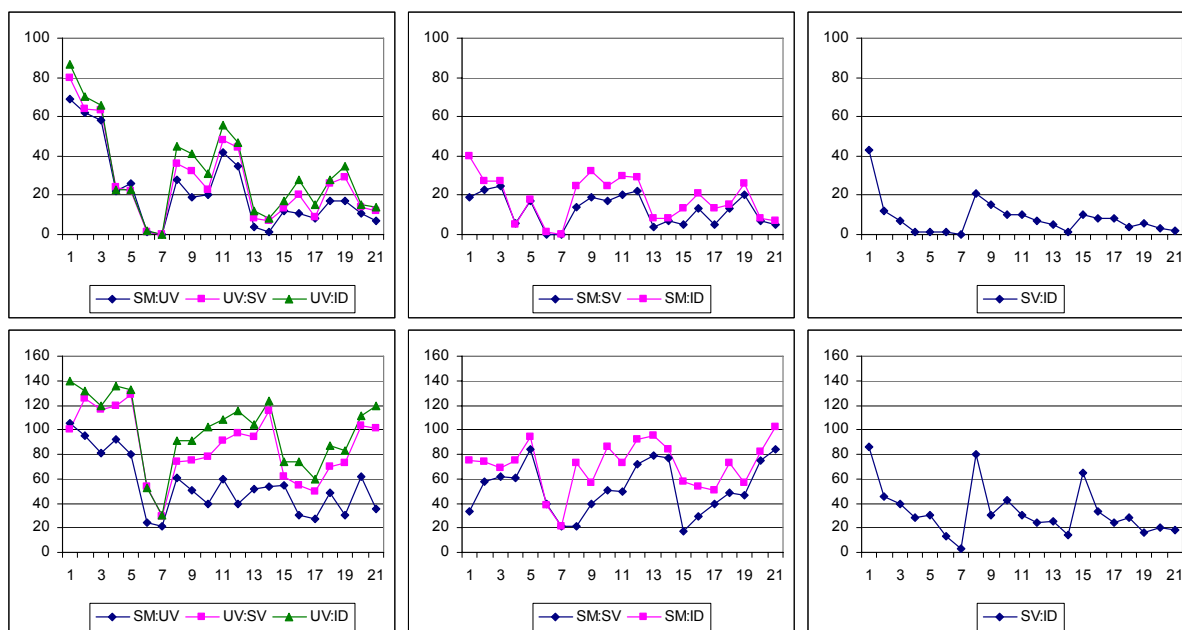


Slika 5.43: Povprečne Kemeny-Snellove razdalje glede na število alternativ

5.2.4.2 Pristranska normalna porazdelitev

Iz tabel T.34 in T.35 ter iz slike 5.44 je razvidno, v kolikih od 1000 poskusov simulacije, ki temelji na vzorčenju iz pristranske normalne porazdelitve s konstanto $k=1$ oziroma $k=2$, se pristopi za izpeljavo uteži razhajajo glede izbire najpomembnejšega kriterija. Velja naslednje:

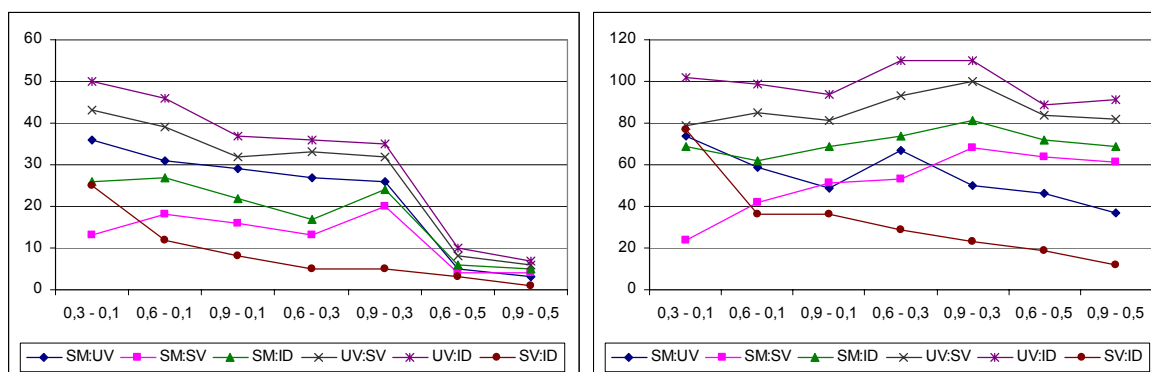
- število razhajanj je znatno manjše kot pri nepristranski enakomerni porazdelitvi in se manjša z nižanjem konstante k , kar je povsem pričakovano, saj je kriterijski učinek veta nadzorovan;
- pri visokih verjetnostih veta in konstanti $k=1$ razlike med pristopi glede določitve najbolj pomembnega kriterija izginejo, kar pomeni, da je tedaj nadzor nad selektivnostjo najučinkovitejši;
- vzorci spreminjanja razhajanj z verjetnostjo veta so podobni kot pri nepristranski enakomerni porazdelitvi, vendar pa podobnosti bledijo z nižanjem konstante k ;
- razhajanja med uteženimi vsotami in ostalimi pristopi se za $k=1$ skoraj poenotijo.



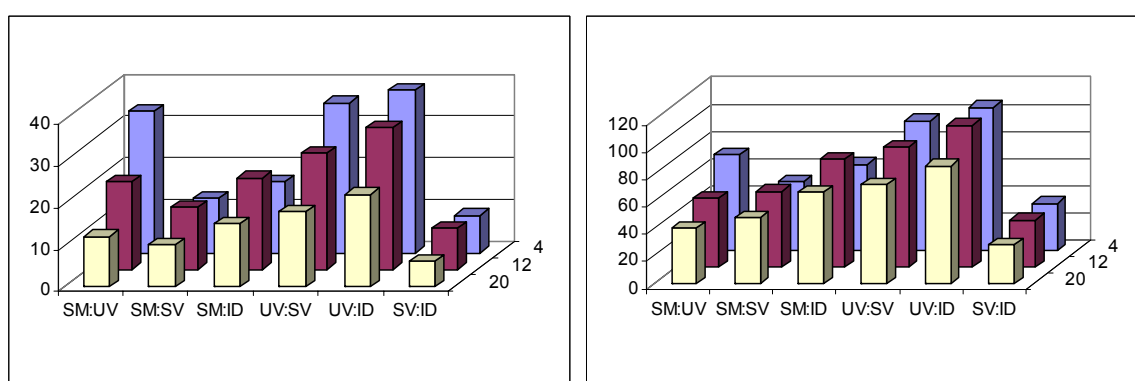
Slika 5.44: Števila razhajanj najbolj pomembnega kriterija na 1000 poskusov simulacije za konstanto $k = 1$ (zgoraj) in konstanto $k = 2$ (spodaj)

Iz slike 5.44 gre razbrati, da se selektivne moči in utežene vsote v nasprotju z enakomerno nepristransko porazdelitvijo nekoliko močneje razlikujejo od indeksov dominance kakor od stopenj veta, kar je skladno s kardinalnimi utežmi. Sicer pa so pri izbiri najpomembnejšega kriterija najbolj enotne stopnje veta in indeksi dominance, medtem ko je najmanj enotnosti zaslediti med uteženimi vsotami in ostalimi tremi pristopi. Selektivne moči rezultirajo za obe možni konstantni vrednosti k enako kot pri nepristranski porazdelitvi v srednje velikih razhajanjih, ki ohranjajo njihov nevtralen značaj. To je lepo razvidno iz tabel T.36 in T.37 ter slik 5.45 in 5.46, v katerih so zajete srednje vrednosti, dobljene z ozirom na verjetnost veta in število alternativ. Zanimivo je, da število alternativ vpliva na pogostost razhajanj v ordinalnih vrstnih redih kriterijev, kar je neskladno tako z nepristransko porazdelitvijo kot z izpeljanimi kardinalnimi utežmi. Torej:

- nepristranska enakomerna porazdelitev rezultira v občutljivosti izpeljanih kardinalnih uteži in neobčutljivosti ordinalnih razvrstitev kriterijev na število alternativ;
- pristranska normalna porazdelitev z nadzorom selektivnosti kriterijev, omogočenim s konstanto $k=1$, rezultira v neobčutljivosti kardinalnih uteži in občutljivosti ordinalne izbire najpomembnejšega kriterija, kar pa je v praksi ugodneje, ker je kardinalna občutljivost precej bolj izrazita kakor ordinalna in ker je slednja vezana predvsem na utežene vsote, na druge tri pristope pa znatno manj.



Slika 5.45: Povprečna števila razhajanj najbolj pomembnega kriterija glede na verjetnost veta za konstanti $k = 1$ (levo) in $k = 2$ (desno)



Slika 5.46: Povprečna razhajanja najbolj pomembnega kriterija glede na število alternativ za konstanti $k = 1$ (levo) in $k = 2$ (desno)

Za rezultate različnih meritev, izvedenih na osnovi pristranske normalne porazdelitve, ne veljajo tako močne korelacije kot pri postopku vzorčenja iz nepristranske enakomerne porazdelitve. Tabela 5.12 navaja Paersonove korelacijske koeficiente med metrikami ordinalnih razhajanj kriterijev. Metrika razhajanj najpomembnejšega kriterija daje precej drugačne rezultate kakor Kemeny-Snellova metrika in metrika uteženih razdalj. Po drugi strani pa je med slednjima zaznati močno korelacijo, še posebej za konstanto $k=2$. To pomeni, da je izračun uteženih razdalj redundanten tudi v primeru upoštevanja pristranske normalne porazdelitve, saj privede do specifičnih rezultatov le pri obravnavi stopenj veta in indeksov dominance, za katere velja ista značilnost kot pri nepristranski porazdelitvi – odstopanja so izrazita predvsem pri manj pomembnih kriterijih. Posledično je metrika utežene razdalje izpuščena iz nadaljnje obravnave.

Tabela 5.12: Paersonove korelacije med metrikami

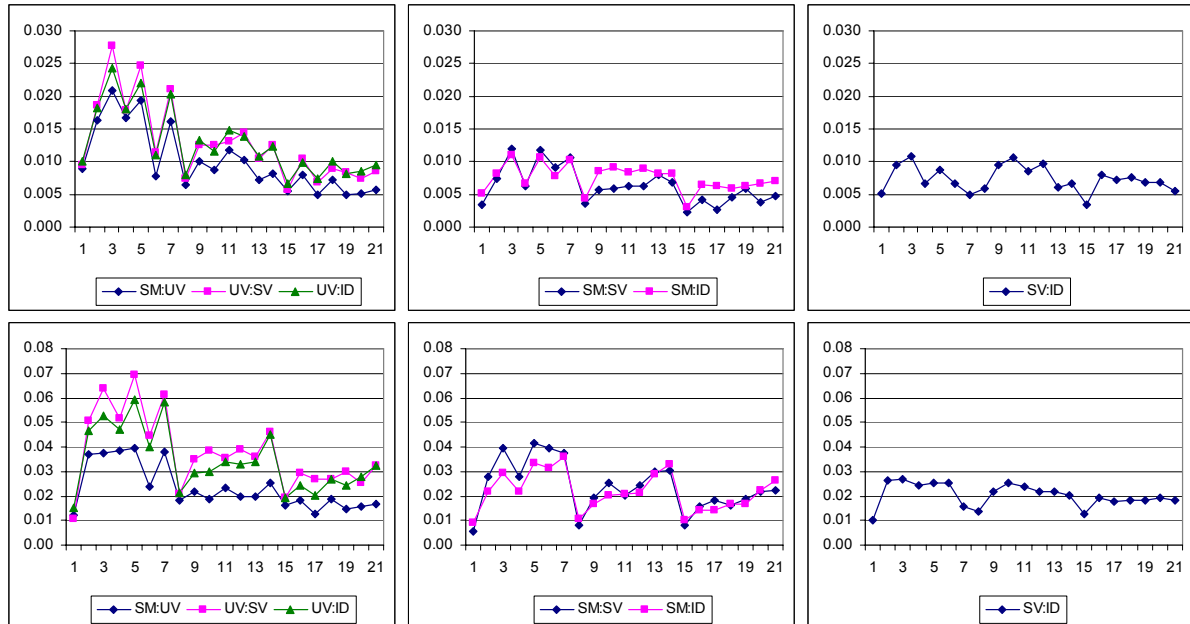
	najpomembnejši kriterij : Kemeny-Snellova razdalja		najpomembnejši kriterij : utežena razdalja		Kemeny-Snellova razdalja : utežena razdalja	
	$k = 1$	$k = 2$	$k = 1$	$k = 2$	$k = 1$	$k = 2$
selektivne moči : utežene vsote	0.471	0.374	0.664	0.561	0.942	0.966
selektivne moči : povprečni veto	0.117	0.484	0.153	0.558	0.964	0.990
selektivne moči : indeksi dominance	-0.011	0.040	0.287	0.186	0.906	0.986
utežene vsote : povprečni veto	0.267	0.325	0.489	0.471	0.935	0.978
utežene vsote : indeksi dominance	0.215	0.140	0.478	0.308	0.927	0.978
povprečni veto : indeksi dominance	-0.097	-0.418	0.392	0.048	0.808	0.870

Normirane Kemeny-Snellove razdalje podajata tabeli T.38 in T.39, grafično pa jih prikazuje slika 5.47. Razdalje so nekajkrat manjše kot pri ordinalnih vrstnih redih, dobljenih na osnovi nepristranske porazdelitve. Podobno kot pri le-tej je opaziti krhanje vpliva verjetnosti veta na razdalje med ordinalnimi razvrstitvami kriterijev, izpeljanimi s stopnjami veta in indeksi dominance. Gre za že pojasnjeno posledico pogostih sprememb v mestih manj pomembnih kriterijev, ki pa se v splošnem ne pojavljajo v povezavi s primerjavami drugih parov pristopov. Njihova razhajanja se sicer za različne verjetnosti veta prav tako poenotijo, toda bodisi v obratni smeri bodisi v smislu kompenzacije nihanj. To pomeni, da so zaradi dobrega nadzora nad selektivnostjo kriterijev razhajanja velikokrat neodvisna od mest kriterijev in verjetnosti nastopa veta.

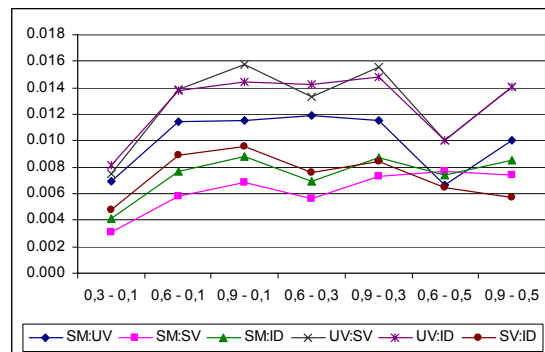
Za Kemeny-Snellove razdalje je mogoče iz tabel T.40, T.41 in 5.13 ter iz slik 5.48 in 5.49 izluščiti še nekaj ugotovitev:

- za razliko od metrike razhajanja najbolj pomembnega kriterija Kemeny-Snellova metrika ne nakazuje na izstopajočo poenotenost pristopov pri visokih verjetnostih veta, pač pa so glede na tabelo T.40 in sliko 5.48 razhajanja v splošnem konstantna ali le deloma pogojena z razponom intervala $P_W - P_S$, kar pomeni, da so odstopanja manj pomembnih kriterijev obratnosorazmerna z razhajanjem najpomembnejšega kriterija;
- utežene vsote izpeljejo izrazito izstopajoče ordinalne vrstne rede kriterijev, ostali pristopi pa so precej enotni, kar je posledica ekstremnosti in nerobustnosti uteženih vsot za $m = 4$ alternative, kakor je razvidno iz tabel T.40 in T.41 ter obeh slik;

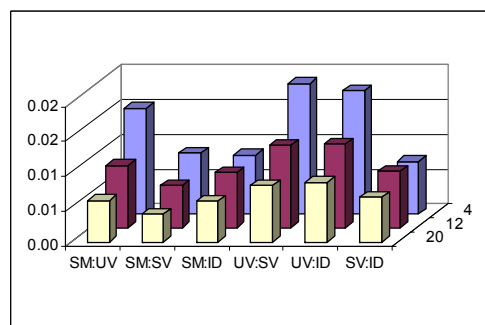
- kot kažejo korelacijski koeficienti v tabeli 5.13, razhajanja ordinalnih razvrstitev po Kemeny-Snellovi metriki v nasprotju z razhajanjem najbolj pomembnega kriterija niso občutljiva na konstanto k in posledično na intenzivnost nadzora nad pristranskostjo.



Slika 5.47: Povprečne normirane Kemeny-Snellove razdalje za $k = 1$ (zgoraj) in $k = 2$ (spodaj)



Slika 5.48: Povprečne normirane Kemeny-Snellove razdalje glede na verjetnost veta za $k = 1$



Slika 5.49: Povprečne normirane Kemeny-Snellove razdalje glede na število variant za $k = 1$

Tabela 5.13: Paersonove korelacije med rezultati meritev za konstanti $k = 1$ in $k = 2$

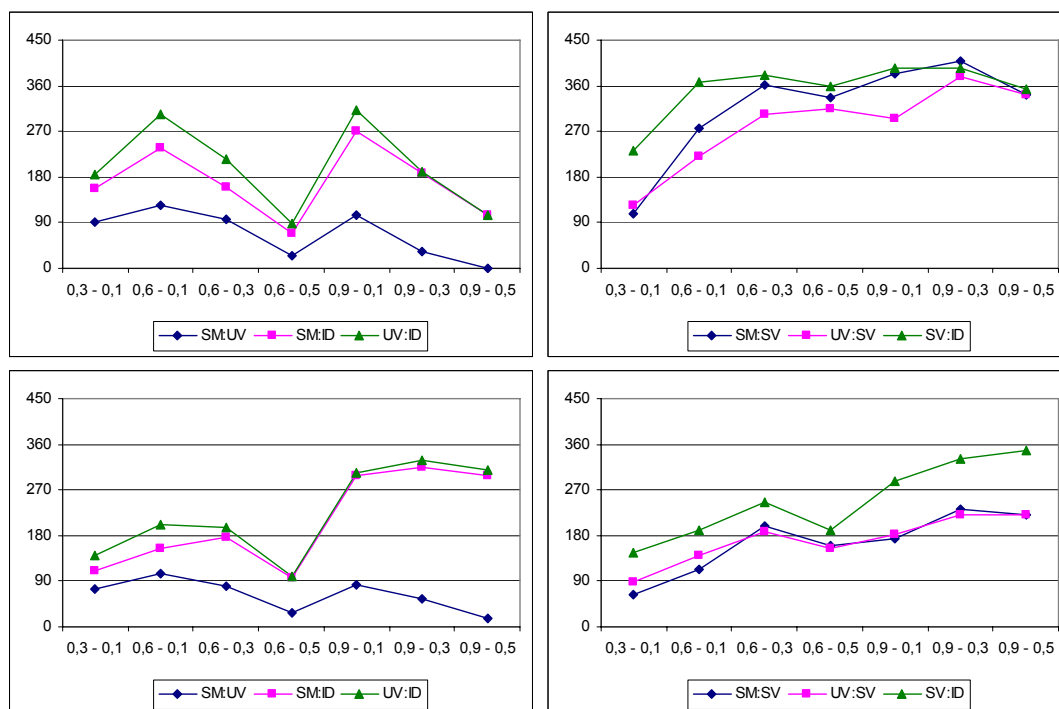
	najpomembnejši kriterij	Kemeny-Snellova razdalja
selektivne moči : utežene vsote	0.755	0.927
selektivne moči : povprečni veto	0.093	0.916
selektivne moči : indeksi dominance	0.192	0.779
utežene vsote : povprečni veto	0.463	0.913
utežene vsote : indeksi dominance	0.529	0.891
povprečni veto : indeksi dominance	0.834	0.761

Pri vzorčenju iz pristranske normalne porazdelitve je nedeterminističnost kombinirana s konstantnim linearnim zamikom, ki je obratnosorazmeren z vrednostjo k . Zaradi naključnosti ni nujno, da je kriterij z višjo izhodiščno selektivnostjo tudi dejansko bolj selektiven od enega ali nekaj sosednjih kriterijev z linerano predpostavljenim skromnejšim vplivom veta in obratno. Toda za kriterija x_1 in x_n je verjetnost zamenjave precej nižja kot za srednje pomembne kriterije. Zato lahko zagotovi nizka vrednost k ter nanjo vezan izrazit odmik precej zanesljivo nadvlado kriterija x_1 nad ostalimi kriteriji. Po drugi strani pa visoka konstanta k tega ni zmožna, prav tako kot ne gre za noben k odpraviti nedeterminističnih menjav med selektivnostmi srednje pomembnih kriterijev. Posledično se vzorci Kemeny-Snellovih razdalj pri spremembi k ohranijo, vzorci razhajanj najpomembnejšega kriterija pa ne. To pojasnjuje korelacijske koeficiente v tabeli 5.13. Izjema sta le visoki korelaciji razhajanj najbolj pomembnega kriterija pri primerjavi selektivnih moči in uteženih vsot oziroma indeksov dominance in stopenj veta. Vendar je to skladno z ujemanjem kardinalnih uteži navedenih dveh parov pristopov.

5.2.4.3 Pristranska enakomerna porazdelitev z delitvijo v dve skupini

Pri vzorčenju na osnovi pristranske enakomerne verjetnostne porazdelitve z delitvijo kriterijev v dve neodvisni skupini se kardinalne selektivne moči in utežene vsote znatno odmaknejo od povprečnih stopenj veta in indeksov dominance, kar je še posebej izrazito za l najvišjih uteži. Podoben trend gre pričakovati pri razhajanju ordinalnih vrstnih redov kriterijev. Potrjujejo ga rezultati simulacije, ki so v numerični obliki zbrani v tabeli T.42 in grafično predstavljeni na sliki 5.50. Ti navajata razhajanja najpomembnejšega kriterija za posamezne eksperimentalne

kombinacije, ki upoštevajo enotno število alternativ ($m=8$) ter spreminjajoče se verjetnosti šibkega in strogega veta.



Slika 5.50: Števila razhajanj najpomembnejšega kriterija na 1000 poskusov simulacije, pri čemer vključuje ločena skupina 1 kriterij (zgoraj) oziroma 2 kriterija (spodaj)

Med selektivnimi močmi in uteženimi vsotami, ki za razliko od stopenj veta in indeksov dominance numerično ujamejo učinek medsebojnega izločevanja in predpostavljen izstopajoč vpliv l kriterijev, so razhajanja ordinalno najpomembnejšega kriterija najmanj izrazita za vse eksperimentalne kombinacije ne glede na vrednost l , kar potrjuje kardinalne rezultate. Za en selektivno izdvojen kriterij ($l=1$) se najslabše obnesejo stopnje veta, ki dodelijo v tretjini primerov prednost drugemu kriteriju kakor ostali pristopi. To dokazuje nezmožnost stopenj veta za verodostojno obravnavo vpliva veta, če le-ta ni povsem enakovredno porazdeljen med kriterije in alternative. Od stopenj veta se najbolj razlikujejo indeksi dominance, pri katerih je zaslediti znatno odstopanje tudi v primerjavi s selektivnimi močmi in uteženimi vsotami, razen kadar je verjetnost strogega veta visoka in se vsi pristopi z izjemo stopenj veta poenotijo. To pa pomeni naslednje:

- indeksi dominance se niso sposobni zadovoljivo soočiti z učinkom medsebojnega izločevanja, ker v veliko primerih ne izberejo istega ordinalno najpomembnejšega kriterija kot pristopa, ki rezultirata v kardinalno najbolj točnih utežeh;

- za visoko verjetnost strogega veta je učinek medsebojnega izločevanja najbolj izrazit, zato tudi indeksi dominance privedejo do zanesljivega ordinalno najpomembnejšega kriterija, medtem ko razhajanja selektivnih moči in uteženih vsot skoraj izginejo;
- kardinalno ujemanje je pozitivno korelirano z ordinalnim.

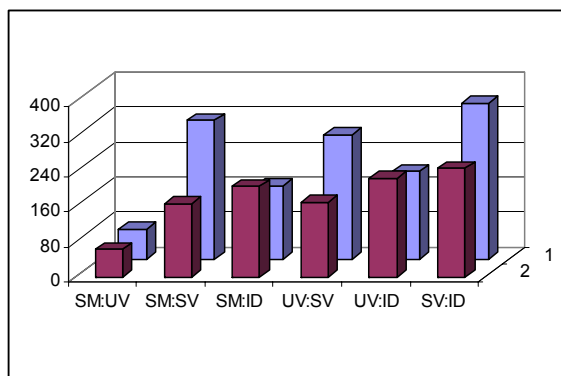
Ko se število izdvojenih kriterijev poveča na $l=2$, se ordinalna razhajanja med selektivnimi močmi in uteženimi vsotami ohranijo, tako po velikostnem redu, kot kažeta tabela T.42 in slika 5.50, kakor tudi glede odvisnosti od eksperimentalne kombinacije, kot je razvidno iz tabele 5.14, ki podaja korelacije med rezultati meritev, dobljenimi za $l=1$ in $l=2$. Pristopa torej podobno obravnavata medsebojno izločevanje kriterijev za različno velike neodvisne množice koreliranih kriterijev in alternativ. Tudi za stopnje veta se vzorec občutljivosti na parametre eksperimentalnih kombinacij ohrani, kar potrjujejo Paersonovi koeficienti v tabeli 5.14, vendar se za vrednost $l=2$ povprečno število razhajanj ordinalno najpomembnejšega kriterija v primerjavi z $l=1$ prepolovi. To je povsem pričakovano, ker enakovredno izstopata dva kriterija, od katerih določijo selektivne moči in utežene vsote v poskusih simulacije s polovično verjetnostjo enega za bolj pomembnega. Posledično bržkone porastejo razhajanja drugega najbolj pomembnega kriterija. Do večjih odstopanj pride z ozirom na $l=1$ le pri indeksih dominance, saj se opazno spremeni trend odvisnosti od verjetnosti šibkega veta – za nizke verjetnosti se število razhajanj zmanjša in v nasprotnem primeru poveča.

Tabela 5.14: Paersonove korelacije med rezultati meritev, dobljenimi za $l=1$ in $l=2$

	najpomembnejši kriterij	Kemeny-Snellova razdalja	utežena razdalja
selektivne moči : utežene vsote	0.970	0.978	0.972
selektivne moči : povprečni veto	0.901	0.958	0.907
selektivne moči : indeksi dominance	0.358	0.808	0.905
utežene vsote : povprečni veto	0.938	0.974	0.913
utežene vsote : indeksi dominance	0.266	0.980	0.879
povprečni veto : indeksi dominance	0.629	0.866	0.758

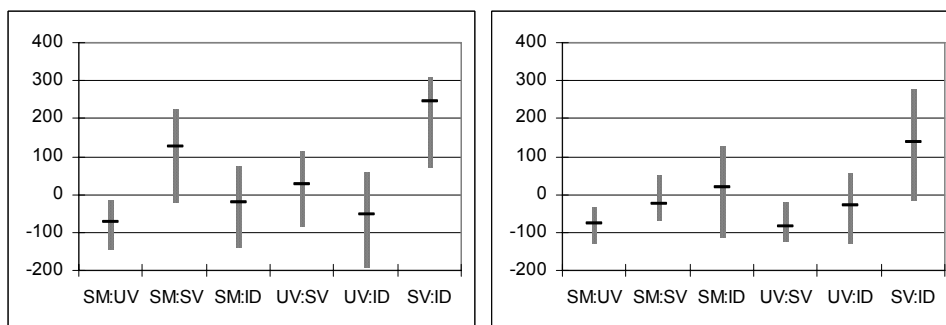
Zanimivo je, da se s konstanto l pri indeksih dominance bistveno spremenijo samo razhajanja najbolj pomembnega kriterija, medtem ko so korelacijski koeficienti za Kemeny-Snellovo in uteženo razdaljo precej visoki. To kaže, da se indeksi dominance na specifičen način soočajo

s selektivno izstopajočo manjšino kriterijev in da je veliko odstopanj v ordinalnih razvrstitvah različnih pristopov vezanih na kriterije s sorodnimi vplivi veta. Zato je nujno interpretirati tudi razdalje, ki zajemajo vseh n kriterijev. Prav tako gre izpostaviti, da se kljub drugačnima vzorcema, vezanima na verjetnost veta, v primerjavi med indeksi dominance in selektivnimi močmi oziroma uteženimi vsotami srednje število razhajanj najpomembnejšega kriterija za različni konstanti l ohrani. To je razvidno iz slike 5.51 in tabele T.43.



Slika 5.51: Povprečna razhajanja najpomembnejšega kriterija

Zgornji statistični podatki ne povejo, kako se delež razhajanj med najpomembnejšimi kriteriji, ki jih izberejo različni pristopi za izpeljavo uteži, s pristransko enakomerno porazdelitvijo spremeni glede na nepristransko porazdelitev. Te podatke zajemata slika 5.52 in tabela T.44. Primerjava je opravljena med nepristranskimi vzorci za $m = 12$ variant in pristranskimi vzorci za $m = 8$ variant, ker dajejo le-ti od razpoložljivih vzorcev najbolj neposredno primerljive rezultate.



Slika 5.52: Razlike razhajanj najpomembnejšega kriterija med pristransko enakomerno porazdelitvijo z $l = 1$ (levo) oziroma $l = 2$ (desno) in nepristransko enakomerno porazdelitvijo

Le med selektivnimi močmi in uteženimi vsotami so razhajanja najbolj pomembnega kriterija pri pristranski porazdelitvi manjša kot pri nepristranski za vse verjetnosti veta in obe možni

konstanti l . Na ta način je ponovno pokazano, da znata samo ta dva pristopa pravilno zaznati vnaprej predpostavljen izrazitejši vpliv veta majhne podmnožice kriterijev. Po drugi strani se v splošnem dvignejo razhajanja teh dveh pristopov s stopnjami veta in indeksi dominance, kar je protislovno s teoretično definiranimi prioritetami, na katerih temelji pristranska delitev v dve neodvisni skupini kriterijev. Poleg tega velike razlike med maksimalnimi in minimalnimi razhajanjmi kažejo na nerobustnost/neenotonost stopenj veta in indeksov dominance pri izbiri najpomembnejšega kriterija z ozirom na eksperimentalno kombinacijo. Slednja pristopa tudi najbolj nazadujeta v smislu medsebojnih razhajanj. Tako izpeljeta pri nepristranski porazdelitvi najbolj podobne, pri pristranski porazdelitvi pa najbolj različne ordinalne razvrstitve kriterijev. Podobnost je torej pozitivno korelirana z naključnostjo in negativno korelirana z zmožnostjo delnega nadzora oziroma determinizma.

Zgornje ugotovitve se skladajo s Paersonovimi korelacijami med rezultati meritev za nepristransko in pristransko enakomerno porazdelitev, navedenimi v tabeli 5.15. Vzorci razhajanj najpomembnejšega kriterija se glede na ostale pristope močno spremenijo pri indeksih dominance, sicer pa so spremembe zmerne in povsem smiselne. Šibka nekorelacija pri izbiri najpomembnejšega kriterija je namreč pričakovana zaradi vpeljave pristranskosti. Po drugi strani odstopanja razhajanj niso izrazita za Kemeny-Snellove in utežene razdalje. To je ravno tako razumljivo, ker se učinek nenajmočnejših $n - l$ kriterijev ohrani in z njim posledično tudi trendi razvrščanja.

Tabela 5.15: Korelacije med rezultati meritev za nepristransko in pristransko porazdelitev

	najpomembnejši kriterij	Kemeny-Snellova razdalja	utežena razdalja
selektivne moči : utežene vsote	0.519	0.768	0.872
selektivne moči : povprečni veto	0.674	0.863	0.853
selektivne moči : indeksi dominance	-0.178	0.933	0.475
utežene vsote : povprečni veto	0.569	0.895	0.814
utežene vsote : indeksi dominance	0.269	0.813	0.678
povprečni veto : indeksi dominance	-0.796	0.489	0.411

Enako kot pri ostalih dveh upoštevanih tipih verjetnostnih porazdelitev je tudi na tem mestu izpuščena interpretacija uteženih razdalj med ordinalnimi vrstnimi redi kriterijev. Tabela 5.16

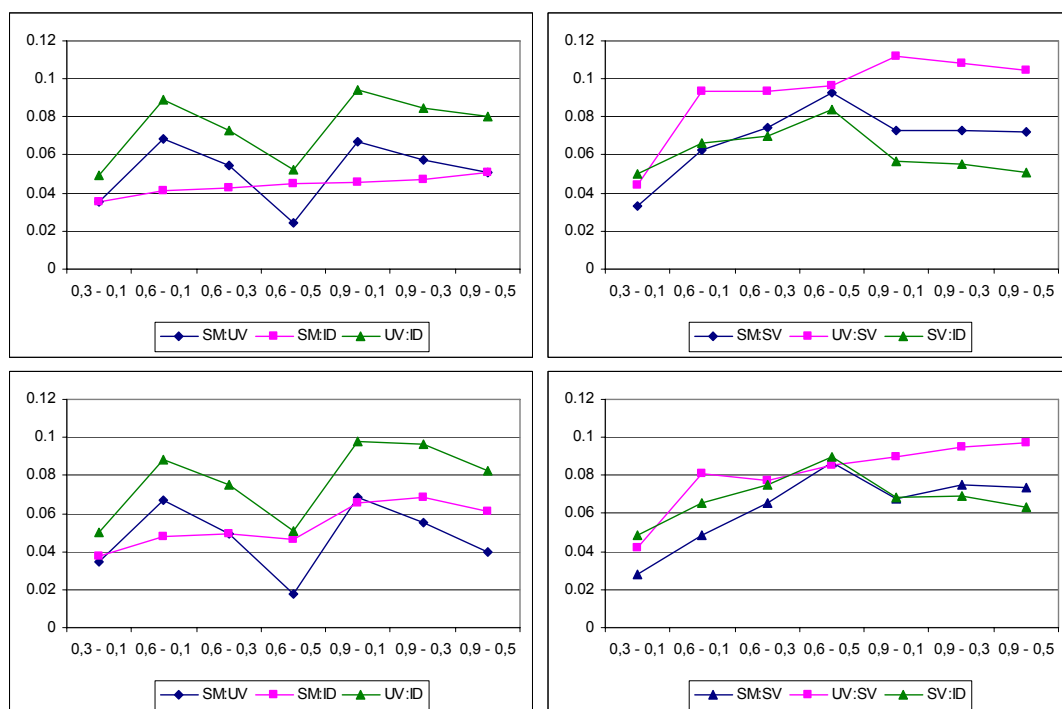
na podlagi visokih korelacijskih koeficientov kaže, da je ta metrika redundantna z ozirom na Kemeny-Snellove razdalje. Hkrati pa dajo slednje drugačen vzorec rezultatov kakor delež razhajanj najpomembnejšega kriterija, zato je njihova obravnava z namenom ovrednotenja pristopov izpeljave uteži nujna.

Tabela 5.16: Paersonove korelacije med metrikami

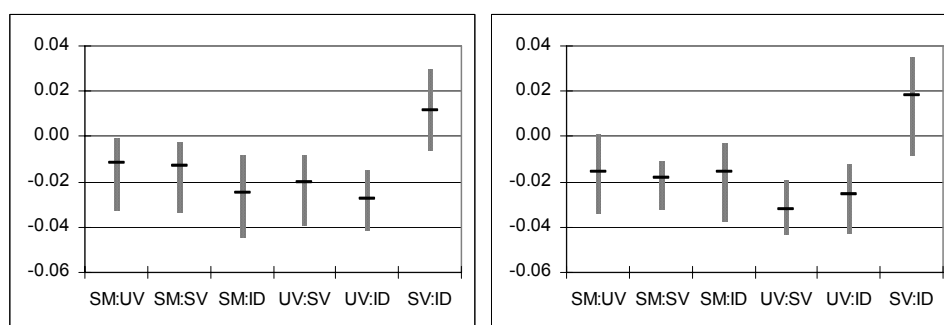
	najpomembnejši kriterij : Kemeny-Snellova razdalja		najpomembnejši kriterij : utežena razdalja		Kemeny-Snellova razdalja : utežena razdalja	
	$l=1$	$l=2$	$l=1$	$l=2$	$l=1$	$l=2$
selektivne moči : utežene vsote	0.501	0.712	0.684	0.827	0.968	0.980
selektivne moči : povprečni veto	0.834	0.813	0.774	0.832	0.993	0.986
selektivne moči : indeksi dominance	-0.199	0.949	0.534	0.974	0.687	0.988
utežene vsote : povprečni veto	0.880	0.884	0.909	0.834	0.974	0.938
utežene vsote : indeksi dominance	0.645	0.879	0.839	0.931	0.953	0.991
povprečni veto : indeksi dominance	0.311	0.088	0.212	0.216	0.992	0.976

Iz slike 5.53 in tabele T.45 je možno razbrati povprečne normirane Kemeny-Snellove razdalje med z različnimi metodami izpeljanimi ordinalnimi vrstnimi redi kriterijev. Povsem v skladu s korelacijami iz tabele 5.14 število selektivno izdvojenih kriterijev l ne vpliva bistveno na spreminjanje razdalj z verjetnostjo veta. To pomeni, da gre velik delež razhajanj pripisati nenajboljšim $n-l$ kriterijem, kar je ekvivalentno vzorcem, dobljenim iz nepristranske enakomerne porazdelitve.

Glede na delež razhajanj najpomembnejšega kriterija je opaziti predvsem porast odstopanj selektivnih moči in uteženih vsot ter poenotenje nihanja od verjetnosti veta odvisnih razdalj z vzorcem, ki velja za nepristransko porazdelitev. Iz te dejansko črpa indekse nesoglasja $n-l$ nenajpomembnejših kriterijev, torej je trend logična posledica njihovih neujemanj. Ker pa pride hkrati do boljšega ujemanja v izbiri najpomembnejšega kriterija, izpričanega s podatki iz predhodno pojasnjene tabele T.44 ter iz slike 5.52, se Kemeny-Snellove razdalje med selektivnimi močmi in uteženimi vsotami za vse eksperimentalne kombinacije z ozirom na nepristransko porazdelitev v absolutnem smislu zmanjšajo, kakor je razvidno iz tabele T.46 in slike 5.54.



Slika 5.53: Povprečne normirane Kemeny-Snellove razdalje med ordinalnimi vrstnimi redi kriterijev za $l = 1$ (zgoraj) in $l = 2$ (spodaj)

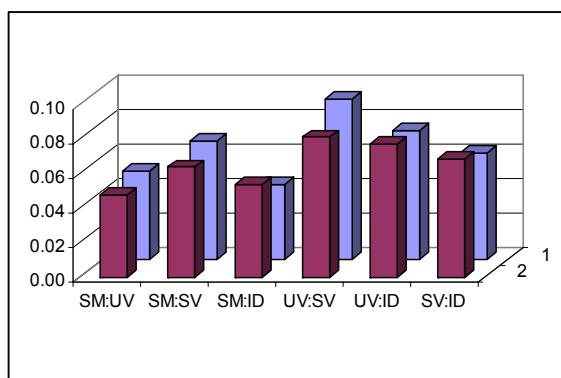


Slika 5.54: Razlike Kemeny-Snellovih razdalj med pristransko enakomerno porazdelitvijo s konstanto $l = 1$ (levo) in konstanto $l = 2$ (desno) ter nepristransko enakomerno porazdelitvijo

Zanimiva in izstopajoča je korelacija med selektivnimi močmi in indeksi dominance. Ta ni odvisna od parametrov eksperimentalne kombinacije, kar je v nasprotju s trendom razhajanja najpomembnejšega kriterija. Očitna je precejšnja poenotenost teh dveh pristopov, pri čemer je delež neujemanja najbolj pomembnega kriterija obratnosorazmeren z deležem neujemanja ostalih $n-1$ kriterijev. Konstanten trend rezultira tudi v linearnem zamiku nekoliko večjih razdalj do uteženih vsot. To pa pomeni, da se indeksi dominance obnesejo sprejemljivo, če so uteži določene ročno na osnovi ordinalnega vrstnega reda kriterijev, saj je le-ta podoben kot pri metodi, ki najučinkoviteje upošteva medsebojno selektivno izločevanje kriterijev.

Največji odklik od ostalih pristopov je s Kemeny-Snellovo metriko ugotovljen za stopnje veta, kar je razvidno tudi iz tabele T.47 in slike 5.55, ki podajata povprečne vrednosti sedmih eksperimentalnih kombinacij. Ker stopnje veta ne zagotovijo ustreznih kardinalnih uteži, potrjujejo ordinalna razhajanja njihovo nezmožnost obravnave pristranskih, delno determinističnih vzorcev.

Iz tabele T.46 in slike 5.54 je mogoče razbrati še eno relevantno značilnost: ob upoštevanju n kriterijev se z vzorčenjem iz pristranske porazdelitve pri izpeljavi ordinalne razvrstitve vsi pristopi poenotijo, le med stopnjami veta in indeksi dominance se razhajanja poglobijo, kar je posledica neskladnosti glede izbire najpomembnejšega kriterija. Toda ker je slednja razen med selektivnimi močmi in uteženimi vsotami prisotna v več na različne pristope vezanih primerjavah, to pomeni predvsem boljše ujemanje $n - 1$ nenajpomembnejših kriterijev, ki pa v praksi ni tako bistveno in ga poskusi na osnovi pristranske enakomerne porazdelitve v svojih teoretičnih izhodiščih niti ne predpostavljajo. Poleg tega so v tabeli T.47 in na sliki 5.55 zajete povprečne normirane Kemeny-Snellove razdalje toliko majhne in enotne, da igrajo razhajanja najpomembnejšega kriterija precej vidnejšo vlogo.



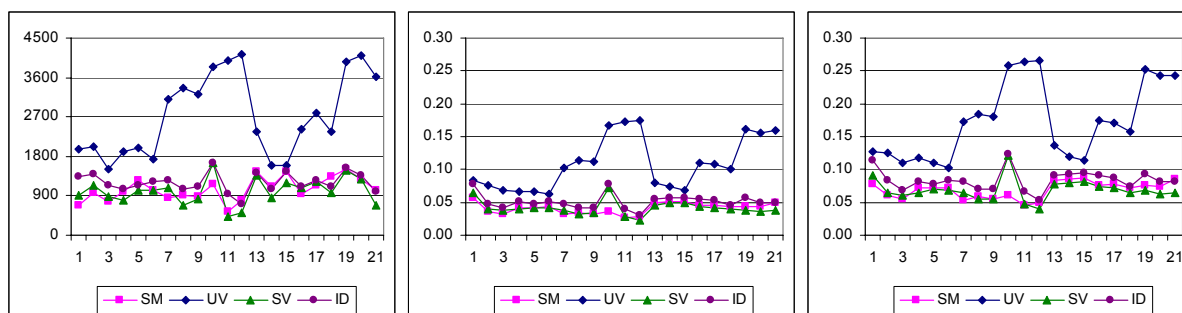
Slika 5.55: Povprečne Kemeny-Snellove razdalje

5.2.5 Občutljivost na spremembe stopenj veta

5.2.5.1 Simetrične spremembe na osnovi enakomerne porazdelitve

Razhajanja ordinalnih vrstnih redov kriterijev za $\delta_{\min} = -0.1$ in $\delta_{\max} = 0.1$ so razvidna iz tabele T.48 ter iz slike 5.56. Rezultati so bili dobljeni na osnovi treh metrik ordinalnih odstopanj in zajemajo števila razhajanj najpomembnejšega kriterija na vseh 10000 poskusov simulacije za

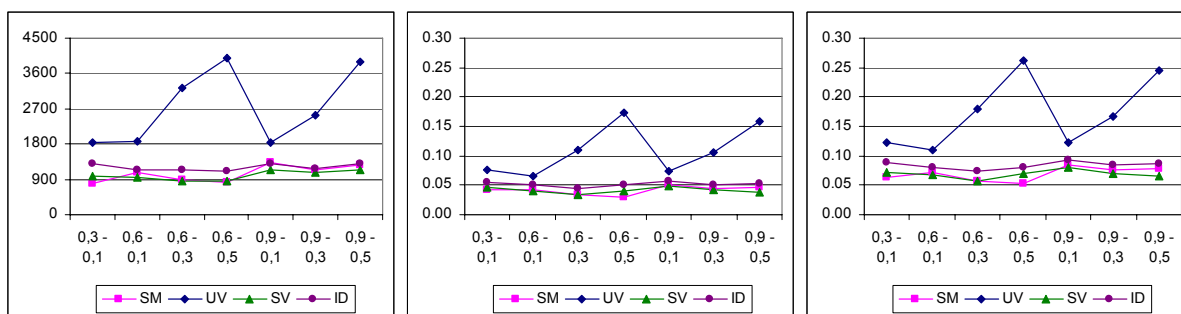
posamezno eksperimentalno kombinacijo, normirane Kemeny-Snellove razdalje ter normirane utežene razdalje. Zaradi precejšnje neobčutljivosti na število alternativ so eksperimentalne kombinacije razvrščene drugače kot v tabelah in na slikah iz predhodnih podpoglavij, in sicer tako, da se število alternativ m spreminja glede na pare verjetnosti šibkega veta P_W in strogega veta P_S .



Slika 5.56: Števila razhajanj najpomembnejšega kriterija (levi graf), Kemeny-Snellove razdalje (sredinski graf) in utežene razdalje (desni graf) za $\delta_{\min} = -0.1$ in $\delta_{\max} = 0.1$

Neodvisnost od števila alternativ potrjujeta slika 5.57 in tabela T.49, ki podajata povprečna ordinalna razhajanja po parih verjetnosti šibkega in strogega veta ter prikazujeta za upoštevane tri metrike enak trend kot podrobnejši rezultati, vezani na vseh 21 eksperimentalnih kombinacij. Ugotoviti je mogoče naslednje:

- glede na metrike izkazujejo utežene vsote daleč največjo, popolnoma nesprejemljivo občutljivost na majhne spremembe v matriki veta;
- preostali pristopi – selektivne moči, stopnje veta in indeksi dominanc – so glede na metrike razmeroma robustni do majhnih sprememb v matriki veta, pri čemer je stopnja občutljivosti še sprejemljiva in pri čemer med pristopi ni bistvenih razlik;
- robustnost uteženih vsot je močno odvisna od verjetnosti veta, medtem ko za ostale pristope to ne velja;
- najmanj nihanj je z ozirom na eksperimentalne kombinacije zaslediti pri selektivnih močeh, to pa pomeni, da so z njimi določeni ordinalni vrstni redi kriterijev najbolj zanesljivi;
- normirane utežene razdalje so za vse pristope in vse eksperimentalne kombinacije večje kot normirane Kemeny-Snellove razdalje, kar nakazuje na znaten delež razhajanj pomembnejših kriterijev.

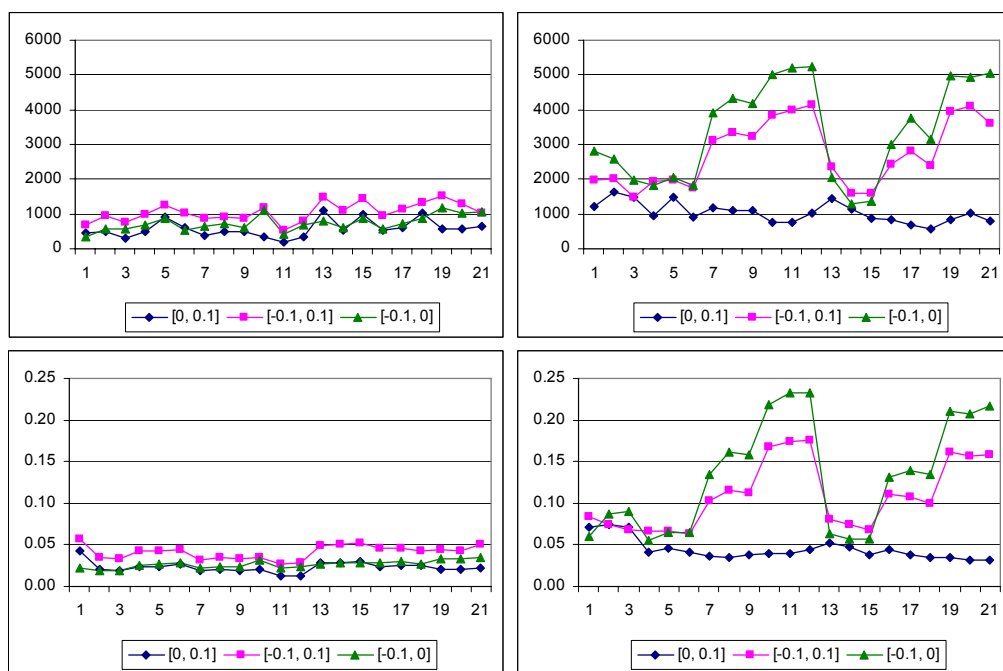


Slika 5.57: Povprečna števila razhajanj najpomembnejšega kriterija (levo), povprečne Kemeny-Snellove razdalje (na sredini) in povprečne utežene razdalje (desno) za $\delta_{\min} = -0.1$ in $\delta_{\max} = 0.1$

Za pravilno razumevanje izrazite občutljivosti uteženih vsot na majhna odstopanja v matriki veta kot tudi za vpogled v odvisnost intenzivnosti razhajanj od verjetnosti veta je nujno interpretirati učinek nesimetričnih sprememb ter njihovo korelacijo s simetričnimi spremembami. Slika 5.58 in tabela T.50 primerjata za selektivne moči in utežene vsote razhajanja ordinalno najpomembnejšega kriterija ter Kemeny-Snellove razdalje, ki rezultirajo iz različnih vzorcev generiranja majhnih odstopanj v matriki veta. Ti vzorci so:

- izključno pozitivne nesimetrične spremembe stopenj $d_f(a_i)$ na podlagi vzorčenja iz enakomerne verjetnostne porazdelitve na intervalu s spodnjo mejo $\delta_{\min}=0$ in zgornjo mejo $\delta_{\max}=0.1$;
- izključno negativne nesimetrične spremembe stopenj $d_f(a_i)$ na podlagi vzorčenja iz enakomerne verjetnostne porazdelitve na intervalu z mejama $\delta_{\min}=-0.1$ in $\delta_{\max}=0$;
- pozitivne in negativne simetrične spremembe stopenj $d_f(a_i)$ na podlagi vzorčenja iz enakomerne verjetnostne porazdelitve na intervalu z mejama $\delta_{\min}=-0.1$ in $\delta_{\max}=0.1$;

Selektivne moči privedejo do podobnih razhajanj za vse tri tipe sprememb matrike veta – pozitivne in negativne nesimetrične ter obojestranske simetrične spremembe. Razhajanja so za obe metriki majhna in skoraj konstantna glede na eksperimentalne kombinacije. Simetrične spremembe stopenj $d_f(a_i)$ rezultirajo v nekaj večjih razhajanjih kot nesimetrične spremembe, kar pomeni, da se ob združitvi v interval $[-0.1, 0.1]$ podintervala $[-0.1, 0]$ in $[0, 0.1]$ upoštevata identično kot samostojno – pozitivne in negativne spremembe se medsebojno ne izključujejo.



Slika 5.58: Števila razhajanj najpomembnejšega kriterija (zgoraj) in Kemeny-Snellove razdalje (spodaj) pri majhnih simetričnih in nesimetričnih spremembah matrike veta za selektivne moči (levi stolpec) in utežene vsote (desni stolpec)

Pri selektivnih močeh so ordinalna razhajanja kriterijev za vse eksperimentalne kombinacije in za vse tipe sprememb matrike veta manjša kakor pri uteženih vsotah, kar jasno priča o nerobustnosti slednjih. Zanimivo je, da je v primeru pozitivnih nesimetričnih sprememb trend razhajanj opazovanih pristopov podoben in da odstopanja, ki jih povzročijo utežene vsote, niso nedopustno velika. Po drugi strani pa pri uteženih vsotah negativne nesimetrične spremembe matrike veta rezultirajo v izrazitih razhajanjih, ki so še dodatno odvisna od verjetnosti veta, saj bodejo v oči predvsem za visoke vrednosti P_S . Le-te namreč povzročijo, da modelira veliko stopenj $d_j(a_i)$ učinek strogega veta. Tako velja za $P_S=0.5$ kar v približno $(m \cdot n)/2$ primerih $d_j(a_i)=1$, pri čemer sta m in n števili alternativ in kriterijev. Vsi indeksi strogega veta $d_j(a_i)=1$ so v postopku izpeljave uteži obravnavani z enim samim α -rezom. Toda kadar se indeksi nesoglasja $d_j(a_i)$ naključno zmanjšajo za vrednosti, ki so enakomerno izbrane iz zaprtega intervala $[-0.1, 0]$, je večina (za $P_S=0.5$ približno $(m \cdot n)/2$) stopenj $d_j(a_i)=1$ preslikanih na interval $[0.9, 1]$. Ker je potrebno zaradi enakomerne porazdelitve v splošnem predpostaviti različnost stopenj $0.9 \geq d_j(a_i) \geq 1$, zahteva njihova obravnava namesto enega več ločenih (za $P_S=0.5$ ponovno približno $(m \cdot n)/2$) α -rezov. Posledično pride pri uteženih vsotah, ki ne znajo upoštevati podobnosti med rezi, do izrazitega podvajanja preferenčnih informacij in nadalje do nesprejemljivega razhajanja ordinalnih vrstnih redov. S tem je

dokazana neustreznost uteženih vsot v specifičnih situacijah sorodnih α -rezov, osnovanih na počasnih spremembah stopenj $d_j(a_i)$ v matriki veta.

Pri majhni verjetnosti strogega veta $P_S=0.1$ obstaja zelo malo indeksov nesoglasja $d_j(a_i)$, enakih 1. Zato se pri njihovi spremembi iz strogega v šibke veto na intervalu $[0.9, 1]$ število α -rezov bistveno ne poveča. Posledično ne pride do izrazitejšega podvajanja preferenčnih informacij, kar ne more nadalje privedi k izstopajočim razhajanjem ordinalnih vrstnih redov. Prav tako je jasno, da krhanje obstoječih stopenj šibkega veta $d_j(a_i) \in (0, 1)$ z naključno izbranimi vrednostmi iz intervala $[-0.1, 0]$ skoraj ne spremeni skupnega števila α -rezov kot tudi ne podobnosti med njimi ter zato ne vpliva občutneje na ordinalna razhajanja.

Pozitivne nesimetrične spremembe z vzorčenjem iz intervala $[0, 0.1]$ privedejo do analogne, vendar pa hkrati do ravno nasprotne situacije kot negativne nesimetrične spremembe v matriki veta. Število α -rezov se poveča predvsem na račun tistih indeksov nesoglasja, ki izvirno ne odražajo veta. Tako se stopnje $d_j(a_i)=0$ enakomerno preslikajo na interval $[0, 0.1]$. Čeprav se zaradi sorodnosti α -rezov tudi v tem primeru podvajajo preferenčne informacije, pa so vplivi veta, ki jih odražajo prilagojeni indeksi $d_j(a_i) \in [0, 0.1]$, tako majhni, da ne doprinesejo pomembneje k spremembi kardinalnih uteži in tudi ne ordinalnega vrstnega reda kriterijev.

Razhajanja na osnovi simetričnih sprememb iz intervala $[-0.1, 0.1]$ so pri uteženih vsotah manjša kot razhajanja zaradi negativnih nesimetričnih sprememb iz intervala $[-0.1, 0]$. Do tega pride zato, ker se v splošnem le polovica indeksov strogega veta $d_j(a_i)=1$ preslika na interval $[0.9, 1]$. Iz tega razloga je število α -rezov, ki podvajajo selektivno močne preferenčne informacije, za polovico manjše kakor pri negativni nesimetriji. Toda razhajanja vendarle niso zgolj polovična, še posebej ne za nizke verjetnosti veta, saj so zajeta tudi tista odstopanja, ki so posledica pozitivnih sprememb manj vplivnih ali celo nevplivnih stopenj $d_j(a_i) \in [0, 1)$.

Iz interpretacije pomena tipa sprememb matrike veta so izpuščene utežene razdalje med ordinalnimi razvrstitvami kriterijev. Tabela 5.17 namreč kaže, da sta metriki utežene in že obravnavane Kemeny-Snellove razdalje močno korelirani, torej nakazujeta v povezavi z vsemi štirimi metodami na enake globalne značilnosti. Iz tabele 5.17 je tudi razvidno, da velja za utežene vsote enak trend spreminjanja razhajanj z eksperimentalnimi kombinacijami glede na vse tri metrike. To pomeni, da so lahko zgornje ugotovitve podkrepljene z rezultati vseh opravljenih meritev. Po drugi strani so za ostale tri pristope k izpeljavi uteži korelacije med

metriko razhajanj najpomembnejšega kriterija in metrikama (ne)utežene razdalje nekoliko šibkejše, vendar še vedno dovolj nazorne. To je bržkone posledica majhnega deleža razhajanj, ki je delno pogojen z vzorcem, saj že neznatno naključno število odstopanj spremeni trend.

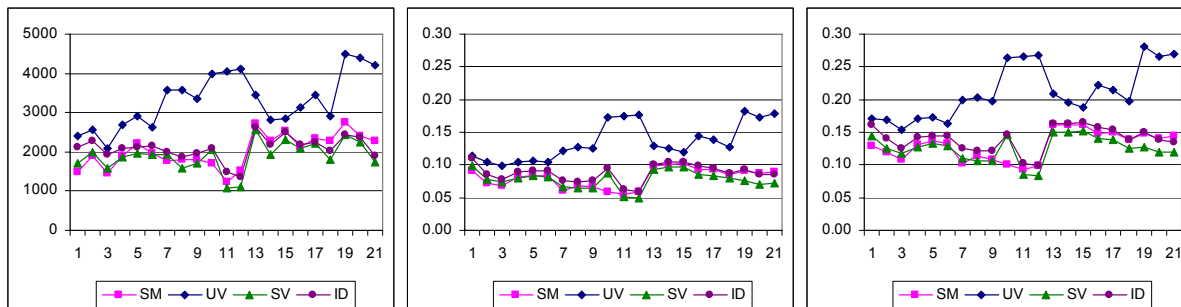
Tabela 5.17: Korelacije med metrikami v primeru vzorčenja iz enakomerne porazdelitve

	δ	selektivne moči	utežene vsote	povprečni veto	indeksi dominance
najpomembnejši kriterij : Kemeny-Snellova razdalja	0.1	0.479	0.956	0.580	0.725
	0.2	0.783	0.923	0.669	0.802
	0.3	0.858	0.877	0.758	0.869
	0.4	0.883	0.876	0.800	0.882
najpomembnejši kriterij : utežena razdalja	0.1	0.661	0.968	0.699	0.774
	0.2	0.872	0.948	0.777	0.864
	0.3	0.916	0.919	0.836	0.915
	0.4	0.930	0.918	0.865	0.925
Kemeny-Snellova razdalja : utežena razdalja	0.1	0.950	0.998	0.973	0.990
	0.2	0.981	0.996	0.978	0.987
	0.3	0.989	0.994	0.986	0.991
	0.4	0.992	0.994	0.989	0.993

Na sliki 5.59 in v tabeli T.51 so v grafični ter numerični obliki predstavljena razhajanja, ki se pojavijo v ordinalnih vrstnih redih kriterijev, izpeljanih z različnimi pristopi – selektivnimi močmi, uteženimi vsotami, stopnjami veta in indeksi dominance –, v primeru zmernih simetričnih sprememb matrike veta, črpanih iz enakomerne verjetnostne porazdelitve na intervalu $[-0.2, 0.2]$. Opaziti je naslednje:

- za vse metode izpeljave uteži, vse metrike ordinalnih razhajanj in vse eksperimentalne kombinacije so razhajanja večja kot pri majhnih, iz intervala $[-0.1, 0.1]$ vzorčenih spremembah matrike veta, kar je povsem smiselno, kajti robustnost odločitve mora biti obratnosorazmerna z odstopanji v preferenčnih podatkih;
- bolj robustne metode se približujejo manj robustnim uteženim vsotam;
- tako kot pri spremembah med $\delta_{\min} = -0.1$ in $\delta_{\max} = 0.1$ se selektivne moči, povprečne stopnje veta in indeksi dominance obnesejo približno enako;
- število variant tako kot pri $\delta_{\min} = -0.1$ in $\delta_{\max} = 0.1$ ne vpliva bistveno na razhajanja;
- normirane utežene razdalje so večje od normiranih Kemeny-Snellovih razdalj, kar kaže, da je velik delež odstopanj vezan na bolj pomembne kriterije;
- za utežene vsote velja podobna odvisnost razhajanj od eksperimentalne kombinacije kot pri vzorčenju iz intervala $[-0.1, 0.1]$, medtem ko so pri ostalih pristopih razhajanja

izrazitejša za visoke verjetnosti šibkega veta P_W , saj obstaja takrat veliko delnih indeksov neskladnosti $d_j(a_i) \in (0, 1)$, katerih naključne spremembe utegnejo dva kriterija oddaljiti tudi za nezanemarljivo stopnjo 0.4.



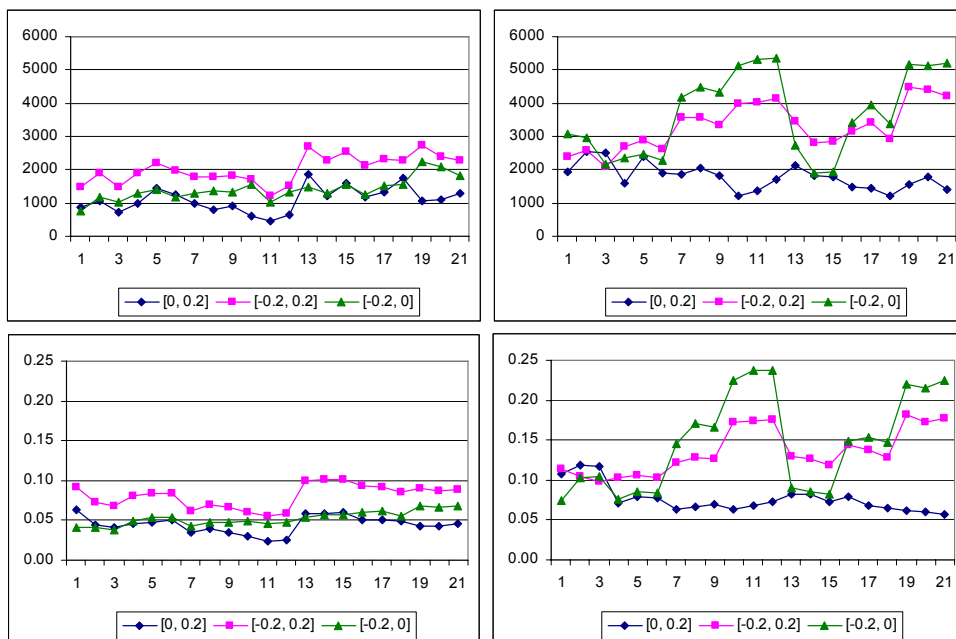
Slika 5.59: Števila razhajanj najpomembnejšega kriterija (levi graf), Kemeny-Snellove razdalje (sredinski graf) in utežene razdalje (desni graf) za $\delta_{\min} = -0.2$ in $\delta_{\max} = 0.2$

Ker so trendi razhajanj ordinalnih vrstnih redov zaradi znatne robustnosti do števila alternativ dobro razvidni iz tabelarične in grafične predstavitev vseh 21 eksperimentalnih kombinacij, na tem mestu povprečna razhajanja, ki so bila podana za $\delta_{\min} = -0.1$ in $\delta_{\max} = 0.1$, niso eksplisitno predstavljena. Za primerjavo pa slika 5.60 in tabela T.52 navajata razhajanja na podlagi negativnih oziroma pozitivnih nesimetričnih sprememb kakor tudi simetričnih sprememb, vzorčenih na intervalih $[-0.2, 0]$, $[-0.2, 0.2]$ in $[0, 0.2]$. Povsem očitno je, da so trendi glede na obe upoštevani metriki ordinalnih razhajanj enaki kot pri skromnejših spremembah, ki so odčitane iz (ne)simetričnih intervalov $[-0.1, 0]$, $[-0.1, 0.1]$ in $[0, 0.1]$.

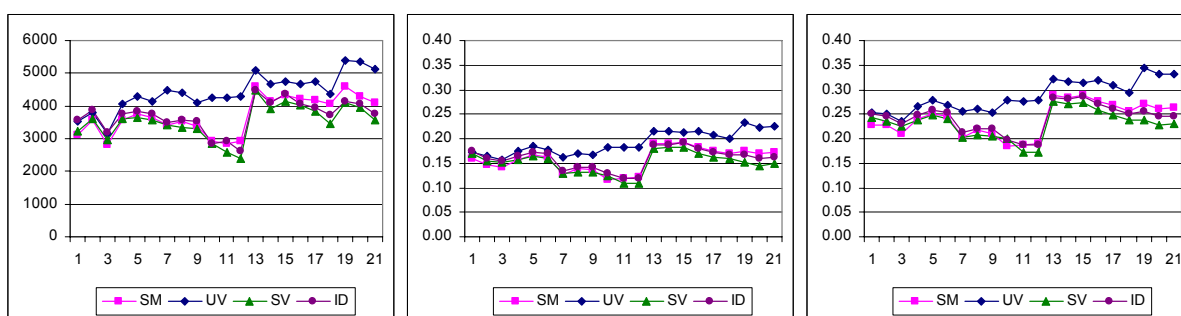
Zanimive, a vendar pričakovane rezultate navajata slika 5.61 in tabela T.53, ki prikazujeta razhajanja ordinalnih razvrstitev kriterijev za zelo velik interval možnih sprememb indeksov nesoglasja $d_j(a_i)$, zajetih v matriki veta. Upoštevani meji sta $\delta_{\min} = -0.4$ in $\delta_{\max} = 0.4$. Apliciranje so metrike razhajanj najbolj pomembnega kriterija, normiranih Kemeny-Snellovih razdalj in normiranih uteženih razdalj.

Razhajanja selektivnih moči, stopenj veta in indeksov dominance se takorekoč izenačijo z razhajanjmi uteženih vsot. To je popolnoma razumno, ker pri naključnem vzorčenju iz intervala $[-0.4, 0.4]$ ni več mogoče govoriti o majhnih spremembah. Zato robustnost ni niti zahtevana niti sprejemljiva. Nekoliko skromnejša odstopanja veljajo le za eksperimentalno kombinacijo z verjetnostima $P_W = 0.6$ in $P_S = 0.5$. Ti določata skrajno ozek interval delnega veta, katerega posledica je stroga delitev učinkov veta, ki pri naključnih spremembah ohranijo lokalno

prevlado. Če je na primer stopnja $d_f(a_i)$ iz 1 zmanjšana za maksimalno možno vrednost 0.4, stopnja $d_k(a_i)$ pa iz 0 povečana za enako maksimalno vrednost 0.4, ostane stopnja $d_f(a_i)$ še vedno večja od stopnje $d_k(a_i)$, ker je $0.6 > 0.4$. In za $P_W = 0.6$ ter $P_S = 0.5$ je večina izvornih stopenj $d_f(a_i)$ enakih bodisi 1 bodisi 0, pri čemer je razmerje med tema vrednostima okoli petdesetodstotno.



Slika 5.60: Števila razhajanj najpomembnejšega kriterija (zgoraj) in Kemeny-Snellove razdalje (spodaj) pri zmernih simetričnih in nesimetričnih spremembah matrike veta za selektivne moči (levi stolpec) in utežene vsote (desni stolpec)

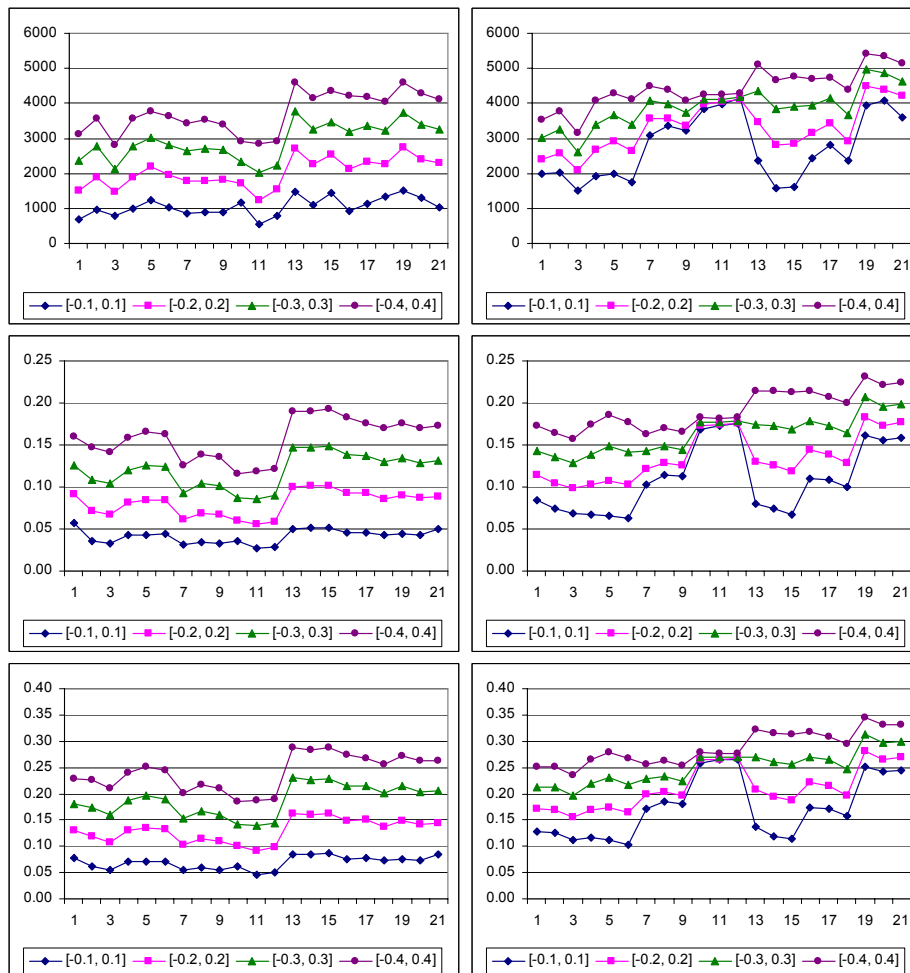


Slika 5.61: Števila razhajanj najpomembnejšega kriterija (levi graf), Kemeny-Snellove razdalje (sredinski graf) in utežene razdalje (desni graf) za $\delta_{\min} = -0.4$ in $\delta_{\max} = 0.4$

Pomembno je, da so največja razhajanja uteženih vsot za $\delta_{\min} = -0.4$ in $\delta_{\max} = 0.4$ le neznatno izrazitejša kot za $\delta_{\min} = -0.1$ in $\delta_{\max} = 0.1$, medtem ko se za ostale tri pristope vsa razhajanja izdatno povečajo. To potrjuje, da utežene vsote ne izpeljejo zanesljivih uteži. Velja namreč:

- utežene vsote so občutljive na male in velike spremembe preferenčnih informacij;
- selektivne moči, stopnje veta in indeksi dominance ne izkazujejo moteče občutljivosti na majhne, praviloma nenamerne spremembe preferenčnih informacij, hkrati pa se ustrezno odzovejo na velika in namerna odstopanja v vhodnih podatkih.

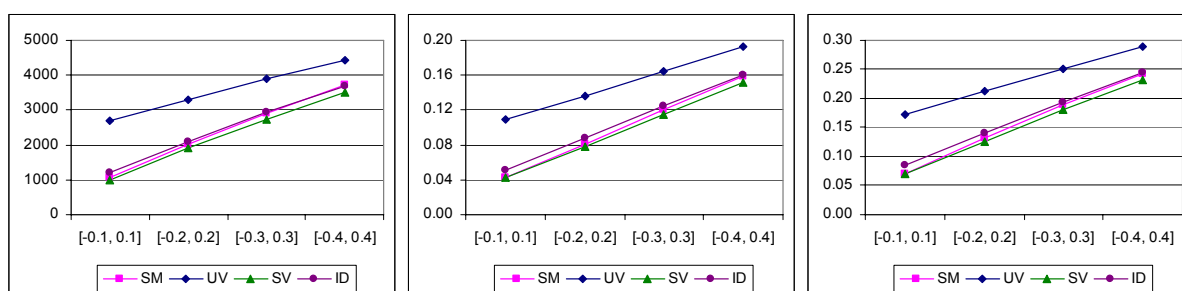
Zgornjim ugotovitvam pritrjujejo grafi na sliki 5.62, ki ponazarjajo večanje občutljivosti selektivnih moči in uteženih vsot, če se širi simetrični interval vzorčenja sprememb matrike veta. Pri selektivnih močeh je zmanjševanje robustnosti enakomerno za vse eksperimentalne kombinacije, medtem ko utežene vsote v primeru visoke verjetnosti strogega veta $P_S=0.5$ že pri malih spremembah indeksov nesoglasja $d_f(a_i)$ privedejo do izrazite nerobustnosti. Očitno je, da je ta v praksi povsem nedopustna.



Slika 5.62: Sorazmerje širjenja simetričnega intervala enakomernega vzorčenja sprememb matrike veta in večanja občutljivosti za selektivne moči (levi stolpec) in utežene vsote (desni stolpec) glede na število razhajanj najpomembnejšega kriterija (zgoraj), Kemeny-Snellovo razdaljo (na sredini) ter uteženo razdaljo (spodaj)

Rezultati meritev razhajanj konvergirajo za oba pristopa k podobnim vrednostim. Zato je povečevanje občutljivosti uteženih vsot obratnosorazmerno z začetnimi občutljivostmi, dobljenimi ob upoštevanju intervala z mejama $\delta_{\min} = -0.1$ in $\delta_{\max} = 0.1$. V splošnem je za široke intervale vzorčenja občutljivost največja, če je šibki veto zelo verjeten, torej je $P_W = 0.9$. Takrat je skoraj vsakemu indeksu nesoglasja $d_f(a_i)$ prirejena vrednost iz odprtega intervala med 0 in 1, zaradi česar lahko simetrične spremembe teh indeksov hitro in v precejšnji meri zamajajo selektivne prioritete kriterijev.

Grafi na sliki 5.63 so skladni s korelacijami v tabeli 5.17 in potrjujejo, da med tremi apliciranimi metrikami – razhajanj najpomembnejšega kriterija ter Kemeny-Snellovimi in uteženimi razdaljami – ni bistvenih odstopanj glede trenda odvisnosti od eksperimentalne kombinacije. Vendar pa rezultatov meritev ni možno primerjati v absolutnem smislu. Deleži razhajanj ordinalno najpomembnejšega kriterija namreč nakazujejo na daleč najmanjšo robustnost, medtem ko je robustnost, ki jo izpostavijo Kemeny-Snellove razdalje, približno dvakrat ugodnejša. Tako gre sklepati, da so nepomembni kriteriji precej neobčutljivi na spremembe v matriki veta. Posledično dajejo utežene razdalje srednje rezultate, umeščene med dva ekstrema.



Slika 5.63: Korelacije med širino intervala vzorčenja sprememb matrike veta in števili razhajanj najpomembnejšega kriterija (levi graf), normiranimi Kemeny-Snellovimi razdaljami (sredinski graf) oziroma normiranimi uteženimi razdaljami (desni graf) za različne pristope izpeljave uteži

Grafi na sliki 5.63 potrjujejo domnevo o konvergenci občutljivosti. Občutljivost uteženih vsot najmočneje presega občutljivosti ostalih pristopov pri vzorčenju iz intervala $[-0.1, 0.1]$. S širjenjem intervala se ti pristopi postopno približujejo uteženim vsotam, saj imajo njihove premice večji naklon. Najbolj strma premica pripada selektivnim močem. Zato izpeljejo le-te iz vidika robustnosti najustreznejše uteži – v primeru nerelevantnih/neželenih sprememb preferenčnih informacij so odstopanja ordinalnih vrstnih redov najskromnejša, namerne spremembe preferenc pa so odražene v večji meri kot pri stopnjah veta in indeksih dominance.

Iz slike 5.63 je na jasn, vendar neformalen način razvidna tudi linearnost korelacij. Iz tega razloga so v tabeli 5.18 podani analitično izračunani koeficienti določenosti. Poleg njih so navedeni še koeficienti regresijskih premic, dobljeni z metodo najmanjših kvadratov.

Tabela 5.18: Koeficienti določenosti in koeficienti regresijskih premic

		r^2	b_1	b_0
razhajanja najpomembnejšega kriterija	selektivne moči	0.998	889.40	211.50
	utežene vsote	0.999	576.10	2146.00
	povprečni veto	0.999	840.20	192.50
	indeksi dominance	0.999	832.50	401.00
normirane Kemeny- Snellove razdalje	selektivne moči	1.000	0.0390	0.0030
	utežene vsote	0.999	0.0281	0.0802
	povprečni veto	1.000	0.0367	0.0051
	indeksi dominance	1.000	0.0363	0.0154
normirane utežene razdalje	selektivne moči	0.999	0.0574	0.0142
	utežene vsote	1.000	0.0390	0.1337
	povprečni veto	0.999	0.0544	0.0162
	indeksi dominance	0.999	0.0531	0.0327

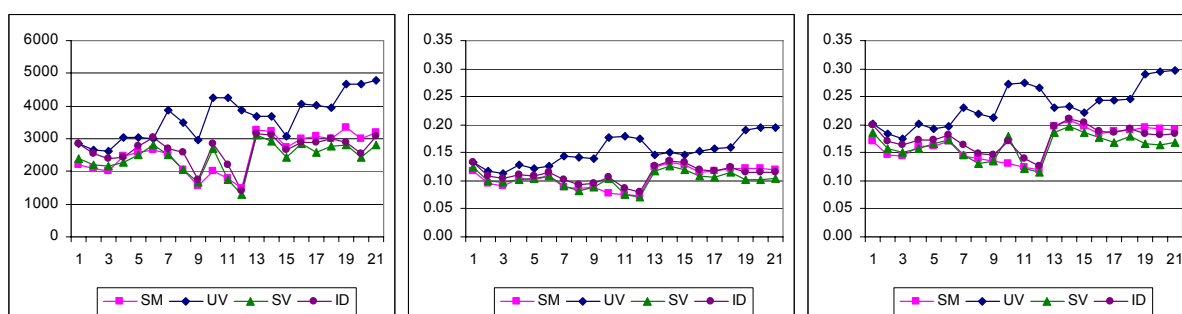
Za vse metrike in pristope k izpeljavi uteži so koeficienti določenosti r^2 med 0.998 in 1. To pomeni, da so korelacije med širino intervala enakomernega vzorčenja in povprečnimi občutljivostmi pristopov povsem ali vsaj skoraj povsem linearne. Zato je na mestu aproksimacija korelacij z linearno regresijo. Izračunana sta dva koeficienta regresijskih premic: b_1 podaja naklon posamezne premice, b_0 pa izhodiščno presečišče y -osi. Posebej zanimive so vrednosti koeficienta b_1 . Za vse tri metrike imajo najvišjo vrednost tega koeficienta selektivne moči. V povezavi z nizkimi vrednostmi b_0 to kaže, da so po eni strani neobčutljive na majhne spremembe v matriki veta in po drugi strani sposobne odražati izrazita ter praviloma namerna razhajanja vhodnih preferenčnih informacij. Ravno nasprotno pa je na podlagi koeficientov b_1 in b_0 mogoče sklepati za utežene vsote, kar je skladno s pojasnjenimi rezultati predhodnih meritev. Preostala pristopa – stopnje veta in indeksi dominance – dajeta vmesne vrednosti koeficientov b_1 in b_0 , ki se precej bolj približajo regresijskim koeficientom selektivnih moči kakor uteženih vsot.

5.2.5.2 Simetrične spremembe na osnovi normalne porazdelitve

Pri vzorčenju sprememb matrike veta iz normalne verjetnostne porazdelitve s standardnim odklonom $\sigma=0.15$ so občutljivosti uteži, izpeljanih s štirimi obravnavanimi pristopi, podobne

kot pri vzorčenju sprememb iz enakomerne verjetnostne porazdelitve na intervalu z mejama $\delta_{\min} = -0.3$ in $\delta_{\max} = 0.3$. V numerični in grafični obliki podajata rezultate meritev tabela T.54 in slika 5.64. Velja naslednje:

- za vse metrike ordinalnih razhajanj kriterijev so najmanj robustne utežene vsote, med ostalimi tremi pristopi pa ni opaziti bistvenih razlik;
- na največjo občutljivost nakazujejo razhajanja v izbiri najbolj pomembnega kriterija, najmanjšo občutljivost odražajo normirane Kemeny-Snellove razdalje, normirane utežene razdalje pa dajejo vmesne rezultate;
- občutljivost uteženih vsot je najizrazitejša pri visoki verjetnosti strogega veta $P_S = 0.5$;
- občutljivost treh razmeroma izenačenih pristopov – selektivnih moči, stopenj veta in indeksov dominance – je najbolj izrazita pri visoki verjetnosti šibkega veta $P_W = 0.9$;
- število variant nima bistvenega vpliva na občutljivost ordinalne razvrstitve kriterijev.

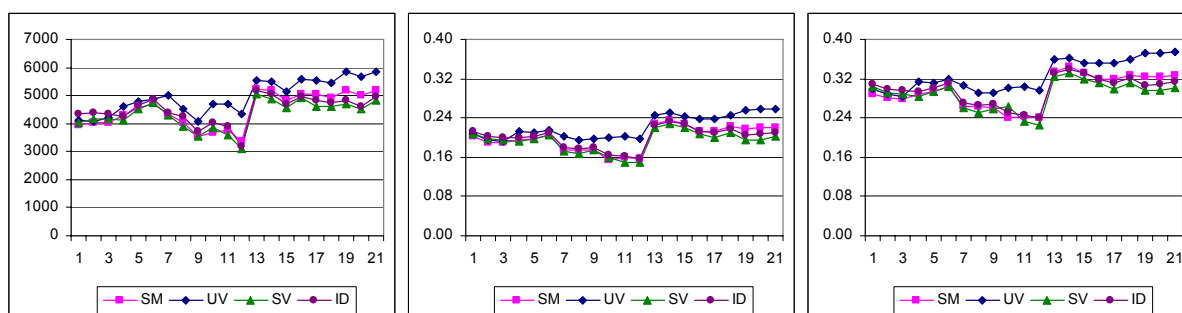


Slika 5.64: Števila razhajanj najpomembnejšega kriterija (levi graf), Kemeny-Snellove razdalje (sredinski graf) in utežene razdalje (desni graf) za $\sigma = 0.15$

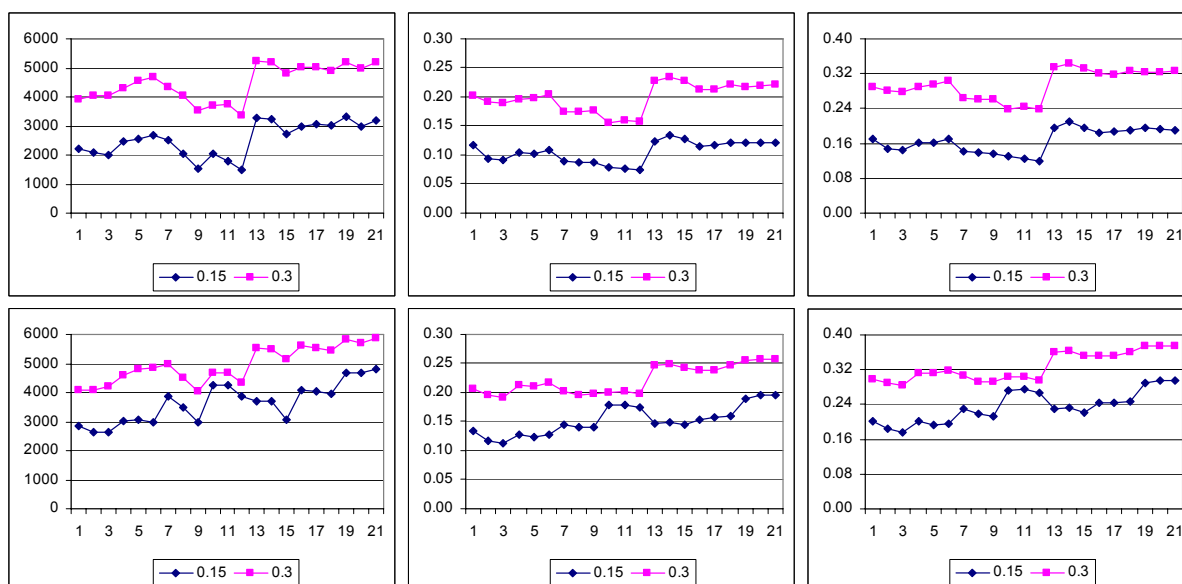
Iz rezultatov meritev, predstavljenih v tabeli T.54 in na sliki 5.64, je razvidno, da zajemanje sprememb matrike veta iz normalne porazdelitve rezultira v razmeroma majhni robustnosti in veliki poenotenosti pristopov. To je posledica širokega dejanskega intervala vzorčenja. Pri standardnem odklonu $\sigma = 0.3$ pride zato do skoraj popolnega ujemanja vseh štirih pristopov, kar navajata tabela T.55 in slika 5.65. Na ta način je še bolj nazorno kot s pomočjo enakomerne porazdelitve pokazano, da konvergirajo v kontekstu občutljivosti ordinalne razvrstitve kriterijev pri velikih spremembah matrike veta selektivne moči, stopnje veta in indeksi dominance proti uteženim vsotam.

Tudi slika 5.66 in tabela 5.19 potrjujeta, da veljajo za metode izpeljave uteži podobne lastnosti pri vzorčenju iz enakomerne kot iz normalne porazdelitve. Slika kaže, da se občutljivost s standardnim odklonom strogo večja ne glede na pristop k izpeljavi uteži, eksperimentalno

kombinacijo in aplicirano metriko. Tabela pa navaja močne korelacije trendi občutljivosti, ki so dobljeni z različnimi metrikami in so odvisni od eksperimentalnih kombinacij.



Slika 5.65: Števila razhajanj najpomembnejšega kriterija (levi graf), Kemeny-Snellrove razdalje (sredinski graf) in utežene razdalje (desni graf) za $\sigma = 0.3$



Slika 5.66: Sorazmerje večanja odklona vzorčenja iz normalne porazdelitve in večanja občutljivosti za selektivne moči (zgoraj) in utežene vsote (spodaj) glede na razhajanja najbolj pomembnega kriterija (levo) ter Kemeny-Snellovo (na sredini) in uteženo razdaljo (desno)

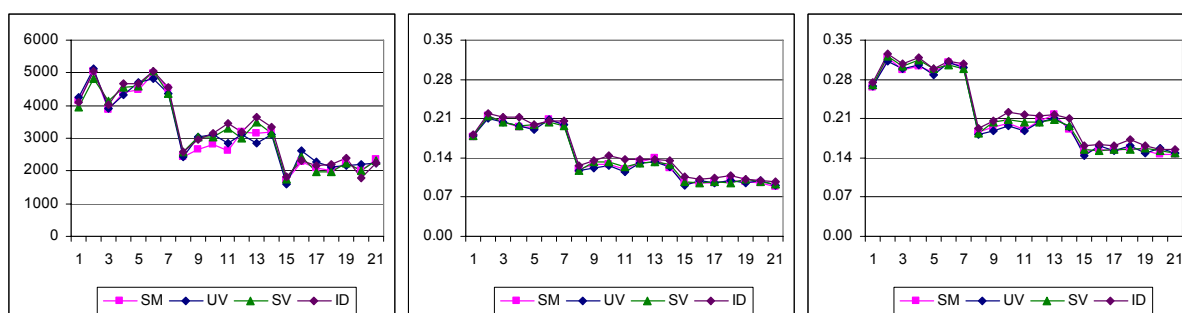
Tabela 5.19: Korelacije med metrikami v primeru vzorčenja iz normalne porazdelitve

	najpomembnejši kriterij : Kemeny-Snellova razdalja		najpomembnejši kriterij : utežena razdalja		Kemeny-Snellova razdalja : utežena razdalja	
	$\sigma = 0.15$	$\sigma = 0.30$	$\sigma = 0.15$	$\sigma = 0.30$	$\sigma = 0.15$	$\sigma = 0.30$
selektivne moči	0.875	0.901	0.930	0.938	0.988	0.994
utežene vsote	0.940	0.925	0.964	0.954	0.996	0.995
povprečni veto	0.788	0.841	0.864	0.887	0.979	0.986
indeksi dominance	0.763	0.848	0.824	0.886	0.992	0.996

5.2.6 Občutljivost na dodajanje alternativ in kriterijev

5.2.6.1 Dodajanje novih alternativ

Iz slike 5.67 in tabele T.56 je mogoče razbrati razhajanja ordinalnih vrstnih redov kriterijev za eno novo naključno generirano in dodano alternativo. Za vsako eksperimentalno kombinacijo je izmerjeno število razhajanj na 10000 poskusov simulacije ter normirana Kemeny-Snelllova in utežena razdalja. Rezultati so razporejeni glede na velikost izvorne množice alternativ.



Slika 5.67: Števila razhajanj najpomembnejšega kriterija (levi graf), Kemeny-Snelllove razdalje (sredinski graf) in utežene razdalje (desni graf) za eno novo dodano alternativo

Rezultati meritev za $l = 1$ izpričujejo naslednja dejstva:

- Med štirimi metodami za samodejno izpeljavo uteži kriterijev ni signifikantnih razlik glede občutljivosti na dodajanje novih naključno generiranih alternativ. To pomeni, da povsem nedeterministična razširitev matrike veta spremeni značilnosti odločitvene situacije, kar kliče po ustrezni prilagoditvi uteži, s katero se soočijo vsi pristopi.
- Robustnost metod raste sorazmerno z večanjem števila izvornih alternativ. To je pričakovano, ker je pri širjenju z enim stolpcem sprememba matrike z $m = 4$ stolpci relativno močnejša kot sprememba matrike, ki ima v posamezni vrstici $m = 20$ stopenj nesoglasja $d_j(a_i)$.
- Na robustnost metod ne vplivata verjetnosti šibkega in strogega veta. To potrjuje, da je ključnega pomena relativna intenzivnost odklonov v matriki.
- Razhajanja so najizrazitejša pri izbiri ordinalno najbolj pomembnega kriterija. Zato so utežene razdalje večje od Kemeny-Snelllovih.

Skoraj enak vzorec občutljivosti metod je mogoče zaslediti, če je dodana več kot ena nova varianta. To je razvidno iz tabele 5.20, ki podaja Paersonove korelacije med rezultati metrik

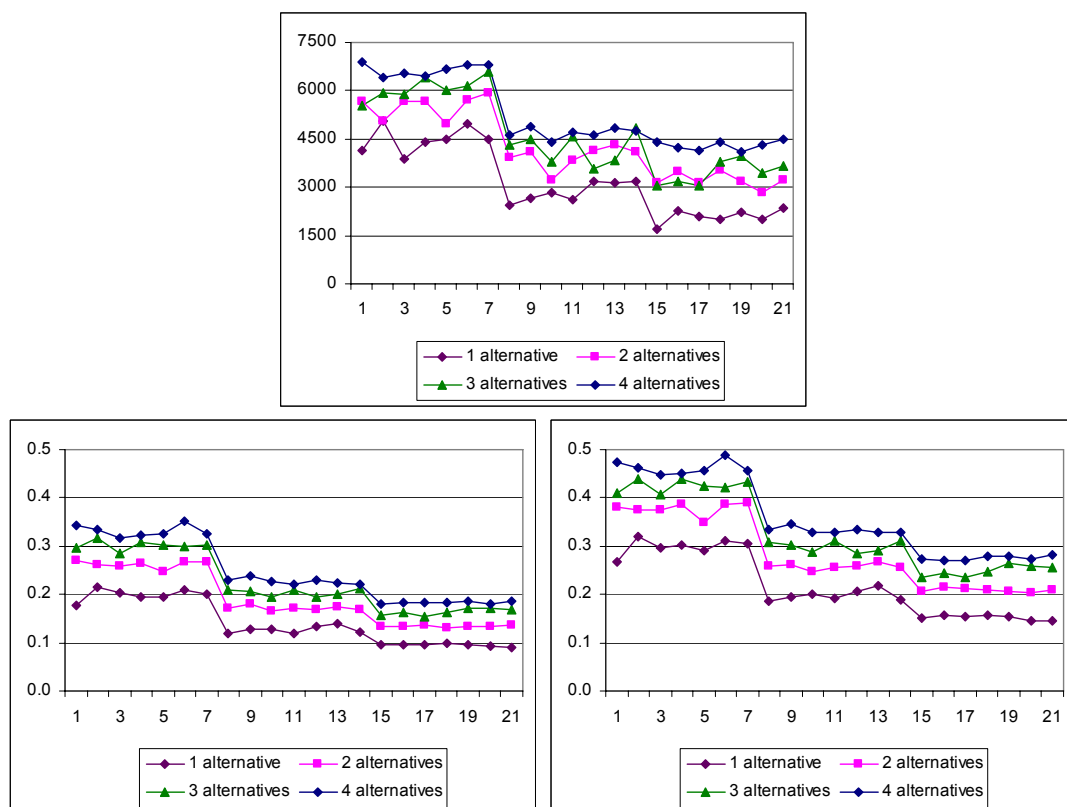
razhajanja ordinalnih vrstnih redov kriterijev, dobljenih za 21 eksperimentalnih kombinacij in za različna števila $l \in \{1, 2, 3, 4\}$. Najmanj se pri večanju števila dodanih novih alternativ l ohranja od verjetnosti nastopa veta in števila izvornih alternativ m odvisen trend izbire najbolj pomembnega kriterija. Vendar tudi pri tej metriki korelacijski koeficienti za vse metode in za vse vrednosti l presegajo prag zelo močne podobnosti 0.9. V primeru Kemeny-Snellovih in uteženih razdalj pa korelacija ne pade niti pod 0.97. To pomeni, da ugotovitve, ki veljajo za $l=1$, veljajo tudi za $l \in \{2, 3, 4\}$.

Tabela 5.20: Korelacije med vzorci občutljivosti pri povečevanju števila novih alternativ

	primerjana števila alternativ	selektivne moči	utežene vsote	povprečni veto	indeksi dominance
najbolj pomemben kriterij	1 alternativa : 2 alternativ	0.919	0.907	0.920	0.924
	2 alternativ : 3 alternativ	0.924	0.921	0.940	0.933
	3 alternativ : 4 alternativ	0.933	0.938	0.939	0.939
Kemeny-Snellova razdalja	1 alternativa : 2 alternativ	0.979	0.986	0.979	0.974
	2 alternativ : 3 alternativ	0.988	0.992	0.985	0.983
	3 alternativ : 4 alternativ	0.985	0.987	0.985	0.981
utežena razdalja	1 alternativa : 2 alternativ	0.982	0.988	0.981	0.977
	2 alternativ : 3 alternativ	0.982	0.987	0.982	0.979
	3 alternativ : 4 alternativ	0.982	0.983	0.983	0.979

Čeprav se z večanjem števila dodanih alternativ za vse metode izpeljave uteži in vse metrike razhajanj ohranja splošen trend odvisnosti občutljivosti od eksperimentalne kombinacije, to še ne pomeni, da se globalni nivo robustnosti ne spreminja. Stvarno je namreč pričakovati, da izpeljani ordinalni vrstni redi tem bolj odstopajo drug od drugega, čim bolj se širi množica neodvisnih alternativ. To kaže slika 5.68. Za selektivne moči je porast občutljivosti, merjene s Kemeny-Snellovo in uteženo razdaljo, očiten in skoraj pravilen. Po drugi strani prihaja pri razlikovanjih v izbiri najpomembnejšega kriterija do rahle nekonsistentnosti, ki pa je skladna s Paersonovimi koeficienti v tabeli 5.20 in ni tako močna, da bi ovrgla predpostavko o sorazmerju med robustnostjo in številom l . Le-ta velja tudi za utežene vsote, stopnje veta in indekse dominance, kar se ujema z rezultati iz tabel 5.20 in T.56.

Korelacije pa niso močne samo med vzorci občutljivosti, dobljenimi za različne vrednosti l , temveč so Paersonovi koeficienti visoki tudi za metrike ordinalnih razhajanj. Tabela 5.21 tako številsko potrjuje podobnosti, ki so v grafični obliki razvidne iz slike 5.67. Sploh Kemeny-Snellove in utežene razdalje se ujemajo v takšni meri, da je uporaba obeh metrik redundantna.



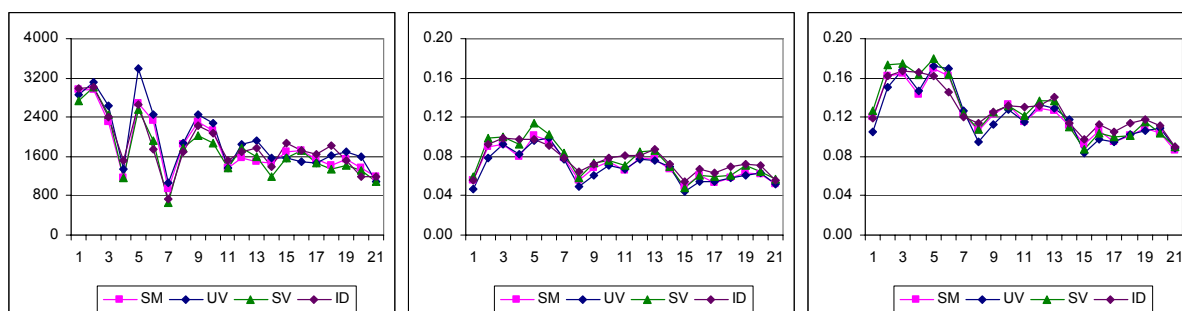
Slika 5.68: Sorazmerje večanja občutljivosti selektivnih moči s številom dodanih novih alternativ glede na razhajanja najpomembnejšega kriterija (zgoraj), Kemeny-Snellovo razdaljo (spodaj levo) in uteženo razdaljo (spodaj desno)

Tabela 5.21: Paersonove korelacije med metrikami v primeru dodajanja novih alternativ

	l	selektivne moči	utežene vsote	povprečni veto	indeksi dominance
najpomembnejši kriterij : Kemeny-Snellova razdalja	1	0.968	0.962	0.965	0.955
	2	0.967	0.956	0.971	0.969
	3	0.965	0.973	0.958	0.963
	4	0.978	0.977	0.992	0.981
najpomembnejši kriterij : utežena razdalja	1	0.974	0.964	0.972	0.969
	2	0.976	0.965	0.978	0.975
	3	0.976	0.982	0.970	0.973
	4	0.980	0.978	0.993	0.985
Kemeny-Snellova razdalja : utežena razdalja	1	0.998	0.998	0.997	0.998
	2	0.998	0.998	0.998	0.999
	3	0.998	0.999	0.998	0.998
	4	0.999	1.000	0.999	0.999

5.2.6.2 Dodajanje kopij obstoječih alternativ

Razhajanja ordinalnih vrstnih redov kriterijev, izmerjena s tremi temeljnimi metrikami pri dodajanju kopije ene obstoječe alternative, so za 21 eksperimentalnih kombinacij zbrana v tabeli T.57 in grafično prikazana na sliki 5.69. V primerjavi z dodajanjem povsem nove naključno generirane alternative so približno dvakrat manjša. To je razumljivo, ker ne pride do bistvene spremembe odločitvene situacije, temveč zgolj do podvajanja preferenčnih podatkov.



Slika 5.69: Števila razhajanj najpomembnejšega kriterija (levi graf), Kemeny-Snellove razdalje (sredinski graf) in utežene razdalje (desni graf) za eno dodano obstoječo alternativo

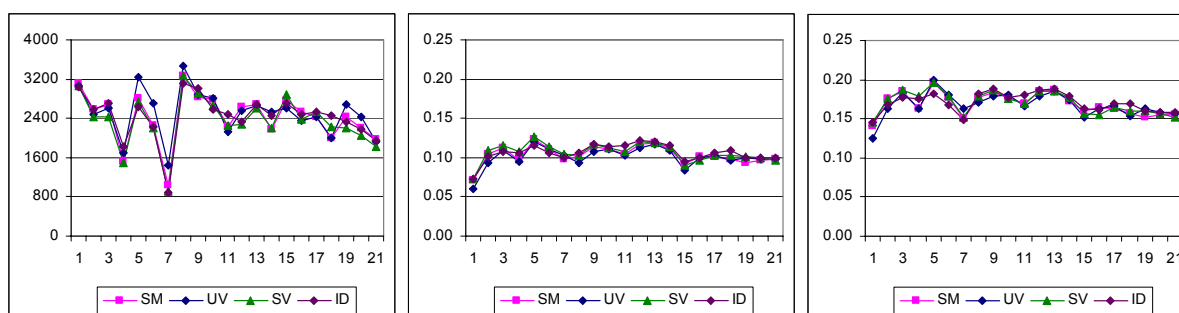
Podobno kot pri dodajanju novih alternativ je opaziti precejšnje poenotenje metod izpeljave uteži. Za štiri izvorne alternative ter verjetnosti veta $P_W=0.9$ in $P_S=0.1$ nekoliko odstopajo le utežene vsote. Pri tej eksperimentalni kombinaciji je namreč v splošnem potrebnih največ α -rezov mehke relacije veta. Ker so tisti od njih, ki so vezani na kopirano alternativo, izvor novih delnih selektivnih moči nekaterih kriterijev in ker prihaja do podvajanja informacij med rezi, lahko utežene vsote teh kriterijev občutno narastejo. To pa povzroči pogostejšo zamenjavo najbolj pomembnega kriterija. S širjenjem množice izvornih alternativ opisani učinek zbledi, saj je relativna prilagoditev matrike manj izrazita.

Za razliko od dodajanja novih alternativ je izbira najpomembnejšega kriterija odvisna od verjetnosti veta, kar je še posebej očitno pri majhnem številu izvornih variant. Če je prag P_S postavljen na 0.5, občutljivost drastično pade. Takrat ima veliko indeksov $d_j(a_i)$ vrednost 1, zato postanejo s kopiranjem alternativ že tako selektivni kriteriji še selektivnejši. Najpomembnejši med njimi se posledično skoraj vedno ohrani. Kot je razvidno iz slik 5.60 in 5.61, je ta trend prisoten tudi pri povečanem številu kopij ($2 \leq l \leq 4$). Zanimivo pa je, da visok prag P_S ne zagotovi nadpovprečne robustnosti manj pomembnih atributov, o čemer pričata Kemeny-Snellova in utežena razdalja.

Paersonovi koeficienti med vzorci občutljivosti, dobljenimi za različne eksperimentalne kombinacije in različna števila dodanih kopij alternativ, so nižji kot pri naključnem generiranju novih alternativ, a še vedno odražajo močne korelacije. Podaja jih tabela 5.22. K njihovem razumevanju pripomore tudi slika 5.70, ki kaže rezultate metrik ordinalnih razhajanj za $l=3$ kopije.

Tabela 5.22: Korelacije med vzorci občutljivosti pri povečanju števila kopij obstoječih variant

	primerjana števila alternativ	selektivne moči	utežene vsote	povprečni veto	indeksi dominance
najbolj pomemben kriterij	1 alternativa : 2 alternativ	0.768	0.751	0.790	0.760
	2 alternativ : 3 alternative	0.896	0.817	0.847	0.870
	3 alternative : 4 alternative	0.698	0.745	0.745	0.803
Kemeny-Snellova razdalja	1 alternativa : 2 alternativ	0.856	0.810	0.855	0.780
	2 alternativ : 3 alternative	0.846	0.907	0.867	0.790
	3 alternative : 4 alternative	0.816	0.847	0.820	0.864
utežena razdalja	1 alternativa : 2 alternativ	0.829	0.801	0.850	0.775
	2 alternativ : 3 alternative	0.815	0.864	0.798	0.701
	3 alternative : 4 alternative	0.712	0.730	0.727	0.779



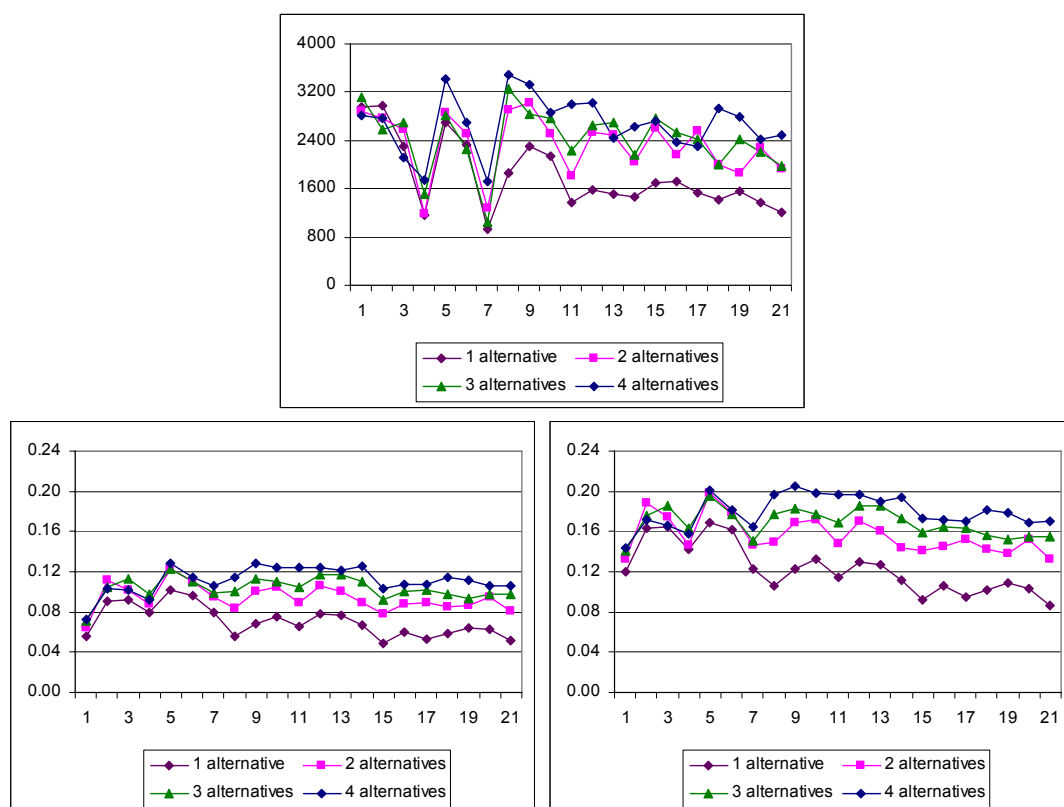
Slika 5.70: Števila razhajanj najpomembnejšega kriterija (levi graf), Kemeny-Snellove razdalje (sredinski graf) in utežene razdalje (desni graf) za tri dodane obstoječe alternative

Za $l=3$ kopije alternativ velja naslednje:

- metode izpeljave uteži so glede robustnosti zelo enotne, za $m=4$ in $P_W=0.9$ rahlo izstopajo le utežene vsote, kar je enako kot za $l=1$;
- tako kot pri $l=1$ so za $m=4$ in $P_S=0.5$ razhajanja v izbiri najpomembnejšega kriterija izrazito majhna;
- pri Kemeny-Snellovih in uteženih razdaljah občutljivost ni signifikantno odvisna niti od števila izvornih alternativ niti od verjetnosti veta, kar je drugače kot za $l=1$;

- nekoliko nižje Kemeny-Snellove in utežene razdalje za $m=4$, $P_W=0.3$ in $P_S=0.1$ so posledica malo pozitivnih stopenj $d_j(a_i)$, zaradi česar se pri kopiranju alternativ učinek veta neselektivnih kriterijev v splošnem ne spremeni, s tem pa se ohrani njihov vrstni red.

Za vse tri metrike ordinalnega razhajanja konvergira z večanjem l občutljivost proti zgornji meji, kot prikazuje slika 5.71. V primeru majhne množice izvornih alternativ povzroči močno približanje tej meji že ena sama kopirana alternativa. Relativna sprememba matrike veta je tedaj očitno takšna, da neredko zahteva ustrezno prilagoditev uteži. Slednja je v splošnem najpogostejša pri izbiri ordinalno najbolj pomembnega kriterija, saj utežene razdalje skoraj dvakrat presegajo Kemeny-Snellove. Toda nihanja rezultatov metrike števila odstopanj izbire kriterija z največjim doprinosom so kriva za šibko korelacijo z ostalima dvema metrikama, zlasti Kemeny-Snellovo. Korelacijski koeficienti so zajeti v tabeli 5.23.



Slika 5.71: Sorazmerje večanja občutljivosti selektivnih moči s številom dodanih kopij obstoječih alternativ z ozirom na razhajanja najpomembnejšega kriterija (zgoraj), Kemeny-Snellovo razdaljo (spodaj levo) in uteženo razdaljo (spodaj desno)

Tabela 5.23: Korelacije med metrikami v primeru dodajanja kopij obstoječih alternativ

	l	selektivne moči	utežene vsote	povprečni veto	indeksi dominance
najpomembnejši kriterij : Kemeny-Snellova razdalja	1	0.400	0.422	0.400	0.226
	2	0.234	0.054	0.218	-0.011
	3	0.091	0.003	-0.088	0.049
	4	0.495	0.272	0.389	0.336
najpomembnejši kriterij : utežena razdalja	1	0.599	0.605	0.585	0.486
	2	0.490	0.298	0.460	0.356
	3	0.406	0.266	0.261	0.416
	4	0.691	0.467	0.599	0.570
Kemeny-Snellova razdalja : utežena razdalja	1	0.955	0.967	0.950	0.945
	2	0.936	0.948	0.927	0.895
	3	0.913	0.935	0.882	0.893
	4	0.953	0.959	0.935	0.939

Tabela 5.24: Korelacije med razhajanjem zaradi novih variant in razhajanjem zaradi kopij variant

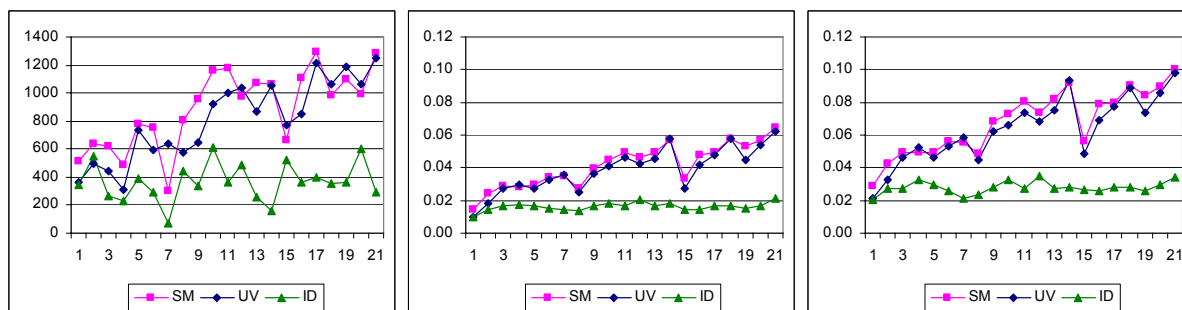
	l	selektivne moči	utežene vsote	povprečni veto	indeksi dominance
najpomembnejši kriterij	1	0.467	0.606	0.422	0.372
	2	-0.071	0.007	-0.081	-0.083
	3	-0.295	-0.092	-0.362	-0.277
	4	-0.229	-0.199	-0.179	-0.255
Kemeny-Snellova razdalja	1	0.821	0.752	0.819	0.739
	2	0.322	0.223	0.370	0.136
	3	0.063	-0.039	0.190	-0.143
	4	-0.323	-0.334	-0.208	-0.522
utežena razdalja	1	0.877	0.841	0.890	0.831
	2	0.436	0.393	0.512	0.329
	3	0.185	0.147	0.304	-0.046
	4	-0.258	-0.230	-0.112	-0.447

Četudi izpostavlja dodajanje kopij obstoječih alternativ enaki temeljni značilnosti pristopov za izpeljavo uteži kot dodajanje novih alternativ, to je poenoteno občutljivost in večanje le-te z višanjem števila l , gre vendarle za dva dovolj različna, samostojna eksperimenta, ki razkrijeta drugačne vzorce nihanja robustnosti glede na vrednosti neodvisnih spremenljivk modela. To potrjujejo korelacije med razhajanjem zaradi novih variant in razhajanjem zaradi kopij obstoječih variant, ki so zajete v tabeli 5.24. Za $l=1$ so Paersonovi koeficienti sicer razmeroma visoki, sploh za Kemeny-Snellovo in uteženo razdaljo, nato pa hitro padajo, ker se v prvem primeru ustvarja povsem nova, specifična problemska situacija, v drugem pa se zgolj kopičijo dvojniki

stopenj nesoglasja $d_j(a_i)$. Nekoliko šibkejša korelacije za $1 \leq l \leq 3$ so pri razhajnju najpomembnejšega kriterija posledica lokalnih minimumov občutljivosti, ki so vezani na visoko verjetnost strogega veta $P_S = 0.5$ in jih kažejo slike 5.69, 5.70 in 5.71.

5.2.6.3 Dodajanje kopij obstoječih kriterijev

Za metode izpeljave uteži je robustnost na dodajanje poljubno mnogo kopij obstoječih kriterijev eden bistvenih dejavnikov učinkovitosti, ker naj bi se v skladu z aksiomom neodvisnosti ohranila ordinalna razvrstitev izvornih kriterijev. Vendar ta aksiom dosledno izpolnjuje samo preprosta metoda izračuna povprečnih stopenj veta. To je ob upoštevanju Saatyevih dognanj pričakovano, saj gre za edini pristop k absolutnemu ocenjevanju, medtem ko obravnavajo ostali pristopi kriterije relativno. Stopnje veta so zato glede na dano spremenljivko od vseh tipov uteži najustreznejše. Razhajanja vrstnih redov, ki jih implicirajo, so za vse metrike, eksperimentalne kombinacije parametrov modela in poskuse simulacije natanko enaka 0. Posledično so izpuščena iz nadaljnje predstavitve in analize rezultatov meritev. Le-ti so za selektivne moči, utežene vsote in indekse dominance v kontekstu ene kopije zbrani v tabeli T.58 ter grafično prikazani na sliki 5.72.



Slika 5.72: Števila razhajanj najpomembnejšega kriterija (levi graf), Kemeny-Snellrove razdalje (sredinski graf) in utežene razdalje (desni graf) za en dodan obstoječi kriterij

Razhajanja so z ozirom na vse tri metrike znatno manjša kot pri dodajanju kopije obstoječe alternative in so tudi pri najslabših metodah – selektivnih močeh in uteženih vsotah – povsem sprejemljiva, saj pride do zamenjave najpomembnejšega kriterija v največ 13 odstotkih primerov, do odstopanj ostalih kriterijev pa še redkeje. Ti dve metodi se obneseta zelo podobno, kar pomeni, da se pojavijo bistvene razlike v uteževanju pri izračunu delnih selektivnih moči za posamezne α -reze, medtem ko agregacija le-teh nima signifikantne vloge. To je logična posledica interpretacije delne selektivne moči kriterija x_j , ki odraža preseganje najšibkejšega

kriterija glede na i -to alternativo in je zato strukturno odvisna od stopenj nesoglasja vseh ostalih kriterijev. Če je namreč dodana kopija kriterija x_j , se njegova i -ta moč zmanjša, ker sedaj obstaja identičen nov kriterij, ki prav tako z vetom izloči alternativo a_i . Dvojnika si torej razdelita izločitveni učinek in posledično medsebojno krhata svojo vrednost. To daje ostalim kriterijem možnost, da ju presežejo po vplivu.

Razhajanja ordinalnih razvrstitev kriterijev, dobljenih na osnovi selektivnih moči in uteženih vsot, se poglobljajo z večanjem števila alternativ kot tudi verjetnosti veta P_W in P_S . V obeh primerih poraste delež pozitivnih, za visok prag P_S ali velik razpon $P_W - P_S$ pa tudi (skoraj) strogih indeksov nesoglasja $d_j(a_i)$. In več kot je podvojenih visokih stopenj $d_j(a_i) \gg 0$, bolj padejo selektivnosti izvornih kriterijev. Tako se hitreje in izraziteje zamaje obstoječi ordinalni vrstni red.

Razhajanja ordinalnih vrstnih redov, ki jih implicirajo indeksi dominance, so minimalna in za metriki Kemeny-Snellove ter utežene razdalje z ozirom na 21 eksperimentalnih kombinacij skoraj konstantna. Le pri izbiri najpomembnejšega kriterija lahko dosežejo še vedno majhen šestodstotni delež. Nova vrstica in nov stolpec s členoma $\mu_B(x_{n+1}, x_j) = \mu_B(x_j, x_{n+1}) = 1$, ki kot rezultat Lukasiewitczeve implikacije odražata indifferenco med kriterijema x_j in x_{n+1} , z $2 \cdot n - 2$ kopijami obstoječih členov, ki podvajajo izvirne relacije, namreč pri uvedbi v binarno mehko matriko veta povsem ohranita začetnih n^2 relacij, saj se ne spremeni množica alternativ, na osnovi katerih so kriteriji paroma primerjani. To velja za vsak α -rez tranzitivnega zaprtja Q . Vendar pa so delne ordinalne razvrstitve, dobljene za te reze, združene v skupno šibko z algoritmom, ki upošteva oddaljenosti vseh relacij posameznega kriterija od protiideala. In za vsakega od n obstoječih kriterijev je pri ostrenju dodana ena takšna relacija. Zato se indeksi dominance spremenijo, posledica česar je drugačen končni vrstni red. Torej gre iskati krivdo za neizpolnjevanje aksioma neodvisnosti v algoritmu agregacije delnih rezultatov.

Zanimivo je, da veljajo vzorci skoraj monotonega naraščanja občutljivosti selektivnih moči in uteženih vsot ter skoraj konstantne občutljivosti indeksov dominance predvsem za metriki Kemeny-Snellove in utežene razdalje. Pri razhajanju najpomembnejšega kriterija pa je opaziti zmerna nihanja, ki rahlo zabrišejo omenjeni trend. Očitno je, da so glede na to metriko rezultati vseh metod precej odvisni od specifik eksperimentalne kombinacije in dejanske problemske situacije. To potrjujejo korelacije med ordinalnimi razhajanjem, ugotovljenimi za različne velikosti množice alternativ. Paersonovi koeficienti, zbrani v tabeli 5.25, so v sploš-

nem nizki in odražajo znatno variacijo. Iz njih je mogoče sklepati, da se ne glede na število dodanih kriterijev gibanje odvisnosti občutljivosti od verjetnosti veta spremeni, če se razširi množica alternativ. Torej vsaka eksperimentalna kombinacija povzroči samosvoje obnašanje metod. Presenetljivo nizke pa so korelacije, ki veljajo za indekse dominance pri meritvah robustnosti s Kemeny-Snellovo in uteženo razdaljo. To je posledica ekstremno majhnih nihanj, ki izvirajo izključno iz nedeterminističnosti simulacije in onemogočajo verodostojno ocenjevanje trendov s korelacijskimi študijami.

Tabela 5.25: Korelacije med ordinalnimi razhajnji za različno velike množice alternativ

l	primerjana števila alternativ	razhajanja najbolj pomembnega kriterija			normirane Kemeny- Snellove razdalje			normirane utežene razdalje		
		SM	UV	ID	SM	UV	ID	SM	UV	ID
1	4 : 12	-0.091	0.435	0.349	0.959	0.949	0.746	0.956	0.931	0.519
	4 : 20	-0.107	0.506	0.186	0.936	0.949	0.175	0.941	0.967	-0.452
	12 : 20	0.643	0.934	0.032	0.991	0.957	0.195	0.993	0.964	-0.181
2	4 : 12	-0.347	0.126	0.881	0.919	0.967	0.725	0.885	0.974	0.609
	4 : 20	-0.672	-0.016	0.297	0.934	0.954	0.688	0.891	0.928	0.721
	12 : 20	0.645	0.898	0.258	0.931	0.958	0.604	0.929	0.959	0.553
3	4 : 12	0.467	0.565	0.320	0.973	0.950	0.638	0.970	0.951	0.659
	4 : 20	0.463	0.509	0.904	0.990	0.978	0.780	0.963	0.963	0.658
	12 : 20	0.915	0.897	0.198	0.994	0.988	0.782	0.998	0.992	0.642
4	4 : 12	0.205	0.421	0.570	0.970	0.982	0.307	0.974	0.987	0.029
	4 : 20	0.400	0.502	0.680	0.983	0.970	0.701	0.975	0.977	0.541
	12 : 20	0.798	0.892	0.584	0.983	0.980	-0.034	0.986	0.985	-0.550

Podobne občutljivosti metod kot za eno dodano kopijo kriterija veljajo tudi, če je narejenih več kopij. Korelacije, ki so podane v tabeli 5.26, so najšibkejšje med razhajnji v izbiri najbolj pomembnega kriterija, kar je skladno s Paersonovimi koeficienti iz tabele 5.25, in pri indeksih dominance, kar je posledica majhne in skorajda konstantne občutljivosti, zaradi katere že minimalna nihanja povzročijo spremembo trenda. Zelo močne korelacije pa za selektivne moči in utežene vsote izkazujejo Kemeny-Snellove in utežene razdalje. To pomeni, da tudi za $l \in \{2, 3, 4\}$ občutljivost narašča z verjetnostjo veta, določeno s pragovoma P_W in P_S , ter s številom variant m . Izstopajoče lastnosti najpomembnejšega kriterija in indeksov dominance prav tako potrjuje tabela 5.27, v kateri so zbrane korelacije med metrikami.

Tabela 5.26: Korelacije med vzorci občutljivosti pri večanju števila kopij obstoječih kriterijev

	primerjana števila kriterijev	selektivne moči	utežene vsote	indeksi dominance
najpomembnejši kriterij	1 kriterij : 2 kriterija	0.807	0.846	0.502
	2 kriterija : 3 kriteriji	0.906	0.861	0.500
	3 kriteriji : 4 kriteriji	0.936	0.873	0.731
Kemeny-Snellova razdalja	1 kriterij : 2 kriterija	0.964	0.968	0.845
	2 kriterija : 3 kriteriji	0.975	0.981	0.862
	3 kriteriji : 4 kriteriji	0.988	0.986	0.883
utežena razdalja	1 kriterij : 2 kriterija	0.957	0.962	0.717
	2 kriterija : 3 kriteriji	0.978	0.981	0.825
	3 kriteriji : 4 kriteriji	0.985	0.986	0.847

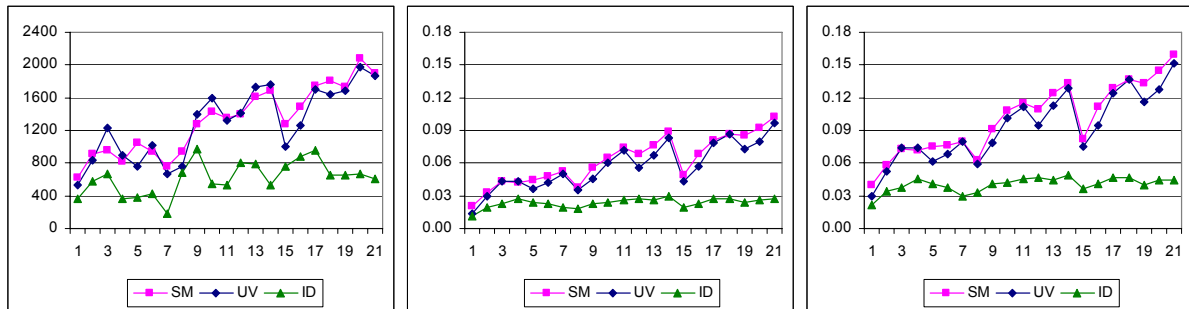
Tabela 5.27: Korelacije med metrikami v primeru dodajanja kopij obstoječih kriterijev

	l	selektivne moči	utežene vsote	indeksi dominance
najpomembnejši kriterij : Kemeny-Snellova razdalja	1	0.803	0.862	0.033
	2	0.866	0.894	0.189
	3	0.943	0.890	0.275
	4	0.903	0.908	0.334
najpomembnejši kriterij : utežena razdalja	1	0.825	0.857	0.288
	2	0.890	0.916	0.444
	3	0.958	0.909	0.422
	4	0.922	0.925	0.556
Kemeny-Snellova razdalja : utežena razdalja	1	0.997	0.998	0.917
	2	0.997	0.997	0.929
	3	0.997	0.998	0.970
	4	0.997	0.998	0.952

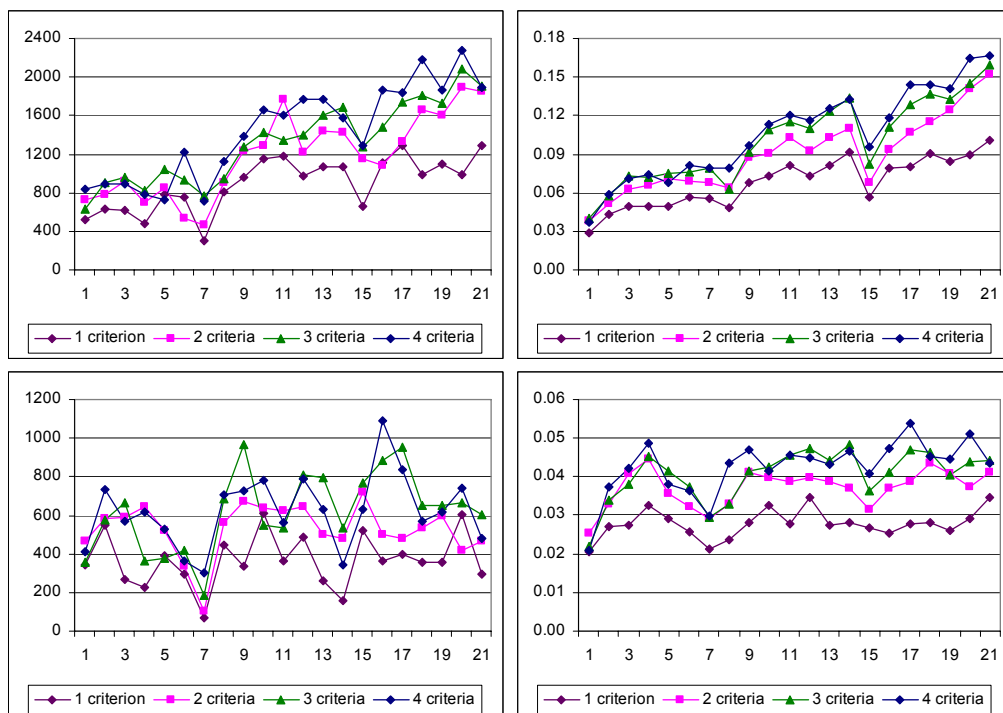
Slika 5.73 grafično ponazarja večino ugotovitev na osnovi študije korelacij. Za $l=3$ kopije obstoječih kriterijev velja naslednje:

- tako kot za $l=1$ izkazujejo selektivne moči in utežene vsote skoraj enako občutljivost, medtem ko so indeksi dominance zelo robustni;
- tako kot za $l=1$ občutljivost selektivnih moči in uteženih vsot narašča z vrednostmi m , P_W in P_S , občutljivost indeksov dominance pa ostaja približno konstantna;
- pri razhajanju najpomembnejšega kriterija je opaziti nihanja, ki so odvisna od eksperimentalne kombinacije, vendar so manjša kakor pri eni dodani kopiji;
- Kemeny-Snellove in utežene razdalje rezultirajo v podobnih vzorcih občutljivosti, razhajanja najpomembnejšega kriterija pa so nekoliko bolj specifična;

- razhajanja ordinalnih razvrstitev dveh najboljčutljivejših pristopov so sprejemljiva, ker pri izbiri kriterija z največjo utežjo ne presegajo dvajsetodstotnega deleža, glede na Kemeny-Snellovo metriko pa so še skromnejša;
- razhajanja ordinalnih vrstnih redov so izrazitejša kot za $l = 1$.



Slika 5.73: Števila razhajanj najpomembnejšega kriterija (levi graf), Kemeny-Snellove razdalje (sredinski graf) in utežene razdalje (desni graf) za tri dodane obstoječe kriterije



Slika 5.74: Sorazmerje večanja občutljivosti selektivnih moči (zgoraj) in indeksov dominanc (spodaj) s številom dodanih kopij obstoječih kriterijev glede na razhajanja najpomembnejšega kriterija (levo) in uteženo razdaljo (desno)

Kot je razvidno iz slike 5.74, se z dodajanjem kopij kriterijev razhajanja med ordinalnimi vrstnimi redi večajo. V splošnem so tem izrazitejša, čim višja je vrednost l , vendar je prirast z

vsako naslednjo iteracijo manjši. To pomeni, da občutljivost konvergira proti neki zgornji meji. Iskanje le-te je lahko predmet nadaljnjih raziskav. Konvergenca je očitna predvsem pri izmerjenih uteženih razdaljah, medtem ko jo v primeru izbire najpomembnejšega kriterija v določeni meri preprečujejo delno nekonsistentna nihanja, ugotovljena in pojasnjena na osnovi korelacij v tabeli 5.25. Zanimivo je, da je pri selektivnih močeh prirast manjši za $m = 4$ kakor za $m = 12$ ali $m = 20$ alternativ. Razlog za to je velika verjetnost podvajanja večine kriterijev, zaradi česar ostane le malo kriterijev takih, da se zavoljo medsebojnega izločevanja ne skrha njihova selektivnost in lahko posledično nadvladajo prej močnejše kriterije.

Na sliki 5.74 niso prikazana razhajanja razvrstitev kriterijev na osnovi uteženih vsot, saj so takorekoč identična razhajanjem, ki veljajo za selektivne moči. Prav tako ni zajeta Kemeny-Snellova metrika, ker daje enak vzorec rezultatov kot metrika utežene razdalje. Korelacije med njima, navedene v tabeli 5.27, so za različne l namreč kar od 0.997 do 0.998.

5.2.7 Potrditev hipotez

Analiza statističnih rezultatov simulacije, opravljena v podpoglavjih 5.2.1 do 5.2.6, je izčrpna. Zbrani in obravnavani podatki potrjujejo vseh dvanajst postavljenih hipotez. Preslikavo med interpretacijo in posameznimi hipotezami podaja tabela 5.28.

Tabela 5.28: Preslikava med analizo statističnih rezultatov in hipotezami $H_{2,1}$ do $H_{2,12}$

<i>Hipoteza</i>	<i>Podpoglavje</i>	<i>Kratka utemeljitev</i>
$H_{2,1}$	5.2.1 do 5.2.3	S pretvorbo kardinalnih informacij v ordinalni vrstni red je izničen vpliv problemske situacije na indekse dominanc.
$H_{2,2}$	5.2.1 do 5.2.3	Selektivne moči, utežene vsote in povprečne stopnje veta so odvisne od števila alternativ in verjetnosti veta.
$H_{2,3}$	5.2.1.3, 5.2.2.3 in 5.2.3.3	Ne glede na problemsko situacijo so selektivne moči največ tako razločevalne kot uteži ROC in vsaj tako razločevalne kot uteži RS. Indeksi dominanc imajo vselej podobno razločevalnost kot uteži RS.
$H_{2,4}$	5.2.1.5	Razmerje med kardinalnima utežema najbolj in najmanj pomembnega kriterija nikdar ne preseže dovoljene meje 75.

<i>Hipoteza</i>	<i>Podpoglavje</i>	<i>Kratka utemeljitev</i>
$H_{2.5}$	5.2.1 in 5.2.2	Ne glede na uporabljeno metodo izpeljave so uteži opisane z rahlo konkavno-konveksno krivuljo s prevojem pri srednje pomembnem kriteriju. Krivulja se približuje linearnemu predpisu, ki naj bi odražal splošne človeške presojevalne vzorce (Doyle idr., 1997). V krivulji ni odstopanj in anomalij.
$H_{2.6}$	5.2.3	Selektivne moči in utežene vsote, ki temeljijo na relativnih primerjavah kriterijev, pripišejo veliko pomembnost kriterijem z izstopajočim vplivom na alternative.
$H_{2.7}$	5.2.3	Indeksi dominance in povprečne stopnje veta, ki temeljijo na absolutnih meritvah, ne razpoznajo izstopajočih kriterijev, zaradi česar jih utežujejo na enak način kot ostale kriterije.
$H_{2.8}$	5.6.3	Indeksi dominance, ki temeljijo na absolutnih meritvah, so skoraj popolnoma neobčutljivi na dodajanje kopij obstoječih kriterijev. Razlog je neodvisnost le-teh.
$H_{2.9}$	5.6.3	Metode, ki temeljijo na relativnih meritvah, so zaradi odvisnosti kriterijev občutljive na njihovo kopiranje, vendar se razhajanja z ozirom na eksperimentalno kombinacijo gibljejo v dopustnem intervalu dveh do štirinajstih odstotkov.
$H_{2.10}$	5.6.1 in 5.6.2	Ne glede na uporabljeno metodo izpeljave uteži rezultira dodajanje novih ali kopij obstoječih alternativ v znatnih spremembah ordinalnega vrstnega reda kriterijev, še posebej pri določitvi najpomembnejšega kriterija.
$H_{2.11}$	5.2.5	Zaznati je zadovoljivo neobčutljivost selektivnih moči in indeksov dominance na majhne spremembe v matriki stopenj veta. Z večanjem odklonov se občutljivost linearno veča, kar je zaželeno obnašanje, saj ima metoda izpeljave uteži tedaj oprava s povsem drugačno problemsko situacijo.
$H_{2.12}$	5.2.4	Metode izpeljave uteži, ki so si podobne po kardinalnih značilnostih, so si podobne tudi po ordinalnih značilnostih.

5.3 Značilnosti operatorjev preslikave v matriko parnih primerjav

5.3.1 Konsistentnost presoj

Hipoteza $H_{3,1}$:

Matrike parnih primerjav, ki so generirane z linearno preslikavo, imajo sprejemljivo stopnjo konsistentnosti, ker ohranijo tranzitivnost ordinalnih razvrstitev kriterijev.

Rezultati statističnih eksperimentov, ki so povzeti v tabeli 5.29, kažejo, da so stopnje nekon-sistentnosti z linearno funkcijo generiranih matrik parnih primerjav precej nizke. V nobenem od 40000 poskusov simulacije, vezanih na nekaj reprezentativnih kombinacij števila kriterijev in alternativ, ne presežejo mejnega praga $CR=0.1$. Porazdelitev izmerjenih vrednosti okoli povprečja se sicer giblje v spodnjem delu intervala $[0, 0.1]$, kar nekoliko otežuje identifikacijo tistih sprememb presoj, ki so najugodnejše za izboljšavo veljavnosti in skladnosti odločitev, ter posledično ovira tvorbo novega znanja, ki je potrebno za ostrenje preferenc. Vendar je slednje v določeni meri še vedno mogoče.

Tabela 5.29: Nekonsistentnost matrik parnih primerjav, generiranih z linearnim predpisom

	$m = 6, n = 6$	$m = 8, n = 6$	$m = 4, n = 10$	$m = 30, n = 10$
povprečje	0.0106	0.0104	0.0112	0.0106
standardni odklon	0.0050	0.0050	0.0032	0.0030
maksimum	0.0309	0.0268	0.0236	0.0146

Eksperimenti dokazujejo, da operator linearne preslikave selektivnih moči v matriko parnih primerjav skladno s koncepti metode AHP ohrani ordinalno tranzitivnost presoj, z večanjem števil m in n pa izboljšuje tudi kardinalno tranzitivnost. Ker istočasno ne preprečuje povsem poglobljanja in širjenja znanja o problemski situaciji, je mogoče zaključiti, da zagotavlja ustrezno predstavitev presoj. S tem je hipoteza $H_{3,1}$ potrjena.

6.3.2 Bogatost razločevalnih informacij

Hipoteza $H_{3,2}$:

Matrike parnih primerjav, ki so generirane z linearno preslikavo, ohranijo izvirne informacije in hkrati povečajo doprinos kriterijev s šibkim učinkom veta.

Hipoteza $H_{3,3}$:

Informacije izginjajo, če so matrike parnih primerjav generirane z eksponentno funkcijo.

Definirani operatorji, ki preslikajo selektivne moči v razmerja uteži kriterijev, so primerjani na osnovi uteži, izpeljanih iz nespremenjenih samodejno generiranih AHP matrik. V tabeli 5.30 so tako zbrane izmerjene razdalje med selektivnimi močmi in vektorji uteži, dobljenimi s tremi tipi preslikav za osem kriterijev in naključno mnogo alternativ. Upoštevane so naslednje oddaljenosti:

- povprečna razdalja med elementi dveh primerjanih vektorjev;
- povprečna razdalja dveh izmed n istoležnih elementov, ki se najbolj razlikujeta;
- največja razdalja dveh elementov z istim indeksom glede na vse poskuse simulacije.

Tabela 5.30: Razdalje med vektorji selektivnih moči in vektorji uteži

	povprečje	povprečni maksimum	maksimum
linearna funkcija, klasična lestvica od 1 do 9	0.0149	0.0466	0.3143
linearna funkcija, multiplikativni AHP	0.0214	0.0828	0.4075
eksponentna funkcija	0.0392	0.1120	0.4698

Kot je razvidno iz tabele 5.30, rezultira matrika, ki je generirana z linearno funkcijo, v utežeh kriterijev, ki ne odstopajo bistveno od selektivnih moči. To je posebej očitno za metodo izpeljave uteži, vezano na problem glavnega desnega lastnega vektorja, v malo manjši meri pa tudi za multiplikativni AHP. Po drugi strani povzroči eksponentni operator zmerne spremembe koeficientov relativne pomembnosti kriterijev. Navedene ugotovitve potrjuje tabela 5.31.

Tabela 5.31: Razponi koeficientov relativne pomembnosti kriterijev

		selektivne moči	linearna funkcija	multiplikativni AHP	eksponentna funkcija
razpon	povprečje	0.1851	0.1717	0.2142	0.0603
	odklon	0.0528	0.0458	0.0818	0.0452
minimum	povprečje	0.0439	0.0634	0.0557	0.1010
	odklon	0.0219	0.0121	0.0155	0.0186
maksimum	povprečje	0.2291	0.2351	0.2699	0.1614
	odklon	0.0392	0.0405	0.0731	0.0368
asimetrija	povprečje	0.2125	0.7099	0.8746	0.3422
	odklon	0.5852	0.6053	0.6917	1.3343
odklon od povprečja		0.0580	0.0549	0.0683	0.0232

Razponi vektorjev uteži, generiranih na podlagi linearnega transformacijskega operatorja, so podobni razponom selektivnih moči. Velikost intervala je pri klasični lestvici od 1 do 9 in metodi iskanja glavnega lastnega vektorja približno enaka, pri multiplikativnem AHP pa nekoliko večja. To pomeni, da je bogatost razločevalnih preferenčnih informacij ohranjena, kar potrjujejo tudi odkloni, ki kažejo, da niti v najneugodnejših situacijah ne pride do bistvenih odstopanj. Temeljna razlika je, da sta minimalna in maksimalna vrednost pomaknjeni proti desni. Najnižja kriterijska utež je torej višja od najnižje selektivne moči. Seveda gre za bistveno prednost, kajti kriteriju brez učinka veta ni prirejen koeficient pomembnosti 0, kot to velja za selektivne moči. Uteževanje šibkih kriterijev je posebej ugodno v kontekstu linearne preslikave, ki rezultira v najvišji povprečni minimalni uteži in hkrati tudi v najskromnejši razpršitvi dejanskih vrednosti okoli nje. Multiplikativni AHP je nekoliko nestabilen, vendar se še vedno obnese boljše kakor selektivne moči.

Na podlagi izmerjenih in interpretiranih rezultatov iz tabel 5.30 in 5.31 je v celoti potrjena hipoteza $H_{3,2}$. Iste meritve potrjujejo tudi hipotezo $H_{3,3}$. Intervali uteži, izpeljani v skladu z eksponentno funkcijo, so zelo ozki, konkretno kar približno trikrat bolj kot pri ostalih pristopih. Pride do poenotenja uteži, ker se le-te za manj pomembne kriterije občutno povečajo, za zelo pomembne pa znižajo. Na ta način prekomerno izgineva bogatost informacij, ki jih nosijo selektivne moči.

Zanimive rezultate dajejo v tabeli 5.31 zbrani indeksi asimetrije porazdelitev koeficientov pomembnosti kriterijev. Vektorji selektivnih moči so bolj simetrični kakor vektorji uteži. V primeru uporabe linearne funkcije so uteži povečini razporejene desno od povprečja, manjšina izstopajočih višjih vrednosti pa levo. Toda to ne predstavlja slabosti, saj ni naravno, da bi bili v praksi vedno soočeni s popolnoma simetričnimi porazdelitvami uteži relativne pomembnosti kriterijev. Precej bolj običajno je, da odločevalec izbere nekaj glavnih kriterijev z izrazitim doprinosom. Poleg tega so srednje izmerjene vrednosti indeksov nesimetrije zmerne. Le pri eksponentni funkciji se pojavi znaten odklon od povprečja. To je posledica poudarjene enakovrednosti kriterijev, zaradi katere lahko že majhne spremembe porušijo ravnovesje.

Možno je torej trditi, da linearni operator preslikave v AHP matriko parnih primerjav ohrani ali celo poveča bogatost informacij selektivnih moči. Na drugi strani ob aplikaciji eksponentnega operatorja informacije izginjajo. Zato omogoča rahla nekonsistentnost boljše in bržkone pravilnejše presoje kot prisiljena konsistentnost. Vendar pa je lahko eksponentna funkcija

smotno uporabljena v situacijah, ko želi odločevalec poudariti vpliv nekaj res pomembnih kriterijev, preostale pa poenotiti.

6.3.3 Ekstremnost uteži

Hipoteza $H_{3,4}$:

Ne glede na uporabljeni operator preslikave so uteži, izpeljane iz matrike parnih primerjav, manj ekstremne kakor izvirne uteži.

Hipotezo $H_{3,4}$ potrjujejo izračunana razmerja med utežjo oziroma selektivno močjo najbolj in najmanj pomembnega kriterija, ki so zbrana v tabeli 5.32. Kot je predpostavljeno s hipotezo, vsi tipi preslikav znižajo razmerje selektivnih moči, s čimer zmanjšajo ekstremnost. Najbolj je to očitno za eksponentno funkcijo, signifikantno izboljšavo pa povzroči tudi linearna preslikava na lestvico od 1 do 9. Največje možno razmerje ni izmerjeno, s čimer ni nedvoumno zagotovljeno, da le-to nikoli ne preseže praga 75, vendar pa majhni standardni odkloni minimalnih uteži, ki so navedeni v tabeli 5.31 in so izpeljani iz z eksponentnim ali linearnim predpisom generirane AHP matrike, na upoštevanje kritične meje z veliko gotovostjo namigujejo. Glede neekstremnosti se razmeroma slabo obnese le multiplikativni AHP, ki skorajda ne prednjači pred selektivnimi močmi.

Tabela 5.32: Razmerja med povprečnima utežema najbolj in najmanj pomembnega kriterija

selektivne moči	linearna funkcija	multiplikativni AHP	eksponentna funkcija
5.2187	3.7082	4.8456	1.5980

6 Zaključek

Doktorska disertacija je prvo raziskovalno delo, ki je na avtonome integrativne pogajalske in skupinske odločitvene procese apliciralo združitveni-razdružitveni princip. V disertaciji je bil definiran izvirni mehanizem večagentnih pogajanj, ki temelji na dvokategorijskem sortiranju alternativ, konceptih psevdokriterija in prednostne relacije, izražanju osebnih presoj v obliki mehkih in holističnih informacij, metrikah konvergence skupinske odločitve, optimizacijskih algoritmičnih za ugotavljanje robustnosti, centralizirani agentni arhitekturi in modeliranju relacij med različnimi tipi preferenčnih parametrov, predvsem z namenom samodejne izpeljave uteži kriterijev na osnovi vpliva veta. Metodološke rešitve so bile ponazorjene s praktičnimi zgledi, implementirane v okolju Matlab in ovrednotene z razmeroma kompleksnim eksperimentalno-teoretičnim modelom. To je dokazalo njihovo izvedljivost, uporabnost in verodostojnost. Od triindvajsetih elementarnih hipotez so bile v celoti potrjene vse razen hipoteze $H_{1.5}$, ki je bila potrjena delno. Iz tega sledi tudi veljavnost postavljene doktorske teze.

Čeprav predstavlja disertacija zaokroženo in dokaj obsežno raziskavo, posega na področje, na katerem je odprtih veliko možnosti za nadaljnje delo. V sklopu le-tega bodo imele prednost naslednje naloge:

- Pogajalski mehanizem bo implementiran kot spletni odločitveni sistem. Tako bo postal povsem praktično uporaben.
- Metodološke rešitve bodo ovrednotene še ob upoštevanju tistih spremenljivk modela, ki jih je bilo zaradi kompleksnosti raziskave nujno izpustiti. Kot dopolnilo simulaciji bo obravnavan vidik odločevalcev, kar pomeni, da bo z odločitvenim sistemom delala množica ljudi iz prakse ali študentov, katerih odziv bo merjen na osnovi neposrednih kazalnikov poteka postopka pogajanja ter na osnovi odgovorov, ki bodo pridobljeni iz vprašalnikov in bodo odražali subjektivno zadovoljstvo z odločitvijo.
- Definirane in aplicirane bodo dodatne metrike robustnosti in tehnike vizualizacije.
- Definirani in programsko izvedeni bodo mehanizmi obdelave zgodovinskih podatkov o odločanju, ki bodo v primerih sorodnih problemskih situacij omogočali sprejemanje racionalnih odločitev brez potrebe po pogajanju.

Literatura

- Aknine, S., Pinson, S., Shakun, M. F., 2004. A multi-agent coalition formation method based on preference models. *Group Decision and Negotiation* 13 (6) 513–538.
- Aloysius, J. A., Davis, F. D., Wilson, D. D., Taylor, A. R., Kottemann, J. E., 2006. User acceptance of multi-criteria decision support systems: The impact of preference elicitation techniques. *European Journal of Operational Research* 169 (1) 273–285.
- Araz, C., Ozkarahan, I., 2007. Supplier evaluation and management system for strategic sourcing based on a new multicriteria sorting procedure. *International Journal of Production Economics* 106 (2) 585–606.
- Aull-Hyde, R., Erdogan, S., Duke, J. M., 2006. An experiment on the consistency of aggregated comparison matrices in AHP. *European Journal of Operational Research* 171 (1) 290–295.
- Bana e Costa, C. A., Ensslin, L., Corrêa, É., Vansnick, J.-C., 1999. Decision support systems in action: Integrated application in a multicriteria decision aid process. *European Journal of Operational Research* 113 (2) 315–335.
- Bana e Costa, C. A., Vansnick, J.-C., 1997. Applications of the MACBETH approach in the framework of an additive aggregation model. *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis* 6 (2) 107–114.
- Bandler, W., Kohout, L. J., 1997. On the universality of the triangle superproduct and the square product of relations. *International Journal of General Systems* 25 (4) 399–403.
- Banuelas, R., Antony, J., 2007. Application of stochastic analytic hierarchy process within a domestic appliance manufacturer. *Journal of the Operational Research Society* 58 (1) 29–38.
- Barlas, S., 2003. When choices give in to temptations: Explaining the disagreement among importance measures. *Organizational Behavior and Human Decision Processes* 91 (2) 310–321.
- Barzilai, J., Golani, B., 1992. An axiomatic framework for aggregating weights and weight-ratio matrices. V: *Proceedings of the 2nd International Symposium on the Analytic Hierarchy Process*, str. 59–70.
- Belacel, N., 2000. Multicriteria assignment method PROAFTN: Methodology and medical application. *European Journal of Operational Research* 125 (1) 175–183.
- Benbunan-Fich, R., Hiltz, S., Turoff, M., 2002. A comparative content analysis of face-to-face vs. asynchronous group decision making. *Decision Support Systems* 34 (4) 457–469.
- Ben Khélifa, S., Martel, J.-M., 2001. A distance-based collective weak ordering. *Group Decision and Negotiation* 10 (4) 317–329.

- Beton, V., Gear, T., 1983. On a shortcoming of Saaty's method of analytic hierarchies. *Omega* 11 (3) 228–230.
- Beuthe, M., Scannella, G., 2001. Comparative analysis of UTA multicriteria methods. *European Journal of Operational Research* 130 (2) 246–262.
- Beynon, M. J., 2002. An investigation of the role of scale values in the DS/AHP method of multi-criteria decision making. *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis* 11 (6) 327–343.
- Bichler, M., Kersten, G., Strecker, S., 2003. Towards a structured design of electronic negotiations. *Group Decision and Negotiation* 12 (4) 311–335.
- Birnbaum, M. H., Patton, J. N., Lott, M. K., 1999. Evidence against rank-dependent utility theories: Tests of cumulative independence, interval independence, stochastic dominance, and transitivity. *Organizational Behavior and Human Decision Processes* 77 (1) 44–83.
- Bisdorff, R., 2000. Logical foundation of fuzzy preferential systems with application to the ELECTRE decision aid methods. *Computers & Operations Research* 27 (7–8) 673–687.
- Blaszczynski, J., Greco, S., Slowinski, R., 2007. Multi-criteria classification – A new scheme for application of dominance-based decision rules. *European Journal of Operational Research* 181 (3) 1030–1044.
- Bohanec, M., 2006. *Odločanje in modeli*. Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije, Ljubljana.
- Bohanec, M., Rajkovič, V., 1990. DEX: An expert system shell for decision support. *Sistemica* 1 (1) 145–157.
- Bohanec, M., Zupan, B., 2004. A function-decomposition method for development of hierarchical multi-attribute decision models. *Decision Support Systems* 36 (3) 215–233.
- Bolloju, N., Khalifa, M., Turban, E., 2002. Integrating knowledge management into enterprise environments for the next generation decision support. *Decision Support Systems* 33 (2) 163–176.
- Bonaccio, S., Reeve, C. L., 2006. Consideration of preference shifts due to relative attribute variability. *Organizational Behavior and Human Decision Processes* 101 (2) 200–214.
- Borda, J. C., 1981. *Memoire sur les elections au scrutin*. Histoire de l'Academie Royale de Science, Paris.
- Bottomley, P. A., Doyle, J. R., 2001. A comparison of three weight elicitation methods: Good, better, and best. *Omega* 29 (6) 553–560.
- Bottomley, P. A., Doyle, J. R., Green, R. H., 2000. Testing the reliability of weight elicitation methods: Direct rating versus point allocation. *Journal of Marketing Research* 37 (4) 508–513.
- Brans, J. P., Macharis, C., Mareschal, B., 1997. *The GDSS PROMETHEE Procedure*. STOOTW/277, V.U.B., Bruxelles.
- Brans, J. P., Mareschal, B., 1997. *Multicriteria Decision Aid. The PROMETHEE-GAIA Solution*. STOOTW/278, V.U.B., Bruxelles.

Brans, J. P., Vincke, P., 1985. A preference ranking organisation method: The PROMETHEE method for multiple criteria decision-making. *Management Science* 31 (6) 647–656.

Bregar, A., 2002. *Interaktivna podpora skupinski odločitveni analizi na temelju koncepta psevdokriterija*. Magistrska naloga. FERi Maribor.

Bregar, A., 2003. Iskanje skupinskega konsenza s sortiranjem alternativ na osnovi koncepta psevdokriterija. V: *Zbornik posvetovanja Dnevi slovenske informatike DSI 2003*, str. 395–401.

Bregar, A., 2005a. *Anketne raziskave*. Študijsko gradivo. FERi Maribor.

Bregar, A., 2005b. Extension of the aggregation/disaggregation principle to computer-guided convergent group decision-making processes. V: *Proceedings of the Joint Workshop on Decision Support Systems, Experimental Economics and e-Participation EWG DSS 2005*, str. 95–107.

Bregar, A., 2005c. Združitevno-razdružitevni pristop: nadgradnja strojnega učenja kot osnova konstruktivni specifikaciji kvantitativnih odločitvenih modelov. V: *Zbornik posvetovanja Dnevi slovenske informatike DSI 2005*, str. 151–157.

Bregar, A., Györkös, J., 2003. Semiautomatic determination of criteria weights according to veto thresholds in the case of the localized alternative sorting analysis. V: *Proceedings of the 7th International Symposium on Operational Research in Slovenia*, str. 267–274.

Bregar, A., Györkös, J., Jurič, M. B., 2007a. Cooperative multiagent negotiation based on the aggregation/disaggregation analysis. V: *Proceedings of the 10th International Multiconference Information Society IS 2007*, str. 11–14.

Bregar, A., Györkös, J., Jurič, M. B., 2007b. Vpeljava nekompenzacijskega učinka veta v večatributno funkcijo koristnosti. V: *Zbornik posvetovanja Dnevi slovenske informatike DSI 2007*.

Bregar, A., Györkös, J., Jurič, M. B., 2008a. Interactive aggregation/disaggregation dichotomic sorting procedure for group decision analysis based on the threshold model. *Informatica* 19 (2) 161–190.

Bregar, A., Györkös, J., Jurič, M. B., 2008b. Robustnost in vizualizacija odločitvenih modelov. V: *Zbornik posvetovanja Dnevi slovenske informatike DSI 2008*.

Bregar, A., Györkös, J., Rozman, I., 2003. An alternative sorting procedure for interactive group decision support based on the pseudo-criterion concept. *Journal of Systemics, Cybernetics and Informatics* 1 (4) 66–71.

Bregar, A., Jurič, M. B., 2006. Pomen odločitvenih modelov za avtomatizirana pogajanja v e-poslovanju. *Uporabna informatika* 14 (3) 134–141.

Bui, T. X., 1986. *Co-oP: A Decision Support System for Cooperative Multiple Criteria Group Decision Making*. Doktorska disertacija. New York University.

Chen, M.-F., Tzeng, G.-H., 2004. Combining grey relation and TOPSIS concepts for selecting an expatriate host country. *Mathematical and Computer Modelling* 40 (13) 1473–1490.

Chen, Y., 2006. *Multiple Criteria Decision Analysis: Classification Problems and Solutions*. Doktorska disertacija. University of Waterloo.

- Chen, Y., Kilgour, D. M., Hipel, K. W., 2006. Multiple criteria classification with an application in water resources planning. *Computers & Operations Research* 33 (11) 3301–3323.
- Chen, Y., Kilgour, D. M., Hipel, K. W., 2008. A case-based distance method for screening in multiple-criteria decision aid. *Omega* 36 (3) 373–383.
- Chiclana, F., Herrera, F., Herrera-Viedma, E., 2001. Integrating multiplicative preference relations in a multipurpose decision-making model based on fuzzy preference relations. *Fuzzy Sets and Systems* 122 (2) 277–291.
- Choudhury, A. K., Shankar, R., Tiwari, M. K., 2006. Consensus-based intelligent group decision-making model for the selection of advanced technology. *Decision Support Systems* 42 (3) 1776–1799.
- Clemen, R. T., 1996. *Making Hard Decisions*. Duxbury Press, Pacific Groove.
- Colson, G., 2000. The OR's prize winner and the software ARGOS: How a multijudge and multicriteria ranking GDSS helps a jury to attribute a scientific award. *Computers & Operations Research* 27 (7–8) 741–755.
- Colson, G., Mareschal, B., 1994. JUDGES: A descriptive group decision support system for the ranking of the items. *Decision Support Systems* 12 (4–5) 391–404.
- Condorcet, C., 1785. *Essai sur l'Application de l'Analyse a la Probabilite des Decisions Rendues a la Pluralite des Voix*, Paris.
- Cook, W. D., 2006. Distance-based and ad hoc consensus models in ordinal preference ranking. *European Journal of Operational Research* 172 (2) 369–385.
- Cook, W. D., Kress, M., Seiford, L. M., 1996. A general framework for distance-based consensus in ordinal ranking models. *European Journal of Operational Research* 96 (2) 392–397.
- Cook, W. D., Seiford, L., 1978. Priority ranking and consensus formation. *Management Science* 24 (16) 1721–1732.
- Crain, W. F., 2003. *Multiattribute Weight Determination: Elicitation and Approximation*. Doktorska disertacija. George Mason University.
- Daniel, T. E., Parco, J. E., 2005. Fair, efficient and envy-free bargaining: An experimental test of the Brams-Taylor Adjusted Winner mechanism. *Group Decision and Negotiation* 14 (3) 241–264.
- Demart, S., Dias, L. C., Mousseau, V., 2007. Supporting groups in sorting decisions: Methodology and use of a multi-criteria aggregation/disaggregation DSS. *Decision Support Systems* 43 (4) 1464–1475.
- Dias, L. C., Clímaco, J. N., 2000. ELECTRE TRI for groups with imprecise information on parameter values. *Group Decision and Negotiation* 9 (5) 355–377.
- Dias, L. C., Clímaco, J. N., 2005. Dealing with imprecise information in group multicriteria decisions: A methodology and a GDSS architecture. *European Journal of Operational Research* 160 (2) 291–307.

- Dias, L. C., Mousseau, V., 2003. IRIS: A DSS for multiple criteria sorting problems. *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis* 12 (3) 285–298.
- Dias, L. C., Mousseau, V., Figueira, J., Clímaco, J., 2002. An aggregation/disaggregation approach to obtain robust conclusions with ELECTRE TRI. *European Journal of Operational Research* 138 (2) 332–348.
- Dombi, J., Zsáros, Á., 2005. Learning multicriteria classification models from examples: Decision rules in continuous space. *European Journal of Operational Research* 160 (3) 663–675.
- Doumpos, M., Zopounidis, C., 2004a. Developing sorting models using preference disaggregation analysis: An experimental investigation. *European Journal of Operational Research* 154 (3) 585–598.
- Doumpos, M., Zopounidis, C., 2004b. Multicriteria classification approach based on pairwise comparisons. *European Journal of Operational Research* 158 (2) 378–389.
- Doyle, J. R., Green, R. H., Bottomley, P. A., 1997. Judging relative importance: Direct rating and point allocation are not equivalent. *Organizational Behavior and Decision Processes* 70 (1) 65–72.
- Dyer, R. F., Forman, E. H., 1992. Group decision support with the Analytic Hierarchy Process. *Decision Support Systems* 8 (2) 99–124.
- Dzemyda, G., Petkus, T., 2001. Application of computer network to solve the complex applied multiple criteria optimization problems. *Informatica* 12 (1) 45–60.
- Easley, R. F., Valacich, J. S., Venkataramanan, M. A., 2000. Capturing group preferences in a multi-criteria decision. *European Journal of Operational Research* 125 (1) 73–83.
- Edwards, W., Barron, F. H., 1994. SMARTS and SMARTER: Improved simple methods for multi-attribute utility measurement. *Organizational Behavior and Human Decision Processes* 60 (3) 306–325.
- Emond, E. J., Mason, D. W., 2002. A new rank correlation coefficient with application to the consensus ranking problem. *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis* 11 (1) 17–28.
- Eppel, T., 1990. *Eliciting and Reconciling Multiattribute Utility Weights*. Doktorska disertacija. University of Southern California.
- Espinasse, B., Picolet, G., Chouraqui, E., 1997. Negotiation support systems: A multi-criteria and multi-agent approach. *European Journal of Operational Research* 103 (2) 389–409.
- Eum, Y. S., Park, K. S., Kim, S. H., 2001. Establishing dominance and potential optimality in multi-criteria analysis with imprecise weight and value. *Computers & Operations Research* 28 (5) 397–409.
- Fehr-Duda, H., de Gennaro, M., Schubert, R., 2006. Gender, financial risk, and probability weights. *Theory and Decision* 60 (2–3) 283–313.
- Fernandez, E., Navarro, J., Duarte, A., 2008. Multicriteria sorting using a valued preference closeness relation. *European Journal of Operational Research* 185 (2) 673–686.

- Figueira, J., Roy, B., 2002. Determining the weights of criteria in the ELECTRE type methods with a revised Simos' procedure. *European Journal of Operational Research* 139 (2) 317–326.
- Figueira, J., Smet, Y., Brans, J. P., 2004. *MCDA Methods for Sorting and Clustering Problems: PROMETHEE TRI and PROMETHEE CLUSTER*. Université Libre de Bruxelles.
- Fischer, G. W., 1995. Range sensitivity of attribute weights in multiattribute value models. *Organizational Behavior and Human Decision Processes* 62 (3) 252–266.
- Fishburn, P. C., 1965. Analysis of decisions with incomplete knowledge of probabilities. *Operations Research* 13 (2) 217–237.
- Forman, E. H., Selly, M. A., 2001. *Decision by Objectives*. World Scientific.
- Gao, S., Wang, H., Xu, D., Wang, Y., 2007. An intelligent agent-assisted decision support system for family financial planning. *Decision Support Systems* 44 (1) 60–78.
- Georgopoulou, E., Sarafidis, Y., Diakoulaki, D., 1998. Design and implementation of a group DSS for sustaining renewable energies exploitation. *European Journal of Operational Research* 109 (3) 483–500.
- Greco, S., Predki, B., Slowinski, R., 2002. Searching for an equivalence between decision rules and concordance-discordance preference model in multicriteria choice problems. *Control and Cybernetics* 31 (4) 921–935.
- Grieger, M., 2003. Electronic marketplaces: A literature review and a call for supply chain management research. *European Journal of Operational Research* 144 (2) 280–294.
- Grigoroudis, E., Siskos, Y., 2002. Preference disaggregation for measuring and analysing customer satisfaction: The MUSA method. *European Journal of Operational Research* 143 (1) 148–170.
- Hahn, E. D., 2003. Decision making with uncertain judgments: A stochastic formulation of the Analytic Hierarchy Process. *Decision Sciences* 34 (3) 443–466.
- Hammond, K. R., Stewart, T. R., Brehmer, B., Steinmann, D., 1975. *Social Judgment Theory. V: Human Judgment and Decision Processes*. Academic, New York.
- Hämäläinen, R. P., Helenius, J., 1997. *Workbench for interactive preference programming WINPRE*. <http://www.decisionarium.hut.fi>.
- Hämäläinen, R. P., Kettunen, E., Ehtamo, H., 2001. Evaluating a framework for multi-stakeholder decision support in water resources management. *Group Decision and Negotiation* 10 (4) 331–353.
- Hämäläinen, R. P., Salo, A. A., Pöysti, K., 1992. Observations about consensus seeking in a multiple criteria environment. V: *Proceedings of the Twenty-Fifth Hawaii International Conference on System Sciences*, str. 190–198.
- Hargis, S. D., 1992. *An Infrastructure for Protracted, Large-Scale Negotiations*. Doktorska disertacija. University of Texas at Austin.
- Harte, J. M., Koele, P., 1995. A comparison of different methods for the elicitation of attribute weights: Structural modeling, process tracing, and self-reports. *Organizational Behavior and Human Decision Processes* 64 (1) 49–64.

- Herrera, F., Herrera-Viedma, E., Chiclana, F., 2001. Multiperson decision-making based on multiplicative preference relations. *European Journal of Operational Research* 129 (2) 372–385.
- Herrera-Viedma, E., Herrera, F., Chiclana, F., 2002. A consensus model for multiperson decision making with different preference structures. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics – Part A: Systems and Humans* 32 (3) 394–402.
- Hodgkin, J., Belton, V., Koulouri, A., 2005. Supporting the intelligent MCDA user: A case study in multi-person multi-criteria decision support. *European Journal of Operational Research* 160 (1) 172–189.
- Hwang, C. L., Yoon, K. L., 1981. *Multiple Attribute Decision Making: Methods and Applications*. Springer Verlag, New York.
- Ishizaka, A., Balkenborg, D., Kaplan, T., 2005. AHP does not like compromises: The role of measurement scales. V: *Proceedings of the EURO Working Group on Decision Support Systems Workshop*, str. 46–54.
- Jabeur, K., Martel, J.-M., Ben Khélifa, S., 2004. A distance-based collective preorder integrating the relative importance of the group's members. *Group Decision and Negotiation* 13 (4) 327–349.
- Jacquet-Lagrèze, E., Siskos, Y., 2001. Preference disaggregation: 20 years of MCDA experience. *European Journal of Operational Research* 130 (2) 233–245.
- Jaszkiewicz, A., Ferhat, A. B., 1999. Solving multiple criteria choice problems by interactive trichotomy segmentation. *European Journal of Operational Research* 113 (2) 271–280.
- Kaplan, M. F., Schwartz, S., 1975. *Human Judgment and Decision Processes*. Academic, New York.
- Keeney, R. L., Raiffa, H., 1976. *Decisions with Multiple Objectives: Preferences and Value Tradeoffs*. John Wiley & Sons, New York.
- Kemeny, J. G., Snell, L. J., 1962. Preference ranking: An axiomatic approach. V: *Mathematical Models in the Social Sciences*, str. 9–32.
- Kendall, M., 1948. *Rank Correlation Methods*. Charles Griffin and Company Limited, London.
- Kim, H., 2001. An XML-based modeling language for the open interchange of decision models. *Decision Support Systems* 31 (4) 429–441.
- Kim, J., 1998. Hierarchical structure of intranet functions and their relative importance: Using the analytic hierarchy process for virtual organizations. *Decision Support Systems* 23 (1) 59–74.
- Kim, J. K., Choi, S. H., 2001. A utility range-based interactive group support system for multiattribute decision making. *Computers & Operations Research* 28 (5) 485–503.
- Klir, G. J., Yuan, B., 1995. *Fuzzy Sets and Fuzzy Logic: Theory and Applications*. Prentice Hall, New York.

- Koehne, F., Schoop, M., Staskiewicz, D., 2004. Decision support in electronic negotiation systems, V: *Proceedings of the IFIP TC8 Conference on Decision Support Systems*, str. 421–429.
- Kononenko, I., 2005. *Strojno učenje*. Fakulteta za računalništvo in informatiko, Ljubljana.
- Kray, L. J., 1997. *Weighting of Attributes Hypothesis: How Perspective Relates to Preference Shifts*. Doktorska disertacija. University of Washington.
- Kwon, O. B., Sadeh, N., 2004. Applying case-based reasoning and multi-agent intelligent system to context-aware comparative shopping. *Decision Support Systems* 37 (2) 199–213.
- Lai, V. S., Wong, B. K., Cheung, W., 2002. Group decision making in a multi-criteria environment: A case using the AHP in software selection. *European Journal of Operational Research* 137 (1) 134–144.
- Larichev, O. I., Kortnev, A. V., Kochin, D., 2002. Decision support system for classification of a finite set of multicriteria alternatives. *Decision Support Systems* 33 (1) 2002.
- Lee, L. C.-H., 1996. *Negotiation Strategies and their Effect in a Model of Multi-Agent Negotiation*. Doktorska disertacija. University of Essex.
- León, O. G., 1997. On the death of SMART and the birth of GRAPA. *Organizational Behavior and Human Decision Processes* 71 (3) 249–262.
- Leyva-López, J. C., Fernández-González, E., 2003. A new method for group decision support based on ELECTRE III methodology. *European Journal of Operational Research* 148 (1) 14–27.
- Liginlal, D., Ow, T. T., 2006. Modeling attitude to risk in human decision processes: An application of fuzzy measures. *Fuzzy Sets and Systems* 157 (23) 3040–3054.
- Lomuscio, A. R., Wooldridge, M., Jennings, N., 2003. Classification scheme for negotiation in electronic commerce. *Group Decision and Negotiation* 12 (1) 31–56.
- Macharis, C., Springael, J., De Brucker, K., Verbeke, A., 2003. PROMETHEE and AHP: The design of operational synergies in multicriteria analysis. Strengthening PROMETHEE with ideas of AHP. *European Journal of Operational Research* 153 (2) 307–317.
- Mareschal, B., 1988. Weight stability intervals in the PROMETHEE multicriteria decision aid method. *European Journal of Operational Research* 33 (1) 54–64.
- Mateos, A., Jiménez, A., Ríos-Insua, S., 2003. Modelling individual and global comparisons for multi-attribute preferences. *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis* 12 (2–3) 177–190.
- Matsatsinis, N. F., Grigoroudis, E., Samaras, A. P., 2005. Aggregation and disaggregation of preferences for collective decision-making. *Group Decision and Negotiation* 14 (3) 217–232.
- Matsatsinis, N. F., Samaras, A. P., 2001. MCDA and preference disaggregation in group decision support systems. *European Journal of Operational Research* 130 (2) 414–429.
- Maystre, L. Y., Pictet, J., Simos, J., 1994. *Methodes Multicriteres ELECTRE*. Presses Polytechniques et Universitaires Romandes.
- Miettinen, K., Salminen, P., 1999. Decision-aid for discrete multiple criteria decision making problems with imprecise data. *European Journal of Operational Research* 119 (1) 50–60.

Mousseau, V., 1992. Analyse et classification de la littérature traitant de l'importance relative des critères en aide multicritère à la décision. *RAIRO Recherche Opérationnelle* 26 (3) 367–389.

Mousseau, V., Dias, L. C., 2003. Valued outranking relations in ELECTRE providing manageable disaggregation procedures. *European Journal of Operational Research* 156 (2) 467–482.

Mousseau, V., Figueira, J., Naux, J.-Ph., 2001. Using assignment examples to infer weights for ELECTRE TRI method: Some experimental results. *European Journal of Operational Research* 130 (2) 263–275.

Mousseau, V., Slowinski, R., 1998. Inferring an ELECTRE TRI model from assignment examples. *Journal of Global Optimization* 12 (2) 157–174.

Mousseau, V., Slowinski, R., Zielniewicz, P., 2000. A user-oriented implementation of the ELECTRE TRI method integrating preference elicitation support. *Computers & Operations Research* 27 (7–8) 757–777.

Mustajoki, J., Hämäläinen, R. P., 2007. Smart-Swaps – A decision support system for multicriteria decision analysis with the even swaps method. *Decision Support Systems* 44 (1) 313–325.

Neuman, W. L., 2005. *Social Research Methods: Quantitative and Qualitative Approaches*. Allyn & Bacon.

Ngo The, A., Mousseau, V., 2002. Using assignment examples to infer category limits for the ELECTRE TRI method. *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis* 11 (1) 29–43.

Olson, D. L., 2001. Comparison of three multicriteria methods to predict known outcomes. *European Journal of Operational Research* 130 (3) 576–587.

Olson, D. L., 2004. Comparison of weights in TOPSIS models. *Mathematical and Computer Modelling* 40 (7–8) 721–727.

Opričović, S., Tzeng, G.-H., 2007. Extended VIKOR method in comparison with outranking methods. *European Journal of Operational Research* 178 (2) 514–529.

Oral, M., Kettani, O., Çınar, Ü., 2001. Project evaluation and selection in a network of collaboration: A consensual disaggregation multi-criterion approach. *European Journal of Operational Research* 130 (2) 332–346.

Park, K. S., 2004. Mathematical programming models for characterizing dominance and potential optimality when multicriteria alternative values and weights are simultaneously incomplete. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics – Part A: Systems and humans* 34 (5) 601–614.

Paul, S., Haseman, W. D., Ramamurthy, K., 2004. Collective memory support and cognitive-conflict group decision-making: An experimental investigation. *Decision Support Systems* 36 (3) 261–281.

Pečjak, V., 1989. *Poti do idej: tehnike ustvarjalnega mišljenja v podjetjih, šolah in drugje*. Ljubljana.

- Peng, X., 1999. *A Decision Support System for Conflict Resolution*. Doktorska disertacija. University of Waterloo.
- Peniwati, S. K., 1996. *The Possibility Theorem for Group Decision-Making: The Analytic Hierarchy Process*. Doktorska disertacija. University of Pittsburgh.
- Peniwati, S. K., 2007. Criteria for evaluating group decision-making methods. *Mathematical and Computer Modelling* 46 (7–8) 935–947.
- Pictet, J., Bollinger, D., 2005. The silent negotiation or how to elicit collective information for group MCDA without excessive discussion. *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis* 13 (5–6) 199–211.
- Podinovski, V. V., 2002. The quantitative importance of criteria for MCDA. *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis* 11 (1) 1–15.
- Power, D. J., Sharda, R., 2007. Model-driven decision support systems: Concepts and research directions. *Decision Support Systems* 43 (3) 1044–1061.
- Pöyhönen, M., 1998. *On Attribute Weighting in Value Trees*. Doktorska disertacija. Helsingin Yliopisto.
- Pöyhönen, M., Hämäläinen, R. P., 2000. There is hope in attribute weighting. *INFOR* 38 (3) 272–282.
- Pöyhönen, M., Hämäläinen, R. P., 2001. On the convergence of multiattribute weighting methods. *European Journal of Operational Research* 129 (3) 569–585.
- Quinlan, J. R., 1993. *C4.5: Programs for Machine Learning*. Morgan Kaufman Publishers, San Mateo.
- Raiffa, H., Richardson, J., Metcalfe, D., 2002. *Negotiation Analysis: The Science and Art of Collaborative Decision Making*. Belknap Harvard University Press.
- Rardin, R. L., 2000. *Optimization in Operations Research*. Prentice Hall, Upper Saddle River.
- Rauschmayer, F., 2001. Philosophical aspects of incommensurability and incomparability. *Informatica* 12 (1) 119–132.
- Ren, Z., Anumba, C. J., 2002. Learning in multi-agent systems: A case study of construction claims negotiation. *Advanced Engineering Informatics* 16 (4) 265–275.
- Ribeiro, R. A., Marques Pereira, R. A., 2003. Generalized mixture operators using weighting functions: A comparative study with WA and OWA. *European Journal of Operational Research* 145 (2) 329–342.
- Roberts, R., Goodwin, P., 2002. Weight approximations in multi-attribute decision models. *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis* 11 (6) 291–303.
- Robertson, D. W., 2002. *A Comparison of Three Group Decision Making Strategies and their Effects on the Group Decision Making Process*. Doktorska disertacija. Virginia Polytechnic Institute and State University.
- Rogers, M., Bruen, M., 1998a. Choosing realistic values of indifference, preference and veto thresholds for use with environmental criteria within ELECTRE. *European Journal of Operational Research* 107 (3) 542–551.

- Rogers, M., Bruen, M., 1998b. A new system for weighting environmental criteria for use within ELECTRE III. *European Journal of Operational Research* 107 (3) 552–563.
- Roubens, M., 1982. Preference relations on actions and criteria in multicriteria decision making. *European Journal of Operational Research* 10 (1) 51–55.
- Roy, B., 1991. The outranking approach and the foundations of ELECTRE methods. *Theory and Decision* 31 (1) 49–73.
- Roy, B., 1996. *Multicriteria Methodology for Decision Aiding*. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht.
- Roy, B., Slowinski, R., 1993. Criterion of distance between technical programming and socio-economic priority. *RAIRO Recherche Opérationnelle* 27 (1) 45–60.
- Russell, B. H., 2000. *Social Research Methods: Qualitative and Quantitative Approaches*. Sage Publications, Thousand Oaks.
- Saaty, T. L., 1980. *The Analytic Hierarchy Process*. McGraw-Hill, New York.
- Saaty, T. L., 1987. Rank generation, preservation, and reversal in the analytic hierarchy decision process. *Journal of the Decision Sciences Institute* 18 (2).
- Saaty, T. L., 1989. Group decision making and the AHP. V: *The Analytic Hierarchy Process: Applications and Studies*. Springer Verlag, New York.
- Saaty, T. L., 1999. The seven pillars of the Analytic Hierarchy Process. V: *Proceedings of the 5th International Symposium on the Analytic Hierarchy Process*.
- Saaty, T. L., 2003. Decision-making with the AHP: Why is the principal eigenvector necessary. *European Journal of Operational Research* 145 (1) 85–91.
- Saaty, T. L., 2005. *Theory and Applications of the Analytic Network Process: Decision Making with Benefits, Opportunities, Costs, and Risks, 3rd Edition*. RWS Publications.
- Saaty, T. L., 2006. Rank from comparisons and from ratings in the analytic hierarchy/network processes. *European Journal of Operational Research* 168 (2) 557–570.
- Saaty, T. L., Ozdemir, M. S., 2003. Why the magic number seven plus or minus two. *Mathematical and Computer Modelling* 38 (3–4) 233–244.
- Salminen, P., Hokkanen, J., Lahdelma, R., 1998. Comparing multicriteria methods in the context of environmental problems. *European Journal of Operational Research* 104 (3) 485–496.
- Salo, A. A., Hämäläinen, R. P., 1992. Preference assessment by imprecise ratio statements. *Operations Research* 40 (6) 1053–1061.
- Salo, A. A., Hämäläinen, R. P., 2001. Preference ratios in multiattribute evaluation (PRIME): Elicitation and decision procedures under incomplete information. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics – Part A: Systems and Humans* 31 (6) 533–545.
- Saltelli, A., Tarantola, S., Chan, K., 1999. A role for sensitivity analysis in presenting the results from MCDA studies to decision makers. *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis* 8 (3) 139–145.

- See, T.-K., 2006. *Preference Aggregation and Conflict Modelling in Multi-Attribute Decision Making*. Doktorska disertacija. State University of New York at Buffalo.
- Shepetukha, Y., Olson, D. L., 2001. Comparative analysis of multiattribute techniques based on cardinal and ordinal inputs. *Mathematical and Computer Modelling* 34 (1–2) 229–241.
- Shiau, J.-Y., 2002. *A Formalism for Conflict Detection and Resolution in a Multi-Agent System*. Doktorska disertacija. Arizona State University.
- Shim, J. P., Warkentin, M., Courtney, J. F., Power, D. J., Sharda, R., Carlsson, C., 2002. Past, present, and future of decision support technology. *Decision Support Systems* 33 (2) 111–126.
- Simas, T., 1999. *Fuzzy consensus for inter-agents negotiation*. Poročilo projekta EEII, IST-1999-10304.
- Simos, J., 1990. *Evaluer l'impact sur l'environnement: Une approche originale par l'analyse multicritère et la négociation*. Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, Lausanne.
- Siskos, Y., Grigoroudis, E., Krassadaki, E., Matsatsinis, N., 2007. A multicriteria accreditation system for information technology skills and qualifications. *European Journal of Operational Research* 182 (2) 867–885.
- Siskos, Y., Spyridakos, A., 1999. Intelligent multicriteria decision support: Overview and perspectives. *European Journal of Operational Research* 113 (2) 236–246.
- Stapleton, J. L., 2006. *Joint Effects of Team Composition and Team Decision Mode on Complex Decision Quality*. Doktorska disertacija. Southern Illinois University at Carbondale.
- Stewart, T. J., Losa, F. B., 2003. Towards reconciling outranking and value measurement practice. *European Journal of Operational Research* 145 (3) 645–659.
- Stohr, E. A., Konsynski, B. R., 1992. *Information Systems and Decision Processes*. IEEE Computer Society Press.
- Stroebe, M., 2003. The Montreal taxonomy for electronic negotiations. *Group Decision and Negotiation* 12 (2) 143–164.
- Takeda, E., 2001. A method for multiple pseudo-criteria decision problems. *Computers & Operations Research* 28 (14) 1427–1439.
- Triantaphyllou, E., 2000. *Multi-Criteria Decision Making Methods: A Comparative Study*. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht.
- Triantaphyllou, E., Baig, K., 2005. The impact of aggregating benefit and cost criteria in four MCDA methods. *IEEE Transactions on Engineering Management* 52 (2) 213–226.
- Tung, L. L., Quaddus, M. A., 2002. Cultural differences explaining the differences in results in GSS: Implications for the next decade. *Decision Support Systems* 33 (2) 177–199.
- Turban, E., Aronson, J. E., 2001. *Decision Support Systems and Intelligent Systems*. Prentice Hall, Upper Saddle River.
- Turoff, M., Hiltz, S., 1996. *Computer Based Delphi Processes*. URL: <http://eies.njit.edu/~turoff/>.
- Ulrich, T. W., 2003. *Augmenting Agent Negotiation Protocols with a Dynamic Argumentation Mechanism*. Doktorska disertacija. Colorado Technical University.

- Van de Walle, B., Heitsch, S., Feratin, P., 2001. Coping with one-to-many multi-criteria negotiations in electronic markets. V: *Proceedings of the 12th International Conference on Database and Expert Systems Applications DEXA 2001*, str. 747–751.
- Van den Honert, R. C., 1998. Stochastic group preference modelling in the multiplicative AHP: A model of group consensus. *European Journal of Operational Research* 110 (1) 99–111.
- Van den Honert, R. C., Lootsma, F. A., 1996. Group preference aggregation in the multiplicative AHP: The model of the group decision process and Pareto optimality. *European Journal of Operational Research* 96 (3) 363–370.
- Van Huylenbroeck, G., 1995. The Conflict Analysis Method: Bridging the gap between ELECTRE, PROMETHEE and ORESTE. *European Journal of Operational Research* 82 (3) 490–502.
- Vetschera, R., 2005. Estimating negotiator performance without preference information. *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis* 13 (5–6) 213–227.
- Vetschera, R., 2007. Preference structures and negotiator behavior in electronic negotiations. *Decision Support Systems* 44 (1) 135–146.
- Vincke, P., 1992. *Multicriteria Decision Aid*. John Wiley & Sons, Chichester.
- Vincke, P., 1999. Robust solutions and methods in decision aid. *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis* 8 (3) 181–187.
- Von Winterfeldt, D., Edwards, W., 1986. *Decision Analysis and Behavioral Research*. Cambridge University Press, Cambridge.
- W3C, 2004a. *Resource Description Framework (RDF): Concepts and Abstract Syntax*, W3C Recommendation on 10th February 2004. <http://www.w3.org/TR/rdf-concepts/>.
- W3C, 2004b. *OWL Web Ontology Language Reference*, W3C Recommendation on 10th February 2004. <http://www.w3.org/TR/owl-ref/>.
- W3C, 2006. *W3C Recommendation on the Extensible Markup Language (XML) 1.0, Fourth Edition*. <http://www.w3.org/TR/2006/REC-xml-20060816/>.
- Wainer, J., Ferreira, P. R., Constantino, E. R., 2007. Scheduling meetings through multi-agent negotiations. *Decision Support Systems* 44 (1) 285–297.
- Wang, H., Liao, S., Liao, L., 2002. Modeling constraint-based negotiating agents. *Decision Support Systems* 33 (2) 201–217.
- Wang Y.-M., Elhag, T. M. S., 2006. An approach to avoiding rank reversal in AHP. *Decision Support Systems* 42 (3) 1474–1480.
- Weigand, H., Schoop, M., de Moor, A., Dignum, F., 2003. B2B negotiation support: The need for a communication perspective. *Group Decision and Negotiation* 12 (1) 3–29.
- Winston, W. L., 2004. *Operations Research: Applications and Algorithms*. Duxbury Press.
- Xu, X., Martel, J. M., Lamond, B. F., 2001. A multiple criteria ranking procedure based on distance between partial preorders. *European Journal of Operational Research* 133 (1) 69–80.

- Yager, R. R., 1988. On ordered weighted averaging aggregation operators in multicriteria decision making. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics* 18 (1) 183–190.
- Yager, R. R., 2007. Multi-agent negotiation using linguistically expressed mediation rules. *Group Decision and Negotiation* 16 (1) 1–23.
- Yates, S. J., 2004. *Doing Social Science Research*. Sage Publications, London.
- Yevseyeva, I., Miettinen, K., Räsänen, P., 2008. Verbal ordinal classification with multicriteria decision aiding. *European Journal of Operational Research* 185 (3) 964–983.
- Zanakis, S. H., Solomon, A., Wishart, N., Dublisch, S., 1998. Multi-attribute decision making: A simulation comparison of select methods. *European Journal of Operational Research* 107 (3) 507–529.
- Zavadskas, E. K., Zakarevicius, A., Antucheviciene, J., 2006. Evaluation of ranking accuracy in multi-criteria decisions. *Informatica* 17 (4) 601–618.
- Zeleny, M., 1982. *Multiple Criteria Decision Making*. McGraw-Hill, New York.
- Zhang, G., Lu, J., 2003. An integrated group decision-making method dealing with fuzzy preferences for alternatives and individual judgments for selection criteria. *Group Decision and Negotiation* 12 (6) 501–515.
- Zhang, Q., Chen, J. C. H., Chong, P. P., 2004. Decision consolidation: Criteria weight determination using multiple preference formats. *Decision Support Systems* 38 (2) 247–258.
- Zimmermann, H.-J., 1996. *Fuzzy Set Theory – and Its Applications*. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht.
- Zinkevich, M., 2004. *Theoretical Guarantees for Algorithms in Multi-Agent Settings*. Doktorska disertacija. Carnegie Mellon University.
- Zopounidis, C., Doumpos, M., 2001. A preference disaggregation decision support system for financial classification problems. *European Journal of Operational Research* 130 (2) 402–413.
- Zopounidis, C., Doumpos, M., 2002. Multicriteria classification and sorting methods: A literature review. *European Journal of Operational Research* 138 (2) 229–246.
- Zupan, B., Bohanec, M., Demšar, J., Bratko, I., 1999. Learning by discovering concept hierarchies. *Artificial Intelligence* 109 (1–2) 211–242.
- Žnidaršič, M., 2007. *Revizija verjetnostnih večparametrskih hierarhičnih modelov*. Doktorska disertacija. Univerza v Ljubljani.
- Žnidaršič, M., Bohanec, M., 2004. Revision of qualitative multi-attribute decision models. V: *Proceedings of the 2004 IFIP International Conference on Decision Support Systems*, str. 881–888.

Priloga: Statistični rezultati simulacije

Tabela T.1: Povprečja in odkloni selektivnih moči

m	P_W	P_S	x_1		x_2		x_3		x_4		x_5		x_6		x_7		x_8	
			mean	sd	mean	sd	mean	sd	mean	sd	mean	sd	mean	sd	mean	sd	mean	sd
4	0.3	0.1	0.327	0.087	0.231	0.050	0.173	0.038	0.127	0.040	0.082	0.043	0.042	0.039	0.016	0.026	0.003	0.011
	0.6	0.1	0.250	0.050	0.194	0.030	0.160	0.024	0.130	0.021	0.106	0.021	0.081	0.024	0.055	0.026	0.025	0.023
	0.6	0.3	0.237	0.042	0.190	0.028	0.158	0.022	0.133	0.019	0.108	0.020	0.085	0.021	0.061	0.024	0.029	0.025
	0.6	0.5	0.226	0.039	0.186	0.027	0.156	0.021	0.132	0.018	0.112	0.019	0.089	0.021	0.065	0.025	0.035	0.026
	0.9	0.1	0.223	0.036	0.182	0.023	0.154	0.019	0.131	0.017	0.110	0.017	0.090	0.018	0.069	0.020	0.041	0.022
	0.9	0.3	0.211	0.030	0.177	0.021	0.152	0.016	0.132	0.015	0.114	0.015	0.095	0.016	0.074	0.019	0.046	0.022
	0.9	0.5	0.197	0.024	0.173	0.019	0.151	0.015	0.133	0.014	0.116	0.014	0.098	0.015	0.079	0.018	0.053	0.022
12	0.3	0.1	0.234	0.044	0.186	0.026	0.154	0.020	0.129	0.018	0.109	0.019	0.088	0.019	0.064	0.022	0.036	0.025
	0.6	0.1	0.195	0.026	0.164	0.017	0.145	0.013	0.130	0.012	0.116	0.012	0.101	0.013	0.086	0.015	0.064	0.019
	0.6	0.3	0.189	0.024	0.161	0.016	0.143	0.012	0.130	0.011	0.116	0.011	0.104	0.012	0.089	0.014	0.068	0.018
	0.6	0.5	0.182	0.020	0.159	0.014	0.144	0.011	0.130	0.010	0.118	0.010	0.105	0.011	0.091	0.013	0.070	0.018
	0.9	0.1	0.179	0.020	0.157	0.013	0.142	0.010	0.130	0.010	0.118	0.010	0.107	0.010	0.093	0.012	0.074	0.017
	0.9	0.3	0.174	0.017	0.154	0.012	0.141	0.010	0.129	0.008	0.119	0.008	0.109	0.009	0.096	0.012	0.078	0.016
	0.9	0.5	0.168	0.015	0.151	0.010	0.140	0.009	0.130	0.008	0.120	0.008	0.110	0.008	0.098	0.011	0.082	0.015
20	0.3	0.1	0.206	0.031	0.171	0.019	0.148	0.015	0.130	0.013	0.114	0.013	0.097	0.014	0.079	0.017	0.055	0.020
	0.6	0.1	0.178	0.019	0.155	0.013	0.141	0.009	0.130	0.009	0.119	0.009	0.107	0.010	0.094	0.012	0.076	0.015
	0.6	0.3	0.173	0.018	0.152	0.011	0.140	0.009	0.129	0.008	0.119	0.008	0.109	0.009	0.097	0.011	0.080	0.014
	0.6	0.5	0.170	0.017	0.151	0.011	0.139	0.009	0.129	0.008	0.120	0.008	0.110	0.009	0.099	0.010	0.083	0.014
	0.9	0.1	0.167	0.015	0.150	0.010	0.138	0.008	0.129	0.007	0.120	0.007	0.111	0.008	0.100	0.010	0.085	0.013
	0.9	0.3	0.163	0.014	0.148	0.009	0.138	0.007	0.129	0.007	0.121	0.007	0.112	0.007	0.102	0.009	0.088	0.012
	0.9	0.5	0.159	0.013	0.145	0.009	0.136	0.007	0.128	0.006	0.121	0.006	0.114	0.007	0.105	0.009	0.091	0.012

Tabela T.2: Povprečja in odkloni indeksov dominance

m	P_W	P_S	x_1		x_2		x_3		x_4		x_5		x_6		x_7		x_8	
			mean	sd	mean	sd	mean	sd	mean	sd	mean	sd	mean	sd	mean	sd	mean	sd
4	0.3	0.1	0.204	0.017	0.183	0.015	0.163	0.014	0.142	0.017	0.115	0.023	0.086	0.025	0.061	0.021	0.045	0.017
	0.6	0.1	0.185	0.013	0.167	0.012	0.153	0.012	0.138	0.012	0.123	0.012	0.104	0.015	0.082	0.019	0.049	0.022
	0.6	0.3	0.184	0.015	0.165	0.013	0.151	0.012	0.137	0.011	0.123	0.012	0.105	0.014	0.085	0.018	0.050	0.023
	0.6	0.5	0.182	0.015	0.163	0.015	0.148	0.013	0.136	0.012	0.124	0.012	0.108	0.014	0.086	0.019	0.054	0.025
	0.9	0.1	0.180	0.011	0.163	0.010	0.149	0.011	0.136	0.011	0.123	0.011	0.107	0.012	0.087	0.015	0.057	0.021
	0.9	0.3	0.179	0.012	0.162	0.011	0.147	0.011	0.135	0.010	0.122	0.011	0.108	0.011	0.089	0.014	0.058	0.021
	0.9	0.5	0.180	0.011	0.163	0.013	0.148	0.011	0.134	0.011	0.121	0.011	0.106	0.011	0.088	0.013	0.060	0.020
12	0.3	0.1	0.178	0.009	0.165	0.009	0.151	0.009	0.137	0.010	0.123	0.010	0.106	0.011	0.084	0.015	0.056	0.019
	0.6	0.1	0.174	0.007	0.159	0.008	0.147	0.009	0.135	0.009	0.123	0.010	0.108	0.011	0.090	0.012	0.063	0.016
	0.6	0.3	0.173	0.008	0.157	0.009	0.145	0.008	0.134	0.009	0.122	0.009	0.109	0.010	0.092	0.012	0.066	0.016
	0.6	0.5	0.171	0.010	0.157	0.009	0.145	0.009	0.134	0.009	0.122	0.009	0.110	0.010	0.093	0.012	0.068	0.017
	0.9	0.1	0.172	0.008	0.158	0.008	0.146	0.009	0.135	0.009	0.123	0.009	0.109	0.010	0.092	0.012	0.065	0.017
	0.9	0.3	0.170	0.008	0.156	0.008	0.144	0.008	0.134	0.008	0.123	0.009	0.110	0.009	0.095	0.011	0.069	0.016
	0.9	0.5	0.168	0.008	0.154	0.007	0.143	0.007	0.132	0.008	0.122	0.008	0.111	0.008	0.096	0.010	0.075	0.014
20	0.3	0.1	0.175	0.006	0.163	0.007	0.150	0.008	0.138	0.009	0.123	0.009	0.107	0.010	0.086	0.012	0.060	0.015
	0.6	0.1	0.174	0.007	0.160	0.008	0.148	0.008	0.136	0.009	0.123	0.010	0.108	0.011	0.089	0.012	0.062	0.015
	0.6	0.3	0.172	0.008	0.157	0.008	0.146	0.008	0.135	0.008	0.123	0.009	0.109	0.010	0.092	0.011	0.066	0.015
	0.6	0.5	0.170	0.009	0.155	0.008	0.144	0.008	0.134	0.008	0.123	0.009	0.110	0.009	0.094	0.010	0.071	0.015
	0.9	0.1	0.173	0.008	0.158	0.008	0.146	0.008	0.135	0.009	0.123	0.009	0.109	0.010	0.092	0.011	0.066	0.016
	0.9	0.3	0.170	0.008	0.156	0.007	0.145	0.008	0.134	0.009	0.123	0.009	0.109	0.009	0.093	0.011	0.069	0.016
	0.9	0.5	0.168	0.008	0.153	0.007	0.143	0.008	0.132	0.008	0.122	0.008	0.111	0.008	0.097	0.010	0.075	0.014

Tabela T.3: Razlike med maksimalnimi in minimalnimi povprečnimi selektivnimi močmi

m	P_W	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8
4	≥ 0.3	0.129	0.059	0.022	0.006	0.034	0.056	0.063	0.050
	≥ 0.6	0.053	0.021	0.009	0.003	0.010	0.018	0.023	0.027
12	≥ 0.3	0.066	0.034	0.014	0.001	0.012	0.023	0.034	0.046
	≥ 0.6	0.026	0.013	0.005	0.001	0.005	0.009	0.013	0.018
20	≥ 0.3	0.047	0.026	0.012	0.002	0.007	0.017	0.026	0.036
	≥ 0.6	0.019	0.010	0.005	0.001	0.002	0.006	0.011	0.016

Tabela T.4: Razlike med maksimalnimi in minimalnimi povprečnimi indeksi dominance

m	P_W	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8
4	≥ 0.3	0.025	0.021	0.016	0.008	0.008	0.022	0.028	0.015
	≥ 0.6	0.006	0.005	0.005	0.004	0.003	0.004	0.007	0.011
12	≥ 0.3	0.011	0.011	0.008	0.005	0.001	0.005	0.012	0.019
	≥ 0.6	0.006	0.006	0.004	0.003	0.001	0.002	0.006	0.012
20	≥ 0.3	0.007	0.009	0.008	0.005	0.002	0.004	0.011	0.016
	≥ 0.6	0.006	0.006	0.005	0.004	0.002	0.002	0.008	0.013

Tabela T.5: Primerjava ekstremnih vektorjev povprečnih izpeljanih uteži z utežmi ROC in RS

		x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8
ROC weights		0.340	0.215	0.152	0.111	0.079	0.054	0.034	0.016
RS weights		0.222	0.194	0.167	0.139	0.111	0.083	0.056	0.028
selective strengths	maximal	0.327	0.231	0.173	0.127	0.082	0.042	0.016	0.003
	minimal	0.159	0.145	0.136	0.128	0.121	0.114	0.105	0.091
dominance indices	maximal	0.204	0.183	0.163	0.142	0.115	0.086	0.061	0.045
	minimal	0.168	0.153	0.143	0.132	0.122	0.111	0.097	0.075

Tabela T.6: Razdalje med povprečnimi uteženimi vsotami in utežmi ROC oziroma utežmi RS

		x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8
ROC weights	maximum	-0.013	0.016	0.020	0.023	0.042	0.059	0.072	0.076
	minimum	-0.180	-0.070	-0.016	0.016	0.002	-0.012	-0.018	-0.013
	mean	-0.139	-0.046	-0.005	0.019	0.035	0.044	0.048	0.045
RS weights	maximum	0.104	0.037	0.006	-0.005	0.010	0.030	0.049	0.064
	minimum	-0.063	-0.049	-0.031	-0.012	-0.029	-0.041	-0.040	-0.025
	mean	-0.022	-0.026	-0.019	-0.009	0.003	0.015	0.026	0.032

Tabela T.7: Povprečje razmerij istoležnih selektivnih moči in uteži ROC oziroma uteži RS

m	P_W	P_S	x_1		x_2		x_3		x_4		x_5		x_6		x_7		x_8	
			ROC	RS	ROC	RS	ROC	RS	ROC	RS	ROC	RS	ROC	RS	ROC	RS	ROC	RS
4	0.3	0.1	0.787	1.203	0.900	0.994	1.020	0.932	1.135	0.903	1.262	0.901	1.430	0.932	1.594	0.961	1.767	0.994
	0.6	0.1	0.722	1.103	0.887	0.980	1.033	0.944	1.169	0.930	1.332	0.951	1.517	0.989	1.764	1.063	1.964	1.105
	0.6	0.3	0.684	1.045	0.867	0.958	1.015	0.927	1.188	0.946	1.369	0.977	1.587	1.034	1.932	1.164	2.318	1.304
	0.6	0.5	0.646	0.988	0.847	0.935	1.010	0.922	1.183	0.942	1.399	0.999	1.668	1.087	2.057	1.240	2.792	1.570
	0.9	0.1	0.657	1.005	0.847	0.935	1.008	0.921	1.183	0.942	1.389	0.992	1.661	1.082	2.046	1.233	2.675	1.505
	0.9	0.3	0.621	0.949	0.824	0.910	0.995	0.909	1.197	0.953	1.431	1.021	1.749	1.140	2.200	1.326	2.957	1.663
	0.9	0.5	0.581	0.887	0.804	0.888	0.991	0.905	1.206	0.960	1.463	1.044	1.812	1.181	2.347	1.414	3.394	1.909
12	0.3	0.1	0.680	1.039	0.854	0.943	1.003	0.916	1.161	0.924	1.368	0.977	1.633	1.065	1.989	1.199	2.609	1.468
	0.6	0.1	0.572	0.875	0.764	0.844	0.954	0.871	1.172	0.933	1.457	1.040	1.868	1.217	2.556	1.540	4.106	2.309
	0.6	0.3	0.557	0.852	0.752	0.830	0.942	0.860	1.171	0.932	1.466	1.046	1.907	1.243	2.646	1.595	4.356	2.450
	0.6	0.5	0.534	0.817	0.742	0.820	0.945	0.864	1.180	0.939	1.489	1.063	1.938	1.263	2.719	1.638	4.506	2.535
	0.9	0.1	0.528	0.808	0.730	0.807	0.932	0.851	1.177	0.937	1.489	1.063	1.961	1.278	2.781	1.676	4.736	2.664
	0.9	0.3	0.512	0.782	0.719	0.794	0.924	0.844	1.168	0.930	1.501	1.072	2.001	1.304	2.880	1.736	4.982	2.802
	0.9	0.5	0.495	0.757	0.704	0.778	0.919	0.839	1.173	0.934	1.518	1.083	2.033	1.325	2.938	1.771	5.236	2.945
20	0.3	0.1	0.606	0.927	0.795	0.878	0.970	0.886	1.179	0.939	1.436	1.025	1.790	1.167	2.352	1.417	3.545	1.994
	0.6	0.1	0.525	0.803	0.722	0.798	0.926	0.846	1.173	0.934	1.500	1.071	1.974	1.286	2.796	1.685	4.858	2.733
	0.6	0.3	0.509	0.778	0.709	0.783	0.918	0.838	1.170	0.932	1.504	1.073	2.006	1.308	2.901	1.749	5.148	2.896
	0.6	0.5	0.499	0.763	0.703	0.776	0.915	0.836	1.168	0.929	1.511	1.079	2.021	1.317	2.943	1.774	5.310	2.987
	0.9	0.1	0.493	0.753	0.697	0.769	0.908	0.830	1.163	0.926	1.512	1.079	2.040	1.330	2.997	1.806	5.452	3.067
	0.9	0.3	0.481	0.735	0.688	0.760	0.904	0.826	1.166	0.928	1.523	1.087	2.056	1.340	3.044	1.835	5.629	3.166
	0.9	0.5	0.469	0.717	0.676	0.747	0.893	0.816	1.161	0.924	1.526	1.089	2.093	1.364	3.135	1.889	5.847	3.289

Tabela T.8: Razdalje med povprečnimi utežmi, izpeljanimi z različnimi pristopi

		x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8
weighted sums – selective strengths	maximum	0.0271	0.0126	0.0040	0.0004	-0.0002	-0.0004	-0.0006	-0.0012
	minimum	0.0013	0.0006	0.0002	-0.0078	-0.0133	-0.0120	-0.0147	-0.0120
	mean	0.0108	0.0052	0.0019	-0.0004	-0.0023	-0.0039	-0.0053	-0.0059
selective strengths – average veto	maximum	0.0368	0.0187	0.0077	0.0011	-0.0009	-0.0017	-0.0023	-0.0006
	minimum	0.0051	0.0028	-0.0011	-0.0041	-0.0079	-0.0135	-0.0182	-0.0222
	mean	0.0163	0.0084	0.0033	-0.0003	-0.0032	-0.0058	-0.0083	-0.0103
average veto – dominance indices	maximum	0.1088	0.0438	0.0109	-0.0012	0.0009	0.0074	0.0170	0.0321
	minimum	-0.0214	-0.0166	-0.0115	-0.0109	-0.0278	-0.0399	-0.0429	-0.0418
	mean	0.0080	-0.0006	-0.0038	-0.0050	-0.0049	-0.0031	0.0010	0.0084

Tabela T.9: Povprečne uteži za različne pristope in različne parametre modela – trend sprememb

	P_W	P_S	x_1		x_2		x_3		x_4		x_5		x_6		x_7		x_8	
			$m=4$	$m=12$	$m=4$	$m=12$	$m=4$	$m=12$	$m=4$	$m=12$	$m=4$	$m=12$	$m=4$	$m=12$	$m=4$	$m=12$	$m=4$	$m=12$
selective strengths	0.3	0.1	0.327	0.234	0.231	0.186	0.173	0.154	0.127	0.129	0.082	0.109	0.042	0.088	0.016	0.064	0.003	0.036
	0.6	0.1	0.250	0.195	0.194	0.164	0.160	0.145	0.130	0.130	0.106	0.116	0.081	0.101	0.055	0.086	0.025	0.064
	0.6	0.3	0.237	0.189	0.190	0.161	0.158	0.143	0.133	0.130	0.108	0.116	0.085	0.104	0.061	0.089	0.029	0.068
	0.9	0.1	0.223	0.179	0.182	0.157	0.154	0.142	0.131	0.130	0.110	0.118	0.090	0.107	0.069	0.093	0.041	0.074
	0.9	0.3	0.211	0.174	0.177	0.154	0.152	0.141	0.132	0.129	0.114	0.119	0.095	0.109	0.074	0.096	0.046	0.078
weighted sums	0.3	0.1	0.353	0.248	0.244	0.192	0.175	0.157	0.119	0.129	0.068	0.106	0.030	0.083	0.009	0.057	0.001	0.029
	0.6	0.1	0.277	0.209	0.205	0.171	0.164	0.148	0.129	0.130	0.100	0.113	0.070	0.097	0.040	0.078	0.015	0.054
	0.6	0.3	0.249	0.196	0.196	0.165	0.160	0.145	0.131	0.130	0.106	0.115	0.080	0.101	0.054	0.085	0.023	0.063
	0.9	0.1	0.248	0.192	0.192	0.163	0.158	0.145	0.130	0.131	0.105	0.116	0.082	0.102	0.056	0.086	0.029	0.065
	0.9	0.3	0.227	0.182	0.184	0.159	0.154	0.143	0.132	0.129	0.111	0.118	0.090	0.106	0.066	0.092	0.037	0.072
average veto	0.3	0.1	0.313	0.227	0.227	0.183	0.174	0.154	0.131	0.130	0.088	0.110	0.046	0.090	0.018	0.067	0.004	0.039
	0.6	0.1	0.229	0.183	0.185	0.159	0.157	0.143	0.132	0.130	0.111	0.118	0.089	0.105	0.064	0.091	0.033	0.072
	0.6	0.3	0.217	0.178	0.181	0.156	0.155	0.142	0.134	0.130	0.113	0.118	0.092	0.108	0.070	0.094	0.037	0.075
	0.9	0.1	0.187	0.160	0.163	0.146	0.146	0.137	0.132	0.129	0.118	0.121	0.104	0.113	0.087	0.104	0.064	0.089
	0.9	0.3	0.179	0.156	0.160	0.144	0.145	0.136	0.132	0.129	0.120	0.122	0.107	0.115	0.091	0.106	0.068	0.092

Tabela T.10: Razmerja selektivnih moči z utežmi, izpeljanimi z drugimi pristopi

	$x_1 : x_2$		$x_1 : x_3$		$x_1 : x_4$		$x_1 : x_5$		$x_1 : x_6$		$x_1 : x_7$		$x_1 : x_8$	
	mean	sd	mean	sd	mean	sd	mean	sd	mean	sd	mean	sd	mean	sd
weighted sums	0.984	0.083	0.971	0.090	0.959	0.099	0.942	0.109	0.917	0.123	0.876	0.169	0.797	0.207
average veto	1.038	0.083	1.069	0.099	1.098	0.116	1.134	0.150	1.178	0.189	1.253	0.703	1.465	1.496
dominance indices	1.078	0.131	1.130	0.166	1.174	0.205	1.220	0.272	1.274	0.393	1.387	1.004	2.436	22.405
ROC weights	0.751	0.123	0.608	0.120	0.502	0.118	0.416	0.132	0.342	0.171	0.294	0.432	0.506	5.915
RS weights	1.040	0.170	1.018	0.201	0.964	0.226	0.890	0.283	0.803	0.400	0.745	1.095	1.376	16.077

Tabela T.11: Povprečja in odkloni selektivnih moči za konstanto $k = 1$

m	P_W	P_S	x_1		x_2		x_3		x_4		x_5		x_6		x_7		x_8	
			mean	sd	mean	sd	mean	sd	mean	sd	mean	sd	mean	sd	mean	sd	mean	sd
4	0.3	0.1	0.481	0.098	0.299	0.069	0.155	0.064	0.055	0.050	0.009	0.021	0.001	0.004	0.000	0.000	0.000	0.000
	0.6	0.1	0.352	0.046	0.272	0.039	0.187	0.039	0.112	0.038	0.053	0.027	0.019	0.017	0.004	0.007	0.000	0.001
	0.6	0.3	0.297	0.033	0.263	0.032	0.204	0.033	0.133	0.036	0.070	0.031	0.027	0.021	0.006	0.010	0.000	0.002
	0.6	0.5	0.243	0.026	0.238	0.025	0.212	0.029	0.157	0.032	0.095	0.033	0.043	0.028	0.012	0.017	0.001	0.004
	0.9	0.1	0.292	0.028	0.242	0.027	0.188	0.026	0.131	0.027	0.081	0.024	0.044	0.016	0.019	0.011	0.005	0.006
	0.9	0.3	0.248	0.019	0.228	0.020	0.194	0.022	0.148	0.026	0.099	0.026	0.053	0.020	0.023	0.013	0.006	0.007
	0.9	0.5	0.204	0.014	0.203	0.014	0.191	0.015	0.163	0.020	0.121	0.024	0.074	0.023	0.036	0.019	0.009	0.011
12	0.3	0.1	0.455	0.062	0.297	0.055	0.160	0.047	0.067	0.034	0.019	0.019	0.003	0.007	0.000	0.001	0.000	0.000
	0.6	0.1	0.339	0.028	0.274	0.028	0.190	0.030	0.114	0.028	0.056	0.020	0.021	0.012	0.006	0.006	0.001	0.002
	0.6	0.3	0.291	0.020	0.258	0.021	0.203	0.025	0.134	0.027	0.073	0.022	0.031	0.015	0.009	0.008	0.001	0.003
	0.6	0.5	0.242	0.014	0.233	0.015	0.205	0.019	0.156	0.024	0.097	0.024	0.047	0.019	0.018	0.012	0.003	0.006
	0.9	0.1	0.287	0.019	0.241	0.020	0.188	0.021	0.129	0.020	0.083	0.018	0.045	0.012	0.020	0.008	0.007	0.005
	0.9	0.3	0.246	0.012	0.226	0.013	0.194	0.016	0.147	0.019	0.098	0.019	0.056	0.015	0.026	0.010	0.009	0.006
	0.9	0.5	0.204	0.008	0.200	0.008	0.188	0.011	0.162	0.015	0.122	0.017	0.074	0.018	0.037	0.012	0.013	0.008
20	0.3	0.1	0.449	0.048	0.298	0.045	0.164	0.042	0.066	0.029	0.020	0.015	0.003	0.006	0.000	0.001	0.000	0.000
	0.6	0.1	0.338	0.023	0.272	0.023	0.190	0.026	0.113	0.023	0.057	0.017	0.022	0.010	0.007	0.005	0.001	0.002
	0.6	0.3	0.290	0.016	0.257	0.018	0.203	0.022	0.135	0.022	0.073	0.019	0.031	0.013	0.010	0.006	0.002	0.003
	0.6	0.5	0.240	0.011	0.231	0.013	0.205	0.015	0.158	0.020	0.098	0.021	0.047	0.016	0.017	0.010	0.004	0.005
	0.9	0.1	0.286	0.015	0.242	0.016	0.188	0.017	0.130	0.017	0.082	0.014	0.045	0.011	0.020	0.007	0.007	0.004
	0.9	0.3	0.245	0.010	0.227	0.011	0.194	0.014	0.148	0.016	0.098	0.016	0.054	0.013	0.025	0.008	0.009	0.005
	0.9	0.5	0.203	0.006	0.200	0.007	0.188	0.008	0.162	0.013	0.121	0.015	0.076	0.015	0.037	0.011	0.013	0.007

Tabela T.12: Povprečja in odkloni indeksov dominance za konstanto $k = 1$

m	P_W	P_S	x_1		x_2		x_3		x_4		x_5		x_6		x_7		x_8	
			mean	sd	mean	sd	mean	sd	mean	sd	mean	sd	mean	sd	mean	sd	mean	sd
4	0.3	0.1	0.232	0.009	0.201	0.013	0.165	0.021	0.117	0.027	0.080	0.016	0.069	0.010	0.069	0.010	0.069	0.010
	0.6	0.1	0.219	0.008	0.196	0.011	0.170	0.014	0.142	0.016	0.108	0.016	0.074	0.016	0.050	0.011	0.041	0.008
	0.6	0.3	0.213	0.007	0.198	0.011	0.173	0.013	0.144	0.014	0.113	0.016	0.076	0.018	0.047	0.013	0.036	0.009
	0.6	0.5	0.201	0.009	0.198	0.010	0.182	0.016	0.149	0.018	0.116	0.017	0.079	0.021	0.045	0.017	0.030	0.011
	0.9	0.1	0.209	0.007	0.191	0.009	0.170	0.011	0.143	0.014	0.114	0.015	0.085	0.014	0.057	0.013	0.031	0.011
	0.9	0.3	0.201	0.006	0.190	0.008	0.171	0.010	0.146	0.012	0.119	0.014	0.088	0.015	0.057	0.014	0.028	0.012
	0.9	0.5	0.188	0.006	0.187	0.007	0.176	0.011	0.151	0.014	0.121	0.014	0.091	0.014	0.060	0.015	0.025	0.013
12	0.3	0.1	0.223	0.007	0.201	0.010	0.173	0.013	0.134	0.018	0.090	0.019	0.064	0.011	0.058	0.008	0.058	0.008
	0.6	0.1	0.208	0.007	0.192	0.009	0.170	0.010	0.146	0.012	0.116	0.013	0.082	0.014	0.053	0.012	0.034	0.008
	0.6	0.3	0.206	0.007	0.189	0.008	0.169	0.010	0.146	0.011	0.120	0.012	0.088	0.014	0.053	0.014	0.030	0.009
	0.6	0.5	0.200	0.005	0.194	0.009	0.172	0.011	0.145	0.011	0.119	0.012	0.088	0.014	0.055	0.015	0.028	0.010
	0.9	0.1	0.200	0.005	0.185	0.007	0.167	0.009	0.143	0.011	0.118	0.012	0.089	0.012	0.062	0.011	0.036	0.011
	0.9	0.3	0.196	0.005	0.182	0.007	0.165	0.008	0.143	0.010	0.120	0.011	0.093	0.012	0.065	0.012	0.036	0.012
	0.9	0.5	0.188	0.004	0.183	0.006	0.167	0.009	0.144	0.009	0.120	0.010	0.094	0.011	0.067	0.011	0.037	0.013
20	0.3	0.1	0.219	0.007	0.199	0.009	0.176	0.010	0.139	0.014	0.096	0.018	0.064	0.012	0.054	0.007	0.054	0.007
	0.6	0.1	0.202	0.006	0.188	0.007	0.169	0.009	0.146	0.010	0.119	0.011	0.087	0.013	0.055	0.012	0.032	0.008
	0.6	0.3	0.202	0.006	0.185	0.007	0.167	0.009	0.147	0.009	0.123	0.010	0.092	0.013	0.056	0.013	0.029	0.010
	0.6	0.5	0.199	0.005	0.189	0.008	0.168	0.009	0.145	0.009	0.121	0.011	0.092	0.012	0.058	0.013	0.028	0.011
	0.9	0.1	0.196	0.004	0.183	0.006	0.166	0.007	0.143	0.009	0.117	0.010	0.091	0.010	0.065	0.010	0.039	0.010
	0.9	0.3	0.193	0.005	0.180	0.006	0.163	0.007	0.143	0.008	0.120	0.009	0.094	0.010	0.068	0.010	0.039	0.011
	0.9	0.5	0.187	0.003	0.181	0.006	0.164	0.008	0.141	0.008	0.119	0.008	0.097	0.009	0.070	0.010	0.041	0.012

Tabela T.13: Razdalje med povprečnimi utežmi, izpeljanimi za konstanti $k = 1$ in $k = 2$

		x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8
selective strengths	maximum	0.060	0.050	0.036	0.020	0.003	-0.002	0.000	0.000
	minimum	-0.021	0.016	-0.004	-0.034	-0.034	-0.035	-0.038	-0.032
	mean	0.024	0.035	0.023	0.002	-0.016	-0.026	-0.026	-0.017
weighted sums	maximum	0.072	0.054	0.036	0.019	-0.002	-0.001	0.000	0.000
	minimum	-0.026	0.021	-0.011	-0.038	-0.039	-0.036	-0.037	-0.030
	mean	0.033	0.038	0.021	-0.004	-0.022	-0.028	-0.024	-0.014
average veto	maximum	0.052	0.050	0.035	0.020	0.006	-0.002	0.000	0.000
	minimum	-0.026	0.023	0.001	-0.031	-0.034	-0.038	-0.042	-0.047
	mean	0.029	0.036	0.025	0.006	-0.012	-0.026	-0.032	-0.027
dominance indices	maximum	0.021	0.023	0.021	0.010	0.000	-0.004	0.001	0.008
	minimum	0.003	0.005	0.004	-0.005	-0.016	-0.019	-0.024	-0.025
	mean	0.014	0.015	0.012	0.004	-0.005	-0.012	-0.016	-0.012

Tabela T.14: Razlike med maksimalnimi in minimalnimi povprečnimi selektivnimi močmi

k	m	P_W	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8
1	4	≥ 0.3	0.277	0.097	0.057	0.107	0.112	0.074	0.036	0.009
		≥ 0.6	0.148	0.069	0.025	0.050	0.067	0.055	0.032	0.009
	12	≥ 0.3	0.251	0.097	0.046	0.095	0.103	0.071	0.037	0.013
		≥ 0.6	0.135	0.073	0.018	0.048	0.066	0.053	0.031	0.012
	20	≥ 0.3	0.245	0.098	0.041	0.096	0.101	0.073	0.036	0.013
		≥ 0.6	0.135	0.072	0.017	0.049	0.065	0.054	0.030	0.012
2	4	≥ 0.3	0.304	0.086	0.030	0.083	0.102	0.089	0.063	0.033
		≥ 0.6	0.122	0.043	0.010	0.022	0.038	0.043	0.039	0.026
	12	≥ 0.3	0.219	0.082	0.009	0.046	0.070	0.077	0.066	0.043
		≥ 0.6	0.099	0.047	0.009	0.018	0.033	0.038	0.037	0.029
	20	≥ 0.3	0.199	0.080	0.011	0.042	0.065	0.071	0.063	0.045
		≥ 0.6	0.097	0.046	0.011	0.018	0.033	0.039	0.035	0.028

Tabela T.15: Razlike med maksimalnimi in minimalnimi povprečnimi indeksi dominance

k	m	P_W	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8
1	4	≥ 0.3	0.044	0.014	0.017	0.035	0.042	0.022	0.023	0.044
		≥ 0.6	0.031	0.011	0.012	0.010	0.014	0.017	0.014	0.016
	12	≥ 0.3	0.035	0.018	0.008	0.012	0.030	0.030	0.015	0.030
		≥ 0.6	0.019	0.011	0.008	0.003	0.004	0.012	0.015	0.010
	20	≥ 0.3	0.032	0.019	0.013	0.008	0.027	0.033	0.016	0.025
		≥ 0.6	0.015	0.010	0.007	0.006	0.006	0.010	0.015	0.013
2	4	≥ 0.3	0.044	0.021	0.003	0.024	0.035	0.026	0.010	0.035
		≥ 0.6	0.018	0.007	0.003	0.001	0.005	0.008	0.010	0.007
	12	≥ 0.3	0.033	0.027	0.017	0.005	0.018	0.027	0.028	0.015
		≥ 0.6	0.009	0.008	0.007	0.005	0.003	0.004	0.011	0.015
	20	≥ 0.3	0.029	0.026	0.020	0.007	0.011	0.023	0.029	0.020
		≥ 0.6	0.009	0.008	0.008	0.006	0.003	0.005	0.011	0.017

Tabela T.16: Razdalje med povprečnimi utežmi, izpeljanimi za različni verjetnostni porazdelitvi

		x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8
selective strengths	maximum	0.243	0.127	0.066	0.034	0.005	-0.024	-0.016	-0.003
	minimum	0.007	0.030	-0.018	-0.072	-0.094	-0.094	-0.088	-0.079
	mean	0.096	0.079	0.043	-0.001	-0.037	-0.059	-0.066	-0.056
dominance indices	maximum	0.045	0.037	0.034	0.017	0.000	-0.013	0.008	0.023
	minimum	0.009	0.018	0.002	-0.026	-0.036	-0.042	-0.041	-0.043
	mean	0.028	0.030	0.022	0.007	-0.009	-0.022	-0.031	-0.025

Tabela T.17: Razdalje med povprečnimi utežmi, izpeljanimi z različnimi pristopi

		x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8
weighted sums – selective strengths	maximum	0.0485	0.0225	0.0082	-0.0010	-0.0035	-0.0003	0.0000	0.0000
	minimum	0.0068	-0.0015	-0.0118	-0.0200	-0.0207	-0.0174	-0.0110	-0.0048
	mean	0.0286	0.0126	-0.0013	-0.0102	-0.0124	-0.0098	-0.0055	-0.0020
selective strengths – average veto	maximum	0.0575	0.0326	0.0157	0.0043	-0.0015	-0.0002	0.0000	0.0000
	minimum	0.0120	-0.0026	-0.0081	-0.0139	-0.0246	-0.0270	-0.0208	-0.0139
	mean	0.0286	0.0164	0.0041	-0.0067	-0.0128	-0.0136	-0.0103	-0.0056
average veto – dominance indices	maximum	0.2312	0.1013	0.0362	0.0179	0.0117	0.0021	-0.0039	-0.0027
	minimum	-0.0072	-0.0055	-0.0054	-0.0667	-0.0729	-0.0687	-0.0685	-0.0685
	mean	0.0641	0.0411	0.0164	-0.0064	-0.0235	-0.0323	-0.0322	-0.0271

Tabela T.18: Razmerja selektivnih moči z utežmi, izpeljanimi z drugimi pristopi

	$x_1 : x_2$		$x_1 : x_3$		$x_1 : x_4$		$x_1 : x_5$		$x_1 : x_6$		$x_1 : x_7$		$x_1 : x_8$	
	mean	sd	mean	sd	mean	sd	mean	sd	mean	sd	mean	sd	mean	sd
weighted sums	0.924	0.060	0.895	0.073	0.867	0.087	0.829	0.110	0.773	0.141	0.696	0.167	0.576	0.344
average veto	1.008	0.065	1.070	0.093	1.153	0.127	1.259	0.178	1.402	0.264	1.644	0.511	2.628	11.099
dominance indices	1.097	0.203	1.264	0.304	1.534	0.495	1.896	0.943	2.404	1.889	3.221	3.207	16.938	588.111
ROC weights	0.754	0.171	0.679	0.197	0.685	0.275	0.721	0.464	0.776	0.779	0.869	1.083	4.965	217.465
RS weights	1.044	0.237	1.137	0.330	1.316	0.528	1.544	0.994	1.820	1.826	2.204	2.746	13.494	591.042

Tabela T.19: Povprečja in odkloni selektivnih moči

l	P_W	P_S	x_1		x_2		x_3		x_4		x_5		x_6		x_7		x_8	
			mean	sd	mean	sd	mean	sd	mean	sd	mean	sd	mean	sd	mean	sd	mean	sd
1	0.3	0.1	0.346	0.090	0.220	0.051	0.162	0.038	0.121	0.035	0.081	0.039	0.047	0.036	0.019	0.026	0.004	0.012
	0.6	0.1	0.299	0.057	0.190	0.035	0.148	0.025	0.120	0.021	0.096	0.020	0.073	0.020	0.050	0.022	0.025	0.020
	0.6	0.3	0.285	0.048	0.184	0.031	0.148	0.023	0.121	0.019	0.099	0.018	0.079	0.018	0.057	0.021	0.029	0.022
	0.6	0.5	0.297	0.042	0.172	0.028	0.142	0.021	0.119	0.017	0.099	0.016	0.081	0.017	0.059	0.019	0.033	0.022
	0.9	0.1	0.313	0.040	0.163	0.026	0.134	0.018	0.113	0.015	0.096	0.014	0.080	0.014	0.062	0.016	0.039	0.018
	0.9	0.3	0.317	0.032	0.155	0.022	0.129	0.015	0.112	0.013	0.097	0.012	0.082	0.012	0.066	0.014	0.044	0.018
	0.9	0.5	0.336	0.022	0.140	0.017	0.123	0.013	0.109	0.010	0.096	0.010	0.083	0.011	0.067	0.012	0.047	0.016
2	0.3	0.1	0.324	0.077	0.227	0.047	0.166	0.036	0.122	0.031	0.086	0.035	0.050	0.036	0.021	0.027	0.005	0.013
	0.6	0.1	0.264	0.041	0.202	0.031	0.156	0.024	0.125	0.021	0.099	0.019	0.076	0.019	0.053	0.021	0.025	0.020
	0.6	0.3	0.251	0.033	0.195	0.027	0.157	0.023	0.127	0.019	0.102	0.017	0.080	0.017	0.057	0.020	0.031	0.022
	0.6	0.5	0.239	0.024	0.196	0.026	0.153	0.021	0.127	0.018	0.105	0.016	0.083	0.017	0.062	0.019	0.036	0.021
	0.9	0.1	0.246	0.024	0.201	0.023	0.144	0.020	0.119	0.015	0.100	0.013	0.083	0.013	0.065	0.014	0.043	0.017
	0.9	0.3	0.237	0.016	0.203	0.019	0.141	0.019	0.117	0.013	0.100	0.011	0.085	0.012	0.069	0.013	0.048	0.017
	0.9	0.5	0.231	0.009	0.214	0.013	0.132	0.016	0.115	0.012	0.100	0.010	0.086	0.010	0.071	0.012	0.051	0.016

Tabela T.20: Povprečja in odkloni uteženih vsot

l	P_W	P_S	x_1		x_2		x_3		x_4		x_5		x_6		x_7		x_8	
			mean	sd	mean	sd	mean	sd	mean	sd	mean	sd	mean	sd	mean	sd	mean	sd
1	0.3	0.1	0.370	0.100	0.229	0.054	0.166	0.039	0.116	0.041	0.071	0.042	0.034	0.033	0.011	0.019	0.002	0.008
	0.6	0.1	0.316	0.068	0.203	0.041	0.153	0.029	0.119	0.024	0.092	0.024	0.064	0.024	0.039	0.023	0.015	0.016
	0.6	0.3	0.286	0.054	0.192	0.033	0.152	0.025	0.122	0.021	0.097	0.020	0.076	0.020	0.052	0.024	0.024	0.023
	0.6	0.5	0.294	0.044	0.174	0.029	0.143	0.021	0.119	0.018	0.099	0.017	0.080	0.017	0.059	0.020	0.032	0.023
	0.9	0.1	0.300	0.056	0.184	0.032	0.145	0.024	0.119	0.020	0.096	0.018	0.076	0.018	0.053	0.020	0.028	0.019
	0.9	0.3	0.294	0.045	0.174	0.028	0.140	0.019	0.118	0.016	0.099	0.015	0.080	0.016	0.061	0.018	0.035	0.020
	0.9	0.5	0.314	0.029	0.154	0.021	0.131	0.015	0.113	0.012	0.098	0.012	0.082	0.013	0.065	0.014	0.043	0.017
2	0.3	0.1	0.347	0.086	0.236	0.052	0.168	0.037	0.119	0.036	0.075	0.039	0.039	0.035	0.013	0.021	0.002	0.008
	0.6	0.1	0.287	0.051	0.211	0.037	0.160	0.028	0.123	0.023	0.094	0.022	0.068	0.023	0.041	0.023	0.016	0.017
	0.6	0.3	0.259	0.039	0.198	0.030	0.159	0.024	0.128	0.021	0.100	0.019	0.077	0.019	0.053	0.022	0.026	0.022
	0.6	0.5	0.241	0.026	0.195	0.027	0.154	0.022	0.127	0.018	0.105	0.016	0.083	0.017	0.061	0.019	0.034	0.022
	0.9	0.1	0.262	0.038	0.199	0.029	0.153	0.023	0.123	0.019	0.099	0.018	0.078	0.018	0.056	0.019	0.030	0.018
	0.9	0.3	0.243	0.027	0.195	0.024	0.152	0.021	0.124	0.017	0.102	0.015	0.082	0.015	0.063	0.016	0.039	0.020
	0.9	0.5	0.234	0.015	0.202	0.022	0.143	0.019	0.120	0.014	0.102	0.012	0.086	0.012	0.068	0.014	0.045	0.018

Tabela T.21: Povprečja in odkloni stopenj veta

l	P_W	P_S	x_1		x_2		x_3		x_4		x_5		x_6		x_7		x_8	
			mean	sd	mean	sd	mean	sd	mean	sd	mean	sd	mean	sd	mean	sd	mean	sd
1	0.3	0.1	0.321	0.089	0.219	0.049	0.166	0.036	0.126	0.034	0.088	0.040	0.053	0.040	0.022	0.029	0.005	0.015
	0.6	0.1	0.238	0.044	0.187	0.028	0.154	0.020	0.130	0.018	0.108	0.019	0.086	0.020	0.063	0.024	0.034	0.025
	0.6	0.3	0.219	0.035	0.182	0.024	0.155	0.019	0.133	0.017	0.112	0.017	0.092	0.019	0.069	0.023	0.038	0.027
	0.6	0.5	0.202	0.029	0.175	0.022	0.154	0.018	0.134	0.017	0.116	0.017	0.098	0.018	0.076	0.022	0.045	0.029
	0.9	0.1	0.192	0.024	0.165	0.016	0.146	0.013	0.131	0.011	0.117	0.011	0.102	0.013	0.086	0.015	0.062	0.020
	0.9	0.3	0.181	0.020	0.161	0.015	0.145	0.012	0.132	0.011	0.119	0.010	0.105	0.012	0.090	0.015	0.067	0.021
	0.9	0.5	0.168	0.014	0.157	0.012	0.145	0.010	0.133	0.009	0.121	0.009	0.109	0.011	0.094	0.013	0.072	0.019
2	0.3	0.1	0.312	0.077	0.225	0.048	0.166	0.035	0.125	0.031	0.090	0.036	0.054	0.038	0.023	0.029	0.005	0.015
	0.6	0.1	0.233	0.039	0.190	0.027	0.156	0.020	0.131	0.018	0.108	0.018	0.086	0.019	0.063	0.022	0.033	0.024
	0.6	0.3	0.216	0.032	0.183	0.023	0.156	0.019	0.133	0.016	0.112	0.016	0.092	0.018	0.069	0.022	0.040	0.026
	0.6	0.5	0.196	0.024	0.175	0.023	0.154	0.018	0.137	0.017	0.118	0.017	0.098	0.019	0.076	0.022	0.046	0.026
	0.9	0.1	0.189	0.021	0.167	0.017	0.147	0.012	0.132	0.012	0.117	0.011	0.102	0.013	0.085	0.015	0.061	0.020
	0.9	0.3	0.177	0.016	0.163	0.014	0.148	0.012	0.133	0.011	0.119	0.011	0.105	0.012	0.089	0.014	0.067	0.020
	0.9	0.5	0.164	0.013	0.158	0.012	0.147	0.011	0.135	0.009	0.122	0.009	0.109	0.011	0.094	0.014	0.071	0.019

Tabela T.22: Povprečja in odkloni indeksov dominance

l	P_W	P_S	x_1		x_2		x_3		x_4		x_5		x_6		x_7		x_8	
			mean	sd	mean	sd	mean	sd	mean	sd	mean	sd	mean	sd	mean	sd	mean	sd
1	0.3	0.1	0.197	0.016	0.181	0.014	0.162	0.013	0.142	0.014	0.118	0.020	0.092	0.023	0.064	0.021	0.046	0.017
	0.6	0.1	0.177	0.010	0.168	0.011	0.152	0.011	0.137	0.011	0.122	0.011	0.105	0.012	0.084	0.017	0.054	0.022
	0.6	0.3	0.176	0.010	0.166	0.012	0.149	0.011	0.135	0.010	0.122	0.010	0.107	0.012	0.088	0.017	0.057	0.024
	0.6	0.5	0.180	0.011	0.159	0.013	0.145	0.012	0.133	0.010	0.120	0.010	0.109	0.011	0.092	0.015	0.063	0.025
	0.9	0.1	0.168	0.007	0.160	0.009	0.147	0.009	0.134	0.008	0.122	0.009	0.109	0.010	0.093	0.012	0.067	0.018
	0.9	0.3	0.167	0.007	0.159	0.009	0.145	0.008	0.133	0.008	0.122	0.008	0.110	0.009	0.095	0.011	0.071	0.018
	0.9	0.5	0.169	0.007	0.157	0.007	0.144	0.008	0.132	0.007	0.121	0.008	0.110	0.009	0.095	0.010	0.073	0.015
2	0.3	0.1	0.193	0.017	0.179	0.015	0.164	0.013	0.143	0.013	0.121	0.018	0.093	0.024	0.064	0.022	0.044	0.016
	0.6	0.1	0.169	0.010	0.161	0.010	0.153	0.010	0.141	0.010	0.126	0.011	0.108	0.012	0.087	0.017	0.055	0.024
	0.6	0.3	0.168	0.010	0.159	0.010	0.152	0.010	0.139	0.010	0.124	0.010	0.109	0.011	0.090	0.017	0.060	0.026
	0.6	0.5	0.167	0.010	0.159	0.010	0.149	0.011	0.136	0.011	0.123	0.010	0.109	0.012	0.093	0.016	0.065	0.025
	0.9	0.1	0.157	0.007	0.151	0.007	0.145	0.007	0.137	0.008	0.125	0.008	0.113	0.009	0.097	0.012	0.074	0.019
	0.9	0.3	0.155	0.007	0.150	0.007	0.144	0.006	0.136	0.007	0.124	0.007	0.113	0.008	0.099	0.010	0.079	0.017
	0.9	0.5	0.154	0.006	0.149	0.006	0.145	0.006	0.136	0.007	0.124	0.007	0.113	0.008	0.100	0.009	0.080	0.015

Tabela T.23: Razlike povprečnih uteži pristranske in nepristranske enakomerne porazdelitve

	l		x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8
selective strengths	1	maximum	0.1676	0.0349	0.0081	-0.0085	-0.0173	-0.0246	-0.0305	-0.0321
		minimum	0.0954	-0.0112	-0.0171	-0.0210	-0.0274	-0.0413	-0.0456	-0.0394
		mean	0.1245	0.0130	-0.0035	-0.0134	-0.0220	-0.0287	-0.0339	-0.0359
	2	maximum	0.0896	0.0627	0.0132	-0.0029	-0.0134	-0.0221	-0.0270	-0.0296
		minimum	0.0579	0.0340	-0.0079	-0.0151	-0.0227	-0.0380	-0.0437	-0.0388
		mean	0.0672	0.0436	0.0057	-0.0081	-0.0178	-0.0259	-0.0313	-0.0334
weighted sums	1	maximum	0.1075	-0.0025	-0.0084	-0.0028	0.0027	0.0042	0.0022	0.0007
		minimum	0.0170	-0.0230	-0.0212	-0.0195	-0.0162	-0.0137	-0.0091	-0.0048
		mean	0.0548	-0.0108	-0.0126	-0.0115	-0.0092	-0.0061	-0.0034	-0.0012
	2	maximum	0.0271	0.0258	-0.0008	0.0002	0.0068	0.0089	0.0042	0.0029
		minimum	-0.0058	-0.0082	-0.0090	-0.0126	-0.0121	-0.0103	-0.0061	-0.0028
		mean	0.0120	0.0073	-0.0043	-0.0061	-0.0055	-0.0032	-0.0010	0.0008
average veto	1	maximum	0.0095	0.0016	0.0013	0.0008	0.0005	0.0062	0.0039	0.0015
		minimum	-0.0020	-0.0079	-0.0076	-0.0048	-0.0030	-0.0030	-0.0016	-0.0019
		mean	0.0033	-0.0001	-0.0010	-0.0011	-0.0009	0.0000	-0.0001	-0.0001
	2	maximum	0.0041	0.0051	0.0036	0.0022	0.0023	0.0076	0.0048	0.0025
		minimum	-0.0080	-0.0015	-0.0075	-0.0065	-0.0029	-0.0024	-0.0020	-0.0023
		mean	-0.0018	0.0023	0.0003	-0.0005	-0.0003	0.0002	-0.0002	-0.0001
dominance indices	1	maximum	-0.0019	0.0014	-0.0006	-0.0001	0.0024	0.0054	0.0069	0.0128
		minimum	-0.0123	-0.0067	-0.0036	-0.0032	-0.0031	0.0008	0.0027	0.0003
		mean	-0.0086	-0.0023	-0.0023	-0.0015	-0.0004	0.0023	0.0047	0.0082
	2	maximum	-0.0110	-0.0038	0.0008	0.0029	0.0053	0.0066	0.0118	0.0207
		minimum	-0.0260	-0.0140	-0.0037	0.0002	-0.0007	0.0015	0.0032	-0.0015
		mean	-0.0187	-0.0083	-0.0009	0.0014	0.0024	0.0047	0.0076	0.0118

Tabela T.24: Razlike med maksimalnimi in minimalnimi povprečnimi utežmi za različne pristope

	l	P_W	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8
selective strengths	1	≥ 0.3	0.062	0.080	0.039	0.012	0.018	0.036	0.048	0.043
		≥ 0.6	0.051	0.050	0.025	0.012	0.003	0.010	0.017	0.023
	2	≥ 0.3	0.093	0.031	0.034	0.012	0.019	0.036	0.051	0.046
		≥ 0.6	0.032	0.019	0.025	0.012	0.006	0.010	0.018	0.026
weighted sums	1	≥ 0.3	0.084	0.076	0.035	0.009	0.028	0.048	0.054	0.041
		≥ 0.6	0.030	0.049	0.022	0.009	0.007	0.018	0.026	0.028
	2	≥ 0.3	0.114	0.041	0.025	0.008	0.029	0.047	0.055	0.042
		≥ 0.6	0.053	0.017	0.017	0.007	0.010	0.018	0.027	0.029
average veto	1	≥ 0.3	0.153	0.062	0.022	0.008	0.033	0.057	0.072	0.067
		≥ 0.6	0.070	0.030	0.011	0.004	0.013	0.024	0.032	0.039
	2	≥ 0.3	0.148	0.068	0.019	0.012	0.033	0.056	0.071	0.066
		≥ 0.6	0.069	0.033	0.009	0.005	0.014	0.023	0.031	0.039
dominance indices	1	≥ 0.3	0.030	0.025	0.018	0.010	0.005	0.018	0.031	0.027
		≥ 0.6	0.013	0.012	0.008	0.005	0.002	0.005	0.010	0.019
	2	≥ 0.3	0.039	0.029	0.019	0.008	0.005	0.020	0.035	0.036
		≥ 0.6	0.016	0.012	0.009	0.005	0.003	0.005	0.012	0.026

Tabela T.25: Razdalje med povprečnimi utežmi, izpeljanimi z različnimi pristopi

	l		x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8
weighted sums – selective strengths	1	maximum	0.0238	0.0210	0.0116	0.0058	0.0025	-0.0001	-0.0006	-0.0010
		minimum	-0.0230	0.0027	0.0018	-0.0041	-0.0100	-0.0122	-0.0118	-0.0114
		mean	-0.0029	0.0123	0.0065	0.0019	-0.0015	-0.0042	-0.0058	-0.0062
	2	maximum	0.0232	0.0095	0.0110	0.0065	0.0023	-0.0003	-0.0011	-0.0013
		minimum	0.0019	-0.0116	0.0015	-0.0028	-0.0106	-0.0108	-0.0119	-0.0134
		mean	0.0116	-0.0003	0.0058	0.0020	-0.0020	-0.0043	-0.0061	-0.0067
selective strengths – average veto	1	maximum	0.1676	0.0032	-0.0040	-0.0058	-0.0070	-0.0060	-0.0032	-0.0008
		minimum	0.0252	-0.0171	-0.0218	-0.0244	-0.0257	-0.0267	-0.0271	-0.0249
		mean	0.0959	-0.0030	-0.0115	-0.0152	-0.0170	-0.0175	-0.0171	-0.0146
	2	maximum	0.0677	0.0562	0.0005	-0.0024	-0.0041	-0.0041	-0.0022	-0.0008
		minimum	0.0124	0.0014	-0.0149	-0.0199	-0.0225	-0.0232	-0.0229	-0.0204
		mean	0.0437	0.0252	-0.0037	-0.0105	-0.0135	-0.0148	-0.0143	-0.0121
average veto – dominance indices	1	maximum	0.1244	0.0379	0.0090	0.0019	0.0002	-0.0005	-0.0005	-0.0006
		minimum	-0.0003	0.0005	-0.0004	-0.0156	-0.0297	-0.0391	-0.0417	-0.0406
		mean	0.0412	0.0136	0.0032	-0.0038	-0.0094	-0.0137	-0.0158	-0.0154
	2	maximum	0.1186	0.0468	0.0051	0.0006	-0.0014	-0.0032	-0.0053	-0.0089
		minimum	0.0098	0.0084	0.0020	-0.0186	-0.0308	-0.0389	-0.0413	-0.0384
		mean	0.0462	0.0219	0.0032	-0.0061	-0.0116	-0.0159	-0.0188	-0.0190

Tabela T.26: Primerjava ekstremnih vektorjev povprečnih selektivnih moči z utežmi ROC in RS

		x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8
ROC weights		0.340	0.215	0.152	0.111	0.079	0.054	0.034	0.016
RS weights		0.222	0.194	0.167	0.139	0.111	0.083	0.056	0.028
maximal selective strengths	$l = 1$	0.346	0.220	0.162	0.121	0.081	0.047	0.019	0.004
	$l = 2$	0.324	0.227	0.166	0.122	0.086	0.050	0.021	0.005
minimal selective strengths	$l = 1$	0.285	0.184	0.148	0.121	0.099	0.079	0.057	0.029
	$l = 2$	0.231	0.214	0.132	0.115	0.100	0.086	0.071	0.051

Tabela T.27: Razmerja selektivnih moči z utežmi, izpeljanimi z drugimi pristopi

	l	$x_1 : x_2$		$x_1 : x_3$		$x_1 : x_4$		$x_1 : x_5$		$x_1 : x_6$		$x_1 : x_7$		$x_1 : x_8$	
		mean	sd	mean	sd	mean	sd	mean	sd	mean	sd	mean	sd	mean	sd
weighted sums	1	1.104	0.134	1.077	0.140	1.054	0.146	1.029	0.165	0.975	0.179	0.888	0.204	0.712	0.260
	2	0.964	0.089	1.009	0.107	0.987	0.109	0.961	0.124	0.919	0.145	0.841	0.176	0.678	0.235
average veto	1	1.598	0.313	1.698	0.314	1.770	0.325	1.844	0.354	1.930	0.391	2.065	0.496	2.396	0.779
	2	1.081	0.128	1.297	0.176	1.373	0.175	1.431	0.184	1.494	0.206	1.572	0.252	1.731	0.366
dominance indices	1	1.762	0.403	1.954	0.442	2.119	0.483	2.301	0.553	2.542	0.726	2.975	1.262	6.506	35.309
	2	1.200	0.195	1.577	0.296	1.771	0.334	1.948	0.392	2.174	0.561	2.592	1.259	5.456	28.098
ROC weights	1	1.192	0.281	1.032	0.243	0.892	0.216	0.772	0.216	0.663	0.245	0.595	0.418	1.265	9.120
	2	0.797	0.149	0.779	0.162	0.687	0.149	0.601	0.144	0.526	0.184	0.484	0.368	1.035	8.113
RS weights	1	1.651	0.389	1.728	0.406	1.713	0.415	1.654	0.464	1.555	0.575	1.509	1.062	3.438	24.788
	2	1.103	0.206	1.304	0.271	1.320	0.287	1.287	0.309	1.233	0.431	1.227	0.933	2.813	22.049

Tabela T.28: Števila razhajanj najpomembnejšega kriterija na 1000 poskusov simulacije

m	P_W	P_S	selective strengths : weighted sums	selective strengths : average veto	selective strengths : dominance indices	weighted sums : average veto	weighted sums : dominance indices	average veto : dominance indices
4	0.3	0.1	129	117	145	159	211	178
	0.6	0.1	201	148	153	254	272	118
	0.6	0.3	144	171	158	200	211	97
	0.6	0.5	70	190	164	211	187	146
	0.9	0.1	168	151	152	266	267	80
	0.9	0.3	138	186	183	257	262	67
	0.9	0.5	98	134	126	192	186	34
12	0.3	0.1	162	127	137	203	208	159
	0.6	0.1	189	172	165	263	251	118
	0.6	0.3	119	169	171	214	230	104
	0.6	0.5	85	220	204	239	223	123
	0.9	0.1	145	210	216	294	302	98
	0.9	0.3	150	187	194	269	277	91
	0.9	0.5	141	246	234	301	292	76
20	0.3	0.1	143	109	141	198	204	163
	0.6	0.1	190	171	158	265	276	150
	0.6	0.3	144	193	185	236	251	131
	0.6	0.5	84	218	199	235	211	135
	0.9	0.1	161	189	183	292	280	113
	0.9	0.3	153	227	204	289	265	116
	0.9	0.5	123	256	251	289	287	84

Tabela T.29: Povprečna števila razhajanj najpomembnejšega kriterija glede na verjetnost veta

P_W	P_S	selective strengths : weighted sums	selective strengths : average veto	selective strengths : dominance indices	weighted sums : average veto	weighted sums : dominance indices	average veto : dominance indices
0.3	0.1	145	118	141	187	208	167
0.6	0.1	193	164	159	261	266	129
0.6	0.3	136	178	171	217	231	111
0.6	0.5	80	209	189	228	207	135
0.9	0.1	158	183	184	284	283	97
0.9	0.3	147	200	194	272	268	91
0.9	0.5	121	212	204	261	255	65

Tabela T.30: Povprečna razhajanja najpomembnejšega kriterija glede na število alternativ

m	selective strengths : weighted sums	selective strengths : average veto	selective strengths : dominance indices	weighted sums : average veto	weighted sums : dominance indices	average veto : dominance indices
4	135	157	154	220	228	103
12	142	190	189	255	255	110
20	143	195	189	258	253	127

Tabela T.31: Povprečne Kemeny-Snellove razdalje med ordinalnimi vrstnimi redi kriterijev

m	P_W	P_S	selective strengths : weighted sums	selective strengths : average veto	selective strengths : dominance indices	weighted sums : average veto	weighted sums : dominance indices	average veto : dominance indices
4	0.3	0.1	0.043	0.032	0.032	0.048	0.056	0.044
	0.6	0.1	0.077	0.059	0.047	0.104	0.099	0.047
	0.6	0.3	0.058	0.067	0.053	0.090	0.082	0.050
	0.6	0.5	0.031	0.092	0.070	0.095	0.076	0.072
	0.9	0.1	0.079	0.078	0.062	0.130	0.114	0.044
	0.9	0.3	0.067	0.085	0.072	0.122	0.109	0.041
	0.9	0.5	0.062	0.086	0.077	0.120	0.113	0.037
12	0.3	0.1	0.068	0.046	0.045	0.083	0.085	0.056
	0.6	0.1	0.083	0.066	0.052	0.116	0.105	0.051
	0.6	0.3	0.060	0.081	0.062	0.103	0.090	0.052
	0.6	0.5	0.039	0.098	0.083	0.105	0.093	0.055
	0.9	0.1	0.069	0.086	0.071	0.133	0.118	0.048
	0.9	0.3	0.061	0.091	0.075	0.124	0.110	0.046
	0.9	0.5	0.060	0.106	0.095	0.131	0.119	0.046
20	0.3	0.1	0.064	0.047	0.042	0.083	0.080	0.052
	0.6	0.1	0.081	0.069	0.057	0.115	0.105	0.052
	0.6	0.3	0.061	0.077	0.062	0.099	0.090	0.051
	0.6	0.5	0.040	0.091	0.079	0.100	0.089	0.052
	0.9	0.1	0.069	0.084	0.068	0.129	0.114	0.049
	0.9	0.3	0.063	0.092	0.080	0.125	0.112	0.046
	0.9	0.5	0.056	0.103	0.094	0.126	0.117	0.044

Tabela T.32: Povprečne Kemeny-Snellove razdalje glede na verjetnost veta

P_W	P_S	selective strengths : weighted sums	selective strengths : average veto	selective strengths : dominance indices	weighted sums : average veto	weighted sums : dominance indices	average veto : dominance indices
0.3	0.1	0.058	0.042	0.040	0.071	0.074	0.051
0.6	0.1	0.080	0.065	0.052	0.111	0.103	0.050
0.6	0.3	0.059	0.075	0.059	0.097	0.087	0.051
0.6	0.5	0.037	0.094	0.078	0.100	0.086	0.060
0.9	0.1	0.072	0.083	0.067	0.131	0.115	0.047
0.9	0.3	0.064	0.089	0.076	0.124	0.110	0.045
0.9	0.5	0.059	0.098	0.089	0.125	0.116	0.042

Tabela T.33: Povprečne Kemeny-Snellove razdalje glede na število alternativ

m	selective strengths : weighted sums	selective strengths : average veto	selective strengths : dominance indices	weighted sums : average veto	weighted sums : dominance indices	average veto : dominance indices
4	0.060	0.071	0.059	0.101	0.093	0.048
12	0.063	0.082	0.069	0.113	0.103	0.051
20	0.062	0.080	0.069	0.111	0.101	0.050

Tabela T.34: Števila razhajanj najpomembnejšega kriterija na 1000 poskusov simulacije za $k = 1$

m	P_W	P_S	selective strengths : weighted sums	selective strengths : average veto	selective strengths : dominance indices	weighted sums : average veto	weighted sums : dominance indices	average veto : dominance indices
4	0.3	0.1	69	19	40	80	87	43
	0.6	0.1	62	23	27	64	70	12
	0.6	0.3	58	25	27	63	66	7
	0.6	0.5	22	6	5	24	23	1
	0.9	0.1	26	17	18	22	23	1
	0.9	0.3	1	0	1	1	2	1
	0.9	0.5	0	0	0	0	0	0
12	0.3	0.1	28	14	25	36	45	21
	0.6	0.1	19	19	32	32	41	15
	0.6	0.3	20	17	25	23	31	10
	0.6	0.5	42	20	30	48	56	10
	0.9	0.1	35	22	29	44	47	7
	0.9	0.3	4	4	8	8	12	5
	0.9	0.5	1	7	8	7	8	1
20	0.3	0.1	12	5	13	13	17	10
	0.6	0.1	11	13	21	20	28	8
	0.6	0.3	8	5	13	9	15	8
	0.6	0.5	17	13	15	26	28	4
	0.9	0.1	17	20	26	29	35	6
	0.9	0.3	11	7	8	14	15	3
	0.9	0.5	7	5	7	12	14	2

Tabela T.35: Števila razhajanj najpomembnejšega kriterija na 1000 poskusov simulacije za $k = 2$

m	P_W	P_S	selective strengths : weighted sums	selective strengths : average veto	selective strengths : dominance indices	weighted sums : average veto	weighted sums : dominance indices	average veto : dominance indices
4	0.3	0.1	105	33	75	100	140	86
	0.6	0.1	95	58	74	126	132	46
	0.6	0.3	81	62	69	116	119	40
	0.6	0.5	92	61	75	119	136	28
	0.9	0.1	80	84	94	129	133	30
	0.9	0.3	24	39	38	54	53	13
	0.9	0.5	21	21	21	29	30	3
12	0.3	0.1	61	21	73	74	91	80
	0.6	0.1	51	39	57	75	91	30
	0.6	0.3	39	51	86	78	102	43
	0.6	0.5	60	50	73	91	108	30
	0.9	0.1	40	72	92	97	115	24
	0.9	0.3	52	79	95	94	104	25
	0.9	0.5	54	77	84	115	124	14
20	0.3	0.1	55	17	58	62	74	65
	0.6	0.1	30	29	54	55	74	33
	0.6	0.3	27	39	51	50	60	24
	0.6	0.5	49	49	73	70	87	28
	0.9	0.1	30	47	57	73	83	16
	0.9	0.3	62	75	82	103	111	20
	0.9	0.5	35	84	102	101	119	18

Tabela T.36: Povprečna števila razhajanj najpomembnejšega kriterija glede na verjetnost veta

k	P_W	P_S	selective strengths : weighted sums	selective strengths : average veto	selective strengths : dominance indices	weighted sums : average veto	weighted sums : dominance indices	average veto : dominance indices
1	0.3	0.1	36	13	26	43	50	25
	0.6	0.1	31	18	27	39	46	12
	0.6	0.3	29	16	22	32	37	8
	0.6	0.5	27	13	17	33	36	5
	0.9	0.1	26	20	24	32	35	5
	0.9	0.3	5	4	6	8	10	3
	0.9	0.5	3	4	5	6	7	1
2	0.3	0.1	74	24	69	79	102	77
	0.6	0.1	59	42	62	85	99	36
	0.6	0.3	49	51	69	81	94	36
	0.6	0.5	67	53	74	93	110	29
	0.9	0.1	50	68	81	100	110	23
	0.9	0.3	46	64	72	84	89	19
	0.9	0.5	37	61	69	82	91	12

Tabela T.37: Povprečna razhajanja najpomembnejšega kriterija glede na število alternativ

k	m	selective strengths : weighted sums	selective strengths : average veto	selective strengths : dominance indices	weighted sums : average veto	weighted sums : dominance indices	average veto : dominance indices
1	4	34	13	17	36	39	9
	12	21	15	22	28	34	10
	20	12	10	15	18	22	6
2	4	71	51	64	96	106	35
	12	51	56	80	89	105	35
	20	41	49	68	73	87	29

Tabela T.38: Povprečne normirane Kemeny-Snellove razdalje za $k = 1$

m	P_W	P_S	selective strengths : weighted sums	selective strengths : average veto	selective strengths : dominance indices	weighted sums : average veto	weighted sums : dominance indices	average veto : dominance indices
4	0.3	0.1	0.0090	0.0035	0.0051	0.0094	0.0101	0.0052
	0.6	0.1	0.0163	0.0075	0.0081	0.0186	0.0182	0.0094
	0.6	0.3	0.0208	0.0120	0.0110	0.0278	0.0243	0.0108
	0.6	0.5	0.0168	0.0063	0.0066	0.0179	0.0180	0.0067
	0.9	0.1	0.0193	0.0118	0.0106	0.0247	0.0221	0.0088
	0.9	0.3	0.0077	0.0091	0.0077	0.0114	0.0111	0.0066
	0.9	0.5	0.0162	0.0106	0.0102	0.0210	0.0203	0.0049
12	0.3	0.1	0.0064	0.0036	0.0044	0.0074	0.0079	0.0058
	0.6	0.1	0.0101	0.0057	0.0086	0.0126	0.0133	0.0094
	0.6	0.3	0.0087	0.0059	0.0092	0.0125	0.0116	0.0107
	0.6	0.5	0.0117	0.0062	0.0084	0.0131	0.0148	0.0085
	0.9	0.1	0.0103	0.0063	0.0089	0.0145	0.0138	0.0097
	0.9	0.3	0.0072	0.0080	0.0082	0.0105	0.0109	0.0061
	0.9	0.5	0.0082	0.0069	0.0082	0.0126	0.0124	0.0067
20	0.3	0.1	0.0055	0.0022	0.0030	0.0057	0.0066	0.0034
	0.6	0.1	0.0080	0.0041	0.0064	0.0105	0.0098	0.0079
	0.6	0.3	0.0050	0.0027	0.0062	0.0069	0.0075	0.0073
	0.6	0.5	0.0073	0.0045	0.0059	0.0089	0.0100	0.0076
	0.9	0.1	0.0050	0.0059	0.0062	0.0083	0.0081	0.0068
	0.9	0.3	0.0051	0.0038	0.0066	0.0075	0.0085	0.0068
	0.9	0.5	0.0057	0.0047	0.0071	0.0086	0.0094	0.0055

Tabela T.39: Povprečne normirane Kemeny-Snellove razdalje za $k = 2$

m	P_W	P_S	selective strengths : weighted sums	selective strengths : average veto	selective strengths : dominance indices	weighted sums : average veto	weighted sums : dominance indices	average veto : dominance indices
4	0.3	0.1	0.0123	0.0058	0.0091	0.0106	0.0152	0.0100
	0.6	0.1	0.0372	0.0281	0.0217	0.0504	0.0464	0.0264
	0.6	0.3	0.0375	0.0396	0.0294	0.0640	0.0525	0.0270
	0.6	0.5	0.0385	0.0279	0.0216	0.0517	0.0470	0.0243
	0.9	0.1	0.0397	0.0415	0.0334	0.0692	0.0592	0.0251
	0.9	0.3	0.0238	0.0395	0.0316	0.0446	0.0398	0.0254
	0.9	0.5	0.0381	0.0375	0.0362	0.0613	0.0584	0.0155
12	0.3	0.1	0.0183	0.0082	0.0108	0.0207	0.0215	0.0135
	0.6	0.1	0.0220	0.0190	0.0167	0.0351	0.0294	0.0218
	0.6	0.3	0.0186	0.0252	0.0205	0.0384	0.0299	0.0253
	0.6	0.5	0.0234	0.0205	0.0208	0.0356	0.0338	0.0237
	0.9	0.1	0.0198	0.0243	0.0213	0.0389	0.0328	0.0217
	0.9	0.3	0.0200	0.0298	0.0287	0.0360	0.0339	0.0218
	0.9	0.5	0.0255	0.0302	0.0328	0.0462	0.0451	0.0201
20	0.3	0.1	0.0161	0.0083	0.0101	0.0190	0.0191	0.0128
	0.6	0.1	0.0182	0.0157	0.0140	0.0293	0.0243	0.0190
	0.6	0.3	0.0126	0.0180	0.0141	0.0268	0.0202	0.0177
	0.6	0.5	0.0188	0.0160	0.0166	0.0269	0.0270	0.0183
	0.9	0.1	0.0146	0.0189	0.0169	0.0297	0.0244	0.0181
	0.9	0.3	0.0159	0.0218	0.0224	0.0255	0.0278	0.0192
	0.9	0.5	0.0169	0.0223	0.0264	0.0325	0.0323	0.0180

Tabela T.40: Povprečne normirane Kemeny-Snellove razdalje glede na verjetnost veta za $k = 1$

P_W	P_S	selective strengths : weighted sums	selective strengths : average veto	selective strengths : dominance indices	weighted sums : average veto	weighted sums : dominance indices	average veto : dominance indices
0.3	0.1	0.0070	0.0031	0.0042	0.0075	0.0082	0.0048
0.6	0.1	0.0115	0.0058	0.0077	0.0139	0.0138	0.0089
0.6	0.3	0.0115	0.0069	0.0088	0.0157	0.0145	0.0096
0.6	0.5	0.0119	0.0057	0.0070	0.0133	0.0143	0.0076
0.9	0.1	0.0116	0.0073	0.0087	0.0156	0.0148	0.0084
0.9	0.3	0.0066	0.0077	0.0074	0.0101	0.0100	0.0065
0.9	0.5	0.0100	0.0074	0.0085	0.0141	0.0140	0.0057

Tabela T.41: Povprečne normirane Kemeny-Snellove razdalje glede na število alternativ za $k = 1$

m	selective strengths : weighted sums	selective strengths : average veto	selective strengths : dominance indices	weighted sums : average veto	weighted sums : dominance indices	average veto : dominance indices
4	0.0152	0.0087	0.0085	0.0187	0.0177	0.0075
12	0.0089	0.0061	0.0080	0.0119	0.0121	0.0081
20	0.0059	0.0040	0.0059	0.0081	0.0086	0.0065

Tabela T.42: Števila razhajanj najpomembnejšega kriterija na 1000 poskusov simulacije

l	P_W	P_S	selective strengths : weighted sums	selective strengths : average veto	selective strengths : dominance indices	weighted sums : average veto	weighted sums : dominance indices	average veto : dominance indices
1	0.3	0.1	90	109	158	123	184	232
	0.6	0.1	124	275	237	222	304	366
	0.6	0.3	97	363	159	304	215	382
	0.6	0.5	24	336	68	316	88	359
	0.9	0.1	104	384	270	296	313	394
	0.9	0.3	34	408	188	378	190	395
	0.9	0.5	1	342	104	341	105	354
2	0.3	0.1	74	64	111	87	142	145
	0.6	0.1	106	112	155	141	202	190
	0.6	0.3	80	198	178	189	197	245
	0.6	0.5	28	161	96	154	100	190
	0.9	0.1	82	174	298	182	304	288
	0.9	0.3	56	232	314	222	328	332
	0.9	0.5	17	220	299	222	309	349

Tabela T.43: Povprečna razhajanja najpomembnejšega kriterija

l	selective strengths : weighted sums	selective strengths : average veto	selective strengths : dominance indices	weighted sums : average veto	weighted sums : dominance indices	average veto : dominance indices
1	68	317	169	283	200	355
2	63	166	207	171	226	248

Tabela T.44: Razlike razhajanj med pristransko in nepristransko enakomerno porazdelitvijo

l		selective strengths : weighted sums	selective strengths : average veto	selective strengths : dominance indices	weighted sums : average veto	weighted sums : dominance indices	average veto : dominance indices
1	maximum	-22	221	72	109	53	304
	minimum	-140	-18	-136	-80	-187	73
	mean	-73.857	126.571	-19.571	28.143	-54.857	244.714
2	maximum	-39	45	120	-25	51	273
	minimum	-124	-63	-108	-122	-123	-14
	mean	-78.286	-24.286	18.571	-83.714	-28.714	138.571

Tabela T.45: Povprečne Kemeny-Snellove razdalje med ordinalnimi vrstnimi redi kriterijev

l	P_W	P_S	selective strengths : weighted sums	selective strengths : average veto	selective strengths : dominance indices	weighted sums : average veto	weighted sums : dominance indices	average veto : dominance indices
1	0.3	0.1	0.036	0.033	0.036	0.044	0.049	0.050
	0.6	0.1	0.068	0.063	0.041	0.094	0.089	0.066
	0.6	0.3	0.055	0.075	0.043	0.094	0.073	0.070
	0.6	0.5	0.025	0.093	0.045	0.096	0.052	0.084
	0.9	0.1	0.067	0.073	0.046	0.112	0.094	0.057
	0.9	0.3	0.058	0.073	0.047	0.108	0.085	0.055
	0.9	0.5	0.051	0.073	0.051	0.104	0.080	0.051
2	0.3	0.1	0.034	0.028	0.037	0.042	0.050	0.048
	0.6	0.1	0.067	0.049	0.048	0.081	0.089	0.066
	0.6	0.3	0.050	0.066	0.049	0.077	0.075	0.075
	0.6	0.5	0.018	0.087	0.046	0.085	0.051	0.090
	0.9	0.1	0.069	0.068	0.066	0.090	0.098	0.069
	0.9	0.3	0.055	0.075	0.068	0.095	0.097	0.069
	0.9	0.5	0.040	0.074	0.061	0.097	0.082	0.063

Tabela T.46: Razlike Kemeny-Snellovih razdalj med pristransko in nepristransko porazdelitvijo

l		selective strengths : weighted sums	selective strengths : average veto	selective strengths : dominance indices	weighted sums : average veto	weighted sums : dominance indices	average veto : dominance indices
1	maximum	-0.002	-0.003	-0.009	-0.009	-0.016	0.029
	minimum	-0.032	-0.033	-0.044	-0.039	-0.041	-0.006
	mean	-0.012	-0.013	-0.025	-0.020	-0.028	0.011
2	maximum	0.000	-0.012	-0.004	-0.020	-0.013	0.034
	minimum	-0.033	-0.032	-0.037	-0.043	-0.042	-0.008
	mean	-0.015	-0.018	-0.015	-0.032	-0.025	0.018

Tabela T.47: Povprečne Kemeny-Snellove razdalje

l		selective strengths : weighted sums	selective strengths : average veto	selective strengths : dominance indices	weighted sums : average veto	weighted sums : dominance indices	average veto : dominance indices
1		0.051	0.069	0.044	0.093	0.075	0.062
2		0.047	0.064	0.054	0.081	0.077	0.069

Tabela T.48: Razhajanja ordinalnih vrstnih redov kriterijev za $\delta_{\min} = -0.1$ in $\delta_{\max} = 0.1$

P_w	P_s	m	most important criterion discrepancies				normalized Kemeny-Snell distances				normalized weighted distances			
			selective strengths	weighted sums	average veto	dominance indices	selective strengths	weighted sums	average veto	dominance indices	selective strengths	weighted sums	average veto	dominance indices
0.3	0.1	4	673	1979	903	1352	0.057	0.084	0.065	0.077	0.077	0.128	0.090	0.114
		12	958	2029	1140	1388	0.036	0.075	0.039	0.048	0.061	0.126	0.065	0.083
		20	772	1499	871	1133	0.033	0.068	0.037	0.041	0.055	0.111	0.061	0.068
0.6	0.1	4	1005	1919	807	1063	0.042	0.067	0.040	0.051	0.071	0.117	0.065	0.082
		12	1243	1983	1020	1129	0.042	0.066	0.042	0.048	0.071	0.111	0.070	0.079
		20	1017	1749	1026	1213	0.045	0.064	0.041	0.050	0.072	0.103	0.068	0.083
0.6	0.3	4	865	3098	1069	1246	0.032	0.103	0.038	0.048	0.054	0.172	0.064	0.081
		12	906	3357	686	1045	0.035	0.115	0.033	0.042	0.059	0.185	0.054	0.071
		20	889	3209	824	1125	0.033	0.113	0.034	0.043	0.056	0.180	0.055	0.070
0.6	0.5	4	1171	3851	1652	1642	0.036	0.168	0.072	0.079	0.061	0.257	0.122	0.124
		12	536	3991	426	936	0.027	0.174	0.028	0.040	0.045	0.265	0.048	0.067
		20	795	4140	501	704	0.028	0.175	0.024	0.031	0.050	0.266	0.040	0.053
0.9	0.1	4	1463	2367	1359	1422	0.050	0.081	0.046	0.055	0.084	0.136	0.077	0.091
		12	1111	1583	858	1068	0.051	0.074	0.050	0.057	0.085	0.119	0.079	0.093
		20	1455	1606	1207	1445	0.052	0.068	0.050	0.058	0.087	0.113	0.082	0.094
0.9	0.3	4	932	2428	1085	1123	0.045	0.110	0.044	0.056	0.075	0.174	0.074	0.092
		12	1135	2803	1222	1250	0.046	0.108	0.042	0.052	0.079	0.172	0.072	0.088
		20	1344	2374	960	1116	0.043	0.100	0.040	0.046	0.073	0.157	0.065	0.075
0.9	0.5	4	1522	3950	1484	1545	0.044	0.161	0.038	0.058	0.076	0.252	0.068	0.094
		12	1292	4092	1281	1376	0.044	0.156	0.035	0.049	0.074	0.242	0.062	0.081
		20	1026	3612	694	996	0.050	0.159	0.038	0.050	0.085	0.244	0.064	0.082

Tabela T.49: Povprečna razhajanja ordinalnih vrstnih redov kriterijev za $\delta_{\min} = -0.1$ in $\delta_{\max} = 0.1$

P_w	P_s	most important criterion discrepancies				normalized Kemeny-Snell distances				normalized weighted distances			
		selective strengths	weighted sums	average veto	dominance indices	selective strengths	weighted sums	average veto	dominance indices	selective strengths	weighted sums	average veto	dominance indices
0.3	0.1	801	1836	971	1291	0.042	0.076	0.047	0.056	0.064	0.122	0.072	0.088
0.6	0.1	1088	1884	951	1135	0.043	0.065	0.041	0.050	0.071	0.111	0.068	0.081
0.6	0.3	887	3221	860	1139	0.033	0.110	0.035	0.044	0.056	0.179	0.058	0.074
0.6	0.5	834	3994	860	1094	0.030	0.172	0.041	0.050	0.052	0.263	0.070	0.081
0.9	0.1	1343	1852	1141	1312	0.051	0.074	0.049	0.057	0.085	0.123	0.080	0.093
0.9	0.3	1137	2535	1089	1163	0.045	0.106	0.042	0.052	0.075	0.168	0.070	0.085
0.9	0.5	1280	3885	1153	1306	0.046	0.159	0.037	0.052	0.078	0.246	0.065	0.086

Tabela T.50: Razhajanja ordinalnih razvrstitev pri majhnih nesimetričnih/simetričnih spremembah

P_W	P_S	m	most important criterion discrepancies						normalized Kemeny-Snell distances					
			selective strengths			weighted sums			selective strengths			weighted sums		
			$\delta_{\min}=0$ $\delta_{\max}=0.1$	$\delta_{\min}=-0.1$ $\delta_{\max}=0.1$	$\delta_{\min}=-0.1$ $\delta_{\max}=0$	$\delta_{\min}=0$ $\delta_{\max}=0.1$	$\delta_{\min}=-0.1$ $\delta_{\max}=0.1$	$\delta_{\min}=-0.1$ $\delta_{\max}=0$	$\delta_{\min}=0$ $\delta_{\max}=0.1$	$\delta_{\min}=-0.1$ $\delta_{\max}=0.1$	$\delta_{\min}=-0.1$ $\delta_{\max}=0$	$\delta_{\min}=0$ $\delta_{\max}=0.1$	$\delta_{\min}=-0.1$ $\delta_{\max}=0.1$	$\delta_{\min}=-0.1$ $\delta_{\max}=0$
0.3	0.1	4	454	673	359	1213	1979	2828	0.043	0.057	0.023	0.071	0.084	0.060
		12	481	958	587	1616	2029	2566	0.021	0.036	0.019	0.074	0.075	0.088
		20	321	772	574	1472	1499	1963	0.019	0.033	0.018	0.071	0.068	0.091
0.6	0.1	4	482	1005	677	949	1919	1828	0.024	0.042	0.025	0.040	0.067	0.055
		12	906	1243	872	1475	1983	2043	0.024	0.042	0.028	0.046	0.066	0.065
		20	605	1017	533	916	1749	1807	0.028	0.045	0.029	0.041	0.064	0.064
0.6	0.3	4	363	865	635	1166	3098	3903	0.019	0.032	0.022	0.037	0.103	0.134
		12	502	906	714	1114	3357	4345	0.021	0.035	0.023	0.035	0.115	0.161
		20	482	889	611	1091	3209	4164	0.019	0.033	0.024	0.037	0.113	0.159
0.6	0.5	4	360	1171	1084	751	3851	5029	0.021	0.036	0.031	0.040	0.168	0.218
		12	206	536	424	776	3991	5190	0.012	0.027	0.022	0.039	0.174	0.233
		20	351	795	686	1040	4140	5231	0.012	0.028	0.024	0.044	0.175	0.233
0.9	0.1	4	1117	1463	785	1446	2367	2047	0.029	0.050	0.027	0.052	0.081	0.063
		12	521	1111	611	1155	1583	1289	0.029	0.051	0.029	0.048	0.074	0.056
		20	981	1455	887	857	1606	1382	0.031	0.052	0.029	0.038	0.068	0.057
0.9	0.3	4	513	932	558	838	2428	2994	0.024	0.045	0.029	0.045	0.110	0.131
		12	618	1135	726	675	2803	3749	0.025	0.046	0.029	0.037	0.108	0.140
		20	1035	1344	859	554	2374	3152	0.026	0.043	0.028	0.035	0.100	0.135
0.9	0.5	4	569	1522	1181	830	3950	4957	0.021	0.044	0.033	0.035	0.161	0.211
		12	568	1292	1040	1032	4092	4949	0.020	0.044	0.033	0.032	0.156	0.207
		20	656	1026	1068	780	3612	5041	0.023	0.050	0.036	0.031	0.159	0.216

Tabela T.51: Razhajanja ordinalnih vrstnih redov kriterijev za $\delta_{\min} = -0.2$ in $\delta_{\max} = 0.2$

P_W	P_S	m	most important criterion discrepancies				normalized Kemeny-Snell distances				normalized weighted distances			
			selective strengths	weighted sums	average veto	dominance indices	selective strengths	weighted sums	average veto	dominance indices	selective strengths	weighted sums	average veto	dominance indices
0.3	0.1	4	1498	2406	1698	2133	0.092	0.114	0.100	0.110	0.130	0.171	0.144	0.162
		12	1895	2579	2008	2275	0.072	0.105	0.077	0.085	0.119	0.169	0.125	0.141
		20	1466	2100	1584	1928	0.068	0.098	0.075	0.079	0.108	0.154	0.118	0.125
0.6	0.1	4	1901	2690	1866	2098	0.081	0.104	0.080	0.089	0.131	0.170	0.127	0.142
		12	2209	2905	1956	2115	0.084	0.107	0.083	0.091	0.136	0.174	0.134	0.145
		20	1965	2629	1946	2143	0.084	0.104	0.082	0.091	0.133	0.164	0.130	0.144
0.6	0.3	4	1776	3566	1916	2008	0.061	0.122	0.067	0.075	0.103	0.199	0.111	0.126
		12	1788	3581	1593	1879	0.069	0.128	0.065	0.074	0.114	0.204	0.107	0.122
		20	1816	3357	1720	1959	0.067	0.126	0.066	0.076	0.109	0.198	0.106	0.122
0.6	0.5	4	1705	3986	2066	2081	0.060	0.173	0.087	0.094	0.100	0.265	0.146	0.147
		12	1223	4043	1083	1487	0.055	0.174	0.052	0.063	0.092	0.266	0.086	0.102
		20	1527	4126	1103	1354	0.059	0.176	0.050	0.059	0.098	0.267	0.084	0.098
0.9	0.1	4	2711	3447	2569	2641	0.100	0.129	0.092	0.101	0.162	0.208	0.150	0.162
		12	2266	2818	1919	2178	0.101	0.126	0.096	0.104	0.161	0.195	0.151	0.163
		20	2533	2834	2312	2499	0.102	0.119	0.096	0.105	0.162	0.188	0.153	0.164
0.9	0.3	4	2120	3146	2103	2198	0.093	0.144	0.086	0.099	0.149	0.222	0.140	0.157
		12	2328	3435	2222	2251	0.092	0.138	0.084	0.095	0.150	0.216	0.138	0.154
		20	2278	2911	1798	2023	0.086	0.128	0.079	0.088	0.138	0.198	0.125	0.138
0.9	0.5	4	2750	4486	2425	2448	0.090	0.182	0.077	0.094	0.149	0.281	0.128	0.150
		12	2408	4392	2233	2359	0.087	0.173	0.071	0.086	0.141	0.266	0.120	0.139
		20	2286	4204	1746	1888	0.089	0.178	0.073	0.085	0.144	0.270	0.119	0.136

Tabela T.52: Razhajanja ordinalnih razvrstitev pri zmernih nesimetričnih/simetričnih spremembah

P_W	P_S	m	most important criterion discrepancies						normalized Kemeny-Snell distances					
			selective strengths			weighted sums			selective strengths			weighted sums		
			$\delta_{\min}=0$ $\delta_{\max}=0.2$	$\delta_{\min}=-0.2$ $\delta_{\max}=0.2$	$\delta_{\min}=-0.2$ $\delta_{\max}=0$	$\delta_{\min}=0$ $\delta_{\max}=0.2$	$\delta_{\min}=-0.2$ $\delta_{\max}=0.2$	$\delta_{\min}=-0.2$ $\delta_{\max}=0$	$\delta_{\min}=0$ $\delta_{\max}=0.2$	$\delta_{\min}=-0.2$ $\delta_{\max}=0.2$	$\delta_{\min}=-0.2$ $\delta_{\max}=0$	$\delta_{\min}=0$ $\delta_{\max}=0.2$	$\delta_{\min}=-0.2$ $\delta_{\max}=0.2$	$\delta_{\min}=-0.2$ $\delta_{\max}=0$
0.3	0.1	4	879	1498	772	1927	2406	3067	0.064	0.092	0.042	0.108	0.114	0.074
		12	1080	1895	1171	2549	2579	2971	0.044	0.072	0.041	0.119	0.105	0.102
		20	740	1466	1021	2512	2100	2153	0.041	0.068	0.038	0.117	0.098	0.104
0.6	0.1	4	1001	1901	1297	1598	2690	2354	0.046	0.081	0.049	0.071	0.104	0.076
		12	1437	2209	1407	2390	2905	2464	0.047	0.084	0.054	0.080	0.107	0.086
		20	1262	1965	1172	1902	2629	2287	0.050	0.084	0.053	0.078	0.104	0.084
0.6	0.3	4	976	1776	1296	1858	3566	4172	0.035	0.061	0.043	0.063	0.122	0.146
		12	796	1788	1361	2069	3581	4486	0.040	0.069	0.047	0.066	0.128	0.171
		20	917	1816	1347	1804	3357	4343	0.036	0.067	0.047	0.070	0.126	0.166
0.6	0.5	4	593	1705	1575	1221	3986	5136	0.031	0.060	0.050	0.063	0.173	0.225
		12	450	1223	1037	1383	4043	5333	0.023	0.055	0.045	0.069	0.174	0.238
		20	632	1527	1326	1701	4126	5345	0.025	0.059	0.048	0.073	0.176	0.238
0.9	0.1	4	1877	2711	1475	2144	3447	2716	0.058	0.100	0.054	0.083	0.129	0.091
		12	1218	2266	1277	1823	2818	1892	0.058	0.101	0.057	0.083	0.126	0.086
		20	1610	2533	1554	1774	2834	1955	0.060	0.102	0.057	0.073	0.119	0.083
0.9	0.3	4	1190	2120	1262	1466	3146	3399	0.050	0.093	0.060	0.079	0.144	0.149
		12	1321	2328	1535	1434	3435	3954	0.051	0.092	0.061	0.068	0.138	0.153
		20	1738	2278	1560	1212	2911	3387	0.049	0.086	0.055	0.065	0.128	0.147
0.9	0.5	4	1045	2750	2233	1560	4486	5153	0.043	0.090	0.068	0.062	0.182	0.219
		12	1100	2408	2098	1778	4392	5130	0.043	0.087	0.067	0.060	0.173	0.215
		20	1281	2286	1831	1394	4204	5218	0.046	0.089	0.069	0.058	0.178	0.225

Tabela T.53: Razhajanja ordinalnih vrstnih redov kriterijev za $\delta_{\min} = -0.4$ in $\delta_{\max} = 0.4$

P_W	P_S	m	most important criterion discrepancies				normalized Kemeny-Snell distances				normalized weighted distances			
			selective strengths	weighted sums	average veto	dominance indices	selective strengths	weighted sums	average veto	dominance indices	selective strengths	weighted sums	average veto	dominance indices
0.3	0.1	4	3121	3533	3220	3568	0.160	0.172	0.168	0.174	0.229	0.252	0.242	0.252
		12	3582	3785	3614	3860	0.147	0.164	0.155	0.160	0.227	0.251	0.236	0.247
		20	2815	3154	2963	3200	0.141	0.157	0.153	0.154	0.211	0.235	0.226	0.230
0.6	0.1	4	3568	4073	3596	3759	0.158	0.174	0.158	0.164	0.241	0.265	0.239	0.249
		12	3776	4294	3643	3821	0.166	0.186	0.164	0.172	0.252	0.280	0.247	0.258
		20	3639	4128	3562	3761	0.163	0.178	0.161	0.168	0.245	0.268	0.242	0.253
0.6	0.3	4	3418	4482	3420	3483	0.126	0.163	0.129	0.134	0.201	0.256	0.203	0.212
		12	3523	4393	3333	3560	0.139	0.170	0.132	0.141	0.217	0.262	0.207	0.220
		20	3378	4083	3314	3544	0.136	0.166	0.132	0.143	0.210	0.253	0.205	0.220
0.6	0.5	4	2915	4240	2844	2865	0.116	0.183	0.123	0.129	0.184	0.278	0.200	0.198
		12	2834	4235	2582	2924	0.118	0.181	0.108	0.119	0.188	0.276	0.172	0.187
		20	2925	4277	2400	2624	0.122	0.183	0.109	0.120	0.191	0.277	0.172	0.187
0.9	0.1	4	4610	5102	4468	4495	0.191	0.215	0.181	0.187	0.289	0.322	0.275	0.284
		12	4153	4671	3929	4115	0.190	0.214	0.181	0.187	0.284	0.316	0.272	0.281
		20	4338	4753	4153	4364	0.193	0.213	0.183	0.191	0.288	0.314	0.274	0.285
0.9	0.3	4	4216	4687	4019	4071	0.183	0.215	0.170	0.181	0.275	0.318	0.259	0.272
		12	4192	4730	3850	3968	0.176	0.207	0.162	0.172	0.268	0.309	0.249	0.261
		20	4049	4385	3461	3729	0.171	0.200	0.158	0.168	0.257	0.294	0.237	0.251
0.9	0.5	4	4609	5407	4111	4144	0.176	0.232	0.153	0.167	0.271	0.345	0.238	0.255
		12	4302	5342	3963	4057	0.170	0.222	0.145	0.159	0.262	0.332	0.229	0.245
		20	4098	5136	3587	3765	0.173	0.225	0.150	0.162	0.264	0.332	0.231	0.247

Tabela T.54: Razhajanja ordinalnih vrstnih redov kriterijev za $\sigma = 0.15$

P_w	P_s	m	most important criterion discrepancies				normalized Kemeny-Snell distances				normalized weighted distances			
			selective strengths	weighted sums	average veto	dominance indices	selective strengths	weighted sums	average veto	dominance indices	selective strengths	weighted sums	average veto	dominance indices
0.3	0.1	4	2195	2850	2395	2848	0.117	0.134	0.125	0.134	0.170	0.201	0.186	0.200
		12	2084	2645	2189	2541	0.094	0.118	0.101	0.109	0.147	0.183	0.157	0.170
		20	1996	2632	2149	2384	0.092	0.113	0.097	0.105	0.144	0.176	0.152	0.165
0.6	0.1	4	2456	3034	2276	2429	0.103	0.129	0.101	0.110	0.162	0.202	0.158	0.172
		12	2574	3044	2490	2755	0.101	0.123	0.105	0.108	0.162	0.194	0.167	0.173
		20	2662	2996	2817	3056	0.108	0.127	0.109	0.115	0.171	0.197	0.173	0.183
0.6	0.3	4	2528	3870	2496	2693	0.088	0.144	0.090	0.102	0.143	0.230	0.146	0.163
		12	2042	3487	2047	2580	0.087	0.141	0.082	0.092	0.140	0.220	0.130	0.148
		20	1545	2965	1660	1760	0.088	0.140	0.088	0.096	0.135	0.214	0.135	0.147
0.6	0.5	4	2031	4256	2698	2843	0.079	0.178	0.103	0.107	0.130	0.272	0.179	0.170
		12	1800	4243	1732	2212	0.076	0.180	0.075	0.085	0.124	0.275	0.123	0.139
		20	1496	3887	1305	1391	0.074	0.175	0.071	0.080	0.120	0.266	0.114	0.127
0.9	0.1	4	3257	3700	3112	3144	0.124	0.147	0.118	0.126	0.197	0.230	0.186	0.198
		12	3244	3696	2919	3131	0.133	0.150	0.127	0.134	0.209	0.232	0.198	0.210
		20	2739	3081	2447	2662	0.128	0.145	0.121	0.134	0.197	0.222	0.186	0.204
0.9	0.3	4	2987	4071	2867	2903	0.114	0.153	0.110	0.119	0.184	0.243	0.177	0.189
		12	3073	4038	2571	2875	0.117	0.157	0.107	0.118	0.188	0.244	0.169	0.186
		20	3011	3946	2769	3002	0.121	0.161	0.114	0.124	0.191	0.247	0.180	0.194
0.9	0.5	4	3334	4683	2813	2885	0.121	0.190	0.102	0.116	0.195	0.290	0.166	0.184
		12	2986	4664	2439	2538	0.122	0.195	0.101	0.115	0.193	0.294	0.163	0.181
		20	3174	4802	2811	3088	0.121	0.195	0.104	0.116	0.191	0.296	0.168	0.184

Tabela T.55: Razhajanja ordinalnih vrstnih redov kriterijev za $\sigma = 0.3$

P_w	P_s	m	most important criterion discrepancies				normalized Kemeny-Snell distances				normalized weighted distances			
			selective strengths	weighted sums	average veto	dominance indices	selective strengths	weighted sums	average veto	dominance indices	selective strengths	weighted sums	average veto	dominance indices
0.3	0.1	4	3925	4099	4017	4330	0.203	0.207	0.208	0.214	0.289	0.299	0.303	0.308
		12	4039	4098	4156	4368	0.191	0.195	0.198	0.203	0.282	0.288	0.292	0.300
		20	4038	4209	4156	4321	0.189	0.192	0.195	0.200	0.279	0.283	0.288	0.295
0.6	0.1	4	4308	4591	4118	4248	0.196	0.213	0.193	0.200	0.289	0.313	0.284	0.294
		12	4557	4796	4507	4648	0.198	0.211	0.197	0.202	0.294	0.312	0.295	0.300
		20	4686	4871	4741	4884	0.204	0.216	0.204	0.209	0.304	0.318	0.303	0.310
0.6	0.3	4	4345	4997	4294	4386	0.174	0.202	0.171	0.180	0.264	0.306	0.261	0.272
		12	4030	4530	3898	4257	0.174	0.196	0.166	0.177	0.262	0.292	0.251	0.266
		20	3530	4058	3556	3708	0.176	0.198	0.174	0.181	0.261	0.292	0.258	0.267
0.6	0.5	4	3686	4679	3857	4020	0.155	0.201	0.161	0.164	0.240	0.303	0.263	0.251
		12	3751	4677	3586	3912	0.159	0.203	0.151	0.161	0.243	0.305	0.233	0.247
		20	3345	4337	3091	3210	0.157	0.197	0.148	0.158	0.239	0.296	0.227	0.240
0.9	0.1	4	5223	5538	5029	5184	0.227	0.246	0.220	0.226	0.335	0.360	0.324	0.332
		12	5194	5482	4892	5029	0.235	0.250	0.227	0.232	0.344	0.362	0.332	0.340
		20	4819	5129	4560	4680	0.229	0.243	0.219	0.228	0.332	0.351	0.320	0.331
0.9	0.3	4	5042	5600	4923	4975	0.214	0.237	0.207	0.214	0.320	0.352	0.311	0.320
		12	5029	5525	4603	4810	0.213	0.239	0.201	0.210	0.318	0.351	0.300	0.313
		20	4911	5465	4587	4751	0.222	0.247	0.211	0.218	0.327	0.360	0.311	0.321
0.9	0.5	4	5201	5843	4717	4837	0.217	0.255	0.196	0.205	0.325	0.373	0.295	0.306
		12	4996	5692	4525	4610	0.219	0.258	0.196	0.207	0.325	0.373	0.296	0.309
		20	5184	5863	4835	4971	0.220	0.258	0.202	0.211	0.326	0.376	0.302	0.314

Tabela T.56: Razhajanja ordinalnih vrstnih redov kriterijev za eno novo dodano alternativo

m	P_w	P_s	most important criterion discrepancies				normalized Kemeny-Snell distances				normalized weighted distances			
			selective strengths	weighted sums	average veto	dominance indices	selective strengths	weighted sums	average veto	dominance indices	selective strengths	weighted sums	average veto	dominance indices
4	0.3	0.1	4134	4254	3953	4118	0.177	0.179	0.179	0.183	0.267	0.267	0.271	0.275
	0.6	0.1	5037	5129	4835	5054	0.216	0.210	0.216	0.220	0.319	0.313	0.320	0.325
	0.6	0.3	3891	3910	4147	4017	0.204	0.203	0.204	0.212	0.297	0.298	0.303	0.308
	0.6	0.5	4423	4316	4557	4657	0.195	0.198	0.197	0.212	0.303	0.305	0.314	0.319
	0.9	0.1	4471	4690	4581	4668	0.195	0.192	0.199	0.199	0.292	0.287	0.298	0.299
	0.9	0.3	4973	4822	5032	5069	0.208	0.208	0.204	0.207	0.310	0.310	0.307	0.313
	0.9	0.5	4506	4373	4376	4570	0.199	0.198	0.198	0.206	0.304	0.302	0.299	0.308
12	0.3	0.1	2436	2439	2586	2601	0.120	0.117	0.118	0.127	0.185	0.182	0.183	0.192
	0.6	0.1	2677	3024	3055	2952	0.128	0.122	0.133	0.136	0.194	0.189	0.204	0.205
	0.6	0.3	2818	3113	3044	3134	0.129	0.127	0.133	0.143	0.201	0.197	0.209	0.222
	0.6	0.5	2636	2862	3314	3457	0.119	0.116	0.125	0.137	0.191	0.189	0.204	0.217
	0.9	0.1	3171	3132	2989	3196	0.133	0.131	0.131	0.138	0.207	0.204	0.204	0.215
	0.9	0.3	3135	2849	3486	3634	0.139	0.133	0.132	0.137	0.218	0.210	0.209	0.218
	0.9	0.5	3179	3125	3143	3348	0.121	0.124	0.128	0.135	0.190	0.195	0.197	0.210
20	0.3	0.1	1690	1580	1735	1827	0.096	0.092	0.098	0.107	0.151	0.144	0.154	0.162
	0.6	0.1	2269	2634	2413	2301	0.096	0.100	0.094	0.103	0.156	0.162	0.152	0.164
	0.6	0.3	2090	2286	1960	2146	0.095	0.095	0.098	0.104	0.153	0.152	0.155	0.163
	0.6	0.5	2014	2113	1970	2221	0.099	0.101	0.096	0.110	0.158	0.162	0.154	0.173
	0.9	0.1	2223	2177	2226	2401	0.097	0.095	0.102	0.103	0.153	0.148	0.158	0.161
	0.9	0.3	2000	2217	2018	1792	0.094	0.100	0.098	0.100	0.147	0.156	0.154	0.156
	0.9	0.5	2366	2242	2324	2248	0.089	0.092	0.092	0.097	0.147	0.149	0.148	0.155

Tabela T.57: Razhajanja ordinalnih vrstnih redov kriterijev za eno dodano obstoječo alternativo

m	P_w	P_s	most important criterion discrepancies				normalized Kemeny-Snell distances				normalized weighted distances			
			selective strengths	weighted sums	average veto	dominance indices	selective strengths	weighted sums	average veto	dominance indices	selective strengths	weighted sums	average veto	dominance indices
4	0.3	0.1	2954	2871	2726	2976	0.055	0.047	0.059	0.056	0.120	0.106	0.127	0.119
	0.6	0.1	2970	3114	3018	3025	0.090	0.079	0.098	0.092	0.163	0.150	0.173	0.163
	0.6	0.3	2297	2633	2453	2411	0.093	0.092	0.100	0.099	0.165	0.168	0.175	0.167
	0.6	0.5	1158	1348	1154	1519	0.080	0.082	0.092	0.097	0.143	0.147	0.163	0.166
	0.9	0.1	2695	3389	2552	2668	0.102	0.096	0.113	0.098	0.169	0.172	0.180	0.163
	0.9	0.3	2330	2467	1913	1745	0.097	0.099	0.103	0.091	0.162	0.170	0.163	0.146
	0.9	0.5	936	1054	647	742	0.079	0.077	0.083	0.079	0.123	0.126	0.125	0.121
12	0.3	0.1	1853	1868	1772	1694	0.056	0.049	0.058	0.064	0.106	0.094	0.108	0.114
	0.6	0.1	2292	2453	2020	2231	0.068	0.060	0.073	0.073	0.122	0.112	0.125	0.126
	0.6	0.3	2128	2273	1872	2084	0.075	0.070	0.076	0.079	0.133	0.127	0.131	0.132
	0.6	0.5	1374	1373	1372	1508	0.066	0.067	0.071	0.081	0.115	0.116	0.121	0.131
	0.9	0.1	1575	1845	1769	1698	0.079	0.077	0.085	0.081	0.130	0.132	0.137	0.131
	0.9	0.3	1506	1928	1606	1772	0.077	0.076	0.087	0.087	0.127	0.129	0.137	0.140
	0.9	0.5	1459	1563	1196	1403	0.067	0.070	0.069	0.072	0.111	0.117	0.110	0.114
20	0.3	0.1	1705	1558	1581	1886	0.050	0.045	0.048	0.055	0.092	0.084	0.088	0.098
	0.6	0.1	1723	1484	1714	1720	0.061	0.055	0.061	0.067	0.106	0.097	0.104	0.112
	0.6	0.3	1536	1458	1475	1653	0.054	0.054	0.059	0.063	0.095	0.095	0.100	0.105
	0.6	0.5	1408	1616	1344	1834	0.059	0.058	0.060	0.070	0.101	0.103	0.101	0.115
	0.9	0.1	1551	1693	1429	1529	0.064	0.061	0.071	0.072	0.109	0.106	0.115	0.118
	0.9	0.3	1366	1598	1306	1190	0.062	0.064	0.064	0.071	0.103	0.109	0.104	0.112
	0.9	0.5	1198	1082	1101	1196	0.052	0.052	0.057	0.056	0.086	0.088	0.090	0.090

Tabela T.58: Razhajanja ordinalnih vrstnih redov kriterijev za en dodan obstoječi kriterij

m	P_w	P_s	most important criterion discrepancies			normalized Kemeny-Snell distances			normalized weighted distances		
			selective strengths	weighted sums	dominance indices	selective strengths	weighted sums	dominance indices	selective strengths	weighted sums	dominance indices
4	0.3	0.1	516	366	345	0.015	0.010	0.010	0.029	0.022	0.021
	0.6	0.1	634	500	548	0.024	0.018	0.015	0.043	0.033	0.027
	0.6	0.3	616	443	266	0.029	0.027	0.016	0.049	0.047	0.028
	0.6	0.5	486	312	226	0.028	0.030	0.018	0.050	0.052	0.033
	0.9	0.1	777	738	394	0.030	0.028	0.017	0.050	0.046	0.029
	0.9	0.3	755	598	294	0.034	0.033	0.015	0.056	0.053	0.026
	0.9	0.5	302	639	71	0.035	0.036	0.015	0.056	0.059	0.021
12	0.3	0.1	809	580	445	0.027	0.025	0.013	0.048	0.045	0.024
	0.6	0.1	956	650	333	0.040	0.037	0.017	0.068	0.063	0.028
	0.6	0.3	1158	925	610	0.045	0.041	0.018	0.073	0.066	0.033
	0.6	0.5	1176	1002	365	0.049	0.046	0.017	0.081	0.074	0.028
	0.9	0.1	975	1037	490	0.046	0.043	0.021	0.073	0.068	0.035
	0.9	0.3	1074	868	258	0.049	0.046	0.017	0.082	0.076	0.027
	0.9	0.5	1064	1054	157	0.057	0.058	0.018	0.092	0.093	0.028
20	0.3	0.1	662	771	521	0.033	0.028	0.015	0.056	0.049	0.027
	0.6	0.1	1110	853	363	0.048	0.042	0.014	0.079	0.069	0.026
	0.6	0.3	1293	1215	395	0.049	0.048	0.017	0.080	0.077	0.028
	0.6	0.5	986	1066	358	0.058	0.058	0.017	0.091	0.089	0.028
	0.9	0.1	1098	1186	360	0.053	0.045	0.015	0.085	0.073	0.026
	0.9	0.3	994	1063	605	0.057	0.054	0.017	0.089	0.086	0.029
	0.9	0.5	1284	1246	295	0.065	0.063	0.021	0.101	0.098	0.035

Življenjepis

Ime in priimek: Andrej Bregar

Datum rojstva: 24. 7. 1974

Kraj rojstva: Maribor

Kronologija izobraževanja:

1981–1989 Osnovna šola Prežihov Voranc v Mariboru

1989–1993 II. gimnazija Maribor

1993–1999 Fakulteta za elektrotehniko, računalništvo in informatiko v Mariboru –
univerzitetni študij računalništva in informatike

1999–2002 Fakulteta za elektrotehniko, računalništvo in informatiko v Mariboru –
magistrski študij računalništva in informatike

2003–2009 Fakulteta za elektrotehniko, računalništvo in informatiko v Mariboru –
doktorski študij računalništva in informatike

Kronologija zaposlitve:

1999–2002 Fakulteta za elektrotehniko, računalništvo in informatiko v Mariboru –
mladi raziskovalec

2003–2009 Fakulteta za elektrotehniko, računalništvo in informatiko v Mariboru –
asistent

Univerza v Mariboru
Fakulteta za elektrotehniko, računalništvo in informatiko

IZJAVA DOKTORSKEGA KANDIDATA

Podpisani Andrej Bregar, vpisna številka 95026825,

izjavljam,

da je doktorska disertacija z naslovom Vpeljava združitveno-razdružitvenega principa v
integrativne pogajalske procese

- rezultat lastnega raziskovalnega dela,
- da so rezultati korektno navedeni in
- da nisem kršil avtorskih pravic in intelektualne lastnine drugih.